## Politechnika Poznańska

## Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania

Instytut Mechaniki Stosowanej

Kacper Nowak

## Modelowanie i symulacja przepływu biociepła

Praca inżynierska

Promotor: dr hab. Tomasz Stręk

Poznań, 2012

# Spis Treści

1.	M	Aotywacja i cel pracy	3
2.	Р	Przepływ ciepła w tkance biologicznej	4
2.1		Wstep	4
2.2		Przewodzenie ciepła	4
2.3		Warunki początkowe i brzegowa	5
2	.3.1	Warunki brzegowe I rodzaju ( <i>Dirichleta</i> )	6
2	.3.2	2 Warunki brzegowe II rodzaju (von Neumanna)	6
2	.3.3	3 Warunki brzegowe III rodzaju	6
2	.3.4	Warunki brzegowe IV rodzaju	7
2.4		Równanie Pennesa	7
2.5		Zamrażanie tkanki biologicznej	
2.6		Budowa tkanki skórnej	
2.7		Kriochirurgia	
3.	M	letoda Elementów Skończonych	15
3.1		Wstęp	
3.2		Comsol Multiphysics	
3.3		Metodologia procesu modelowania	
4.	V	Vyniki obliczeń	
4.1		Wstęp	
4.2		Współczynnik przenikania ciepła a obszar zamrożony	
4.3		Zamrażanie cykliczne	
5.	V	Vnioski i uwagi końcowe	
Lit	er	ratura	
Źr	ód	lła internetowe	
Sp	is	Rysunków	
Sp	is	tabel	
Sn	is	Wykresów	
~P			
Sti	es	szczenie	
Ab	st	ract	

### 1. Motywacja i cel pracy

Niniejsza praca dotyczy modelowania i symulacji przepływu biociepła. W pracy analizowany jest proces wymiany ciepła pomiędzy kriosondą a tkanką biologiczną. Urządzeniem, którego zastosowanie w laryngologii, dermatologii, proktologii, ginekologii czy onkologii ciągle rośnie. Kriochirurgia, to doprowadzanie do miejscowego zamarzania tkanek, celem usunięcia zmian o łagodnym bądź nowotworowym pochodzeniu. Zamrożenie powoduje nekrozę komórek, które usuwane są z organizmu w drodze podobnego do apoptozy procesu. Skutki uboczne zabiegów kriochirurgicznych to najczęściej zaczerwienienie i ból. W większości przypadków są one bardzo małe oraz szybko ustępują. Głównymi zaletami krioterapii są dobre efekty kosmetyczne, aseptyczność zabiegu, niski koszt oraz minimalizacja skutków ubocznych.

W pracy analizowany jest przepływ ciepła między kriosondą a tkankami organizmu, czas wymagany do zamrożenia odpowiedniego obszaru oraz zmiany temperatur w obszarach nie wymagających interwencji kriochirurgicznej.

Równaniem opisującym przepływ ciepła w tkance biologiczne jest równanie Pennesa, które uwzględnia składniki takie jak ciepło przemian metabolicznych i perfuzji krwi. Na podstawie numerycznych rozwiązań równania Pennesa, przedstawione zostaną rozkłady temperatur w funkcji czasu.

Analiza działania kriosondy na skórę, przysparza trudności z uwagi na niejednorodną budowę skóry. Przyjąć można, że skóra składa się z trzech warstw: naskórka, skóry właściwej oraz warstwy podskórnej. Każda ze wspomnianych warstw charakteryzuje się odmiennymi parametrami transferu biociepła.

Obliczenia oraz symulacje wykonane zostały przy użyciu programu COMSOL Multiphysics 3.5.

3

## 2. Przepływ ciepła w tkance biologicznej

#### 2.1 Wstęp

Przepływ ciepła, zarówno w ogólnej teorii, jak i w przypadku tkanki biologicznej, może odbywać się na trzy fizycznie różne sposoby: przewodzenie, konwekcję oraz radiacyjną wymianę ciepła [18, 19].

Przewodzenie ciepła to oddziaływania polegające na przekazywaniu wewnętrznej energii między ciałami pozostającymi w bezpośrednim kontakcie. W ciałach stałych przekazywana jest energia drgań atomów w sieci krystalograficznej oraz energia kinetyczna ruchu elektronów swobodnych. W płynach natomiast, przekazywana jest energia kinetyczna atomów i cząstek.

Konwekcja to sposób przekazywania ciepła wywołany przemieszczaniem się makroskopowych części płynów o różnych temperaturach. Wyróżnić możemy konwekcję swobodną wywołaną działaniem zewnętrznych sił na części o różnych gęstościach – związanych z różnicą ich temperatur, oraz konwekcję wymuszoną – przemieszczanie się części płynu spowodowane jest działaniem pompy, wiatru itp.

Radiacyjna wymiana ciepła związana jest z promieniowaniem termicznym – wysyłane przez wszystkie ciała o temperaturze wyższej od zera bezwzględnego fale elektromagnetyczne. Zachodzi, gdy ilość energii wypromieniowanej jest różna od ilości energii pochłoniętej przez daną powierzchnię.

#### 2.2 Przewodzenie ciepła

Przy opisie zjawisk związanych z przewodzeniem ciepła stosuje się najczęściej prawo Fouriera, które dla jednowymiarowych problemów przyjmuje postać (2.2.1) [18, 19]:

$$\dot{q} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$
 (2.2.1)

gdzie:

 $\dot{q}$  – gęstość strumienia ciepła [W/m<sup>2</sup>]

 $\lambda$  - współczynnik przewodzenia ciepła [W/(m·K)]

T - temperatura [K]

x - współrzędna [m]

W przypadku ogólnym wektor gęstości strumienia ciepła przyjmuje następującą postać (2.2.2):

$$\dot{\boldsymbol{q}} = -\lambda \nabla T \qquad (2.2.2)$$

gdzie:

 $\nabla T = grad T$  - gradient temperatury, wektor prostopadły do powierzchni izotermicznej i zwrócony w kierunku najszybszego wzrostu funkcji w danym punkcie.

*Operator wektorowy Hamiltona (nabla)* ∇ w podstawowych układach współrzędnych przyjmuje postać:

kartezjański układ współrzędnych

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}$$
(2.2.3)

• cylindryczny układ współrzędnych

$$\nabla = \boldsymbol{e}_r \frac{\partial}{\partial r} + \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \boldsymbol{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$$
(2.2.4)

• sferyczny układ współrzędnych

$$\nabla = \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{r}} \frac{\partial}{\partial r} + \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\theta}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\varphi}} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \qquad (2.2.5)$$

wektory jednostkowe  $i, j, k, e_r, e_\theta, e_z, e_r, e_\theta, e_{\varphi}$  stanowią ortogonalną lokalną bazę w kartezjańskim, cylindrycznym i sferycznym układzie współrzędnych.

#### 2.3 Warunki początkowe i brzegowa

Przewodzenie ciepła w warunkach nieustalonych to tzw. zagadnienia początkowo-brzegowe. Wymagają one zadania warunków początkowych i brzegowych. Warunki początkowe (*Cauchy'ego*) to wartości temperatury w chwili  $t_0=0[s]$ :

$$T(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = T_0(\mathbf{r})$$
 (2.3.1)

Wyróżnia się cztery rodzaje warunków brzegowych, które mają szczególne znaczenie ze względów praktycznych [18, 19].

#### 2.3.1 Warunki brzegowe I rodzaju (Dirichleta)

Określają rozkład temperatury T, na powierzchni ciała w każdej chwili:

$$T(\mathbf{r},t)|_{A} = T_{A}(\mathbf{r}_{A},t)$$
 (2.3.1.1)

gdzie:

 $\mathbf{r}_{A}$  – wektor pozycyjny punktu na powierzchni ciała

#### 2.3.2 Warunki brzegowe II rodzaju (von Neumanna)

Określają rozkład gęstości strumienia ciepła *q* na powierzchni ciała w każdej chwili.

Dla ciał anizotropowych mamy:

$$\Lambda \nabla T \cdot n|_A = \dot{q}(\boldsymbol{r}_A, t) \qquad (2.3.2.1)$$

gdzie:

 $\Lambda$  - tensor symetryczny drugiego rzędu, który przyjmuje postać:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} & \lambda_{xz} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} & \lambda_{yz} \\ \lambda_{zx} & \lambda_{zy} & \lambda_{zz} \end{bmatrix}$$
(2.3.2.2)

Dla ciał izotropowych mamy:

$$\left(\lambda \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial n}\right)\Big|_{A} = \dot{q}(\mathbf{r}_{A}, t)$$
 (2.3.2.3)

#### 2.3.3 Warunki brzegowe III rodzaju

Określają temperaturę  $T_{cz}$  i współczynnik przejmowania ciepła  $\alpha$  płynu otaczającego ciało, w każdym miejscu powierzchni ciała i w każdej chwili:

$$-(\Lambda \nabla T \cdot \boldsymbol{n})|_{A} = \alpha(\boldsymbol{r}_{A}, t, T_{A})[T(\boldsymbol{r}_{A}, t) - T_{cz}] \qquad (2.3.3.1)$$

#### 2.3.4 Warunki brzegowe IV rodzaju

Określają warunki styku na powierzchni dwóch ciał.

Przy idealnym styku temperatura obydwu ciał w miejscu styku jest taka sama. Równa jest również gęstość strumienia ciepła:

$$T_1|_A = T_2|_A \qquad (2.3.4.1)$$
$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n}\Big|_A = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n}\Big|_A \qquad (2.3.4.2)$$

Styk idealny nie występuje jednak w rzeczywistości, stanowi on jedynie uproszczenie przy rozwiązywaniu niektórych problemów. W rzeczywistości temperatury dwóch ciał w miejscu styku nie są równe, występuje tak zwany opór cieplny, określany przy użyciu kontaktowego współczynnika wnikania ciepła  $\alpha_{kt}$ :

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n}\Big|_A = \alpha_{kt} (T_1|_A - T_2|_A) = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n}\Big|_A \qquad (2.3.4.3)$$

gdzie:

 $T_1, T_2, \lambda_1, \lambda_2$  to odpowiednio temperatury i współczynniki przewodzenia ciepła dla ciała pierwszego i drugiego.

#### 2.4 Równanie Pennesa

Równaniem, które opisuje transfer ciepła w tkance biologicznej jest równanie Pennesa. Jest to równanie dyfuzji, które uwzględnia perfuzję krwi w tkance oraz przemiany metaboliczne. Dotyczy jedynie tkanki zasilanej dużą ilością małych naczyń krwionośnych. W przypadku obecności dodatkowego większego naczynia krwionośnego, należy do równania dołączyć dodatkowe elementy. Jest to tzw. ciągły model tkankowy, który zakłada, że temperatura krwi wpływającej do naczynia włosowatego ma wartość temperatury tętniczek, a temperatura wypływającej krwi jest równa temperaturze tkanki. [2,5,6,9,10,11,12,14,15,16]

W ogólnej postaci równanie Pennesa ma postać (2.4.1):

$$c(T)\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = div[\lambda(T)gradT(x,t)] + Q_{perf}(x,t) + Q_{met}$$
(2.4.1)  
gdzie:

c(T) – ciepło właściwe tkanki odniesione do jednostki objętości

 $\lambda(T)$  – współczynnik przewodzenia ciepła

 $Q_{perf}$  [W/m<sup>3</sup>] – wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związana z perfuzją  $Q_{met}$  [W/m<sup>3</sup>] – wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związanych z metabolizmem

W przypadku zamrażania należy jeszcze uwzględnić ciepło przemiany fazowej. Najprościej wprowadzając tzw. zastępczą pojemność cieplną w miejsce ciepła właściwego tkanki [2,11]

$$c(T) = \begin{cases} c_L; & T > T_1 \\ c_M - L_V \frac{df_S(T)}{dT}; T_2 \le T \le T_1 \\ c_S; & T < T_2 \end{cases}$$
(2.4.2)

gdzie:

 $c_L$ – ciepło właściwe tkanki w stanie naturalnym;  $c_M$  - ciepło właściwe tkanki w stanie przejściowym;  $c_S$  - ciepło właściwe tkanki w stanie zamrożonym;  $L_V$  – ciepło zamrażania;  $f_s$  – udział fazy zamrożonej w otoczeniu rozpatrywanego punktu;  $T_1$  – temperatura rozpoczęcia procesu zamrażania;  $T_2$  – temperatura zakończenia procesu zamrażania

Ciepło metabolizmu ( $Q_{met}$ ) w analizowanym przypadku przyjmuję się jako stałą, zależną jedynie od warunków w jakich znajduje się organizm. Wacha się ona w granicach 245-24500 [ $W/m^3$ ].

Ciepło perfuzji (Qperf) wyraża się jako funkcję:

$$Q_{perf} = k_b c_b [T_b - T(x, t)]$$
 (2.4.3)

gdzie:

k<sub>b</sub> – współczynnik perfuzji [m<sup>3</sup> krwi/s/m<sup>3</sup> tkanki]

c<sub>b</sub> – objętościowe ciepło właściwe krwi

T<sub>b</sub> - temperatura krwi

Z uwagi na niejednorodną budowę skóry (Rys. 1), a co za tym idzie różnorodne właściwości termofizyczne poszczególnych podobszarów, do opisu przepływu ciepła należy rozwiązać układ równań [15,18,19]:

$$x \in \Omega_1: c_1(T) \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial t} = div [\lambda_1(T) grad T_1(x,t)] + Q_{perf,1}(x,t) + Q_{met,1}$$
(2.4.3)

$$x \in \Omega_2: c_2(T) \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial t} = div[\lambda_2(T)gradT_2(x,t)] + Q_{perf,2}(x,t) + Q_{met,2}$$
(2.4.4)

 $x \in \Omega_3: c_3(T) \frac{\partial T_3(x,t)}{\partial t} = div[\lambda_3(T)gradT_3(x,t)] + Q_{perf,3}(x,t) + Q_{met,3}(2.4.5)$ 

gdzie:

 $c_{1,2,3}(T)$  – ciepło właściwe tkanki odniesione do jednostki objętości w odpowiednim podobszarze

 $\lambda_{1,2,3}(T)$  – współczynnik przewodzenia ciepła w odpowiednim podobszarze  $Q_{perf,1,2,3}$  [W/m<sup>3</sup>] – wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związana z perfuzją w odpowiednim podobszarze

 $Q_{met,1,2,3}$  [W/m<sup>3</sup>] – wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związanych z metabolizmem w odpowiednim podobszarze



Rys. 1 Schemat budowy tkanki skórnej

Na granicy podobszarów należy przyjąć odpowiednie warunki brzegowe – warunki ciągłości strumienia ciepła i pola temperatury:

$$x \in \Gamma_{1,2}: \begin{cases} T_1(x,t) = T_2(x,t) \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial n} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial n} \end{cases}$$
(2.4.6)

$$x \in \Gamma_{2,3}: \begin{cases} T_2(x,t) = T_3(x,t) \\ -\lambda_2 \frac{\partial T_2(x,t)}{\partial n} = -\lambda_3 \frac{\partial T_3(x,t)}{\partial n} \end{cases}$$
(2.4.7)

gdzie:

$$\frac{\partial}{\partial n}$$
 – pochodna w kierunku normalnym do brzegu

### 2.5 Zamrażanie tkanki biologicznej

Tkanka biologiczna, z punktu widzenia termofizycznego, powinna być traktowana jako roztwór dwuskładnikowy zawierający 24% metylo-celulozy i 76% wody. Roztwory takie zmieniają swój stan fizyczny w odpowiednich przedziałach temperatur. Proces zamrażania tkanki biologicznej rozpoczyna się w temperaturze  $-1^{\circ}$ C (272,15 [K]) a kończy się w temperaturze  $-8^{\circ}$ C (265,15 [K]). Obszar tkanki, którego temperatura zawiera się we wspomnianym przedziale nazywany jest obszarem przejściowym. W związku z przemianą fazową – wydzielaniem się ciepła zamrażania - należy uwzględnić dodatkową funkcję źródła. Zakłada się również, że pojemność cieplna tkanki skórnej, przed i po zamrożeniu, ma stałą, niezmienną wartość. W trakcie zamrażania zmienia się znacząco współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda$ (T) [W/(m·K)], co również należy uwzględnić przy modelowaniu. Zależności wagowej pojemności cieplnej [W/(kg·K)] odpowiednich podobszarów oraz współczynnika przewodzenia [W/m·K)] od temperatury [°C] przedstawiają wykresy 1-4 [2,6].





Wykres 2 Zastępcza pojemność cieplna naskórka



Wykres 4 Zastępcza pojemność cieplna warstwy podskórnej

#### 2.6 Budowa tkanki skórnej

Tkanki skórnej nie można traktować jako jednorodnej struktury. Podstawowy podział obszarów skóry przedstawia Rys.2. Każdy obszar charakteryzuje się odmiennymi parametrami termofizycznymi [,9,10,11,12,17].

Zewnętrzna warstwa to naskórek (*epidermis*), składa się z dwóch głównych warstw – warstwy podstawnej (*stratum basale*) oraz warstwy zrogowaciałej (*stratum corneum*). U człowieka naskórek nie jest zasilany naczyniami włosowatymi, dlatego jego aktywność metaboliczna jest bardzo mała. Przyjmuje się zatem  $Q_{met,1}=0$  [W/m<sup>3</sup>], oraz  $Q_{perf,1}=0$  [W/m<sup>3</sup>], grubość: d<sub>1</sub>= 0,1 [mm], c<sub>1</sub>(T)=4038[J/kg·K].

Poniżej naskórka wyróżnia się obszar skóry właściwej (*dermis*), która charakteryzuje się dużą gęstością naczyń krwionośnych. Ulokowane są tu między innymi gruczoły potowe oraz torebki włosowe. Zabiegi kriochirurgiczne wykonywane są w stanie spoczynku pacjenta, przy stałej temperaturze otoczenia, dlatego można przyjąć  $Q_{met,2}$ =245 [W/m<sup>3</sup>] grubość: d<sub>2</sub>= 2 [mm], c<sub>2</sub>(T)=3715[J/kg·K].

Ostatnim wyróżnianym obszarem jest warstwa podskórna, której właściwości i wymiary są silnie zależne od badanej części organizmu. Z uwagi na obecność dużej liczby naczyń krwionośnych, a także oddziaływań cieplnych narządów wewnętrznych dla tej warstwy przyjmujemy  $Q_{met,3}=300 [W/m^3]$ , grubość:  $d_3=10 [mm]$ ,  $c_3(T)=2508[J/kg·K]$ 

Parametry poszczególnych obszarów skóry mogą się znacząco różnić, dlatego ważne jest badanie wrażliwości odpowiednich parametrów na wyniki otrzymanych symulacji.



Rys. 2 Budowa tkanki skórnej [17]

### 2.7 Kriochirurgia

Kriochirurgia bądź krioterapia to mechanizm usuwania patologicznie zmienionej tkanki poprzez jej zamrożenie i rozmrożenie. Są to najczęściej zabiegi miejscowe. Do zamrażania wykorzystywane są sondy o różnym kształcie (Rys.3) chłodzone najczęściej ciekłym azotem. Najczęściej stosuje się sondy miedziane i srebrne – z uwagi na najlepsze właściwości przewodzenia ciepła. Wielkość zamrażanego obszaru zależy od powierzchni styku sondy z tkanką oraz czasu kontaktu [20].



Rys. 3 Kształty kriosond [22] Aby uzyskać zamierzony efekt, komórkę należy schłodzić do temperatury

-20°C do -30°C. W takiej temperaturze organella komórkowe są trwale zniekształcane oraz następuje denaturacja białek na błonie komórkowej. Skuteczna krioterapia wywołuje krionekrozę w obszarze 1-2 mm poza zmianami patologicznymi. W takim wypadku proces gojenia rozpocznie się w zdrowych tkankach.

W dermatologii zabiegi kriochirurgiczne stosuje się w leczeniu łagodnych zmian nowotworowych skóry, stanów przedrakowych, brodawek wirusowych, brodawek łojotokowych, plam soczewicowatych, rogowacenia posłonecznego, włókniaków, modzeli, naczyniaków, bliznowców i przerosłych blizn.

Kriochirurgia w zastosowaniach laryngologicznych służy do leczenia przerostu małżowin nosowych, niezależnie od jej przyczyny i skłonności pacjenta do krwawienia. Zabiegi takie stosuje się również przy terapii przewlekłego przerostowego zapalenia migdałków podniebiennych, których skutkiem jest przywrócenie pełnej sprawności ustroju.

Nie odnotowano klinicznych przeciwwskazań do wykonywania zabiegów. Ograniczeniem nie jest wiek i stan zdrowia pacjenta. Przede wszystkim dlatego, że jest to nieinwazyjny zabieg, nienaruszający ciągłości skóry, który nie wymaga znieczulenia. Jedynym ograniczeniem jest brak możliwości poddania usuwanej tkanki badaniom histopatologicznym – w przypadku podejrzenia zmian nowotworowych.

Po zabiegu kriochirurgicznym pacjent wraca do normalnej aktywności, nie ma ograniczeń ani ryzyka infekcji.

Zamrożenie uprzednio wyznaczonej objętości tkanki pozwala na kompletne usunięcie zmian. Zależnie od zastosowanego aplikatora można modyfikować obszar zamrażany. Jest to główna zaleta zabiegów kriochirurgicznych, a określeniu wielkości zamrażanego obszaru będą służyły dalsze rozdziały niniejszej pracy.

## 3. Metoda Elementów Skończonych

#### 3.1 Wstęp

Metoda Elementów Skończonych to numeryczna metoda, która znajduje zastosowanie przy rozwiązywaniu problemów inżynierskich, bądź w przybliżonych rozwiązaniach problemów matematycznych w fizyce. Stosuje się ją najczęściej do analizy konstrukcji z bardzo skomplikowaną geometrią, złożonym stanem obciążeń, różną ilością odmiennych warunków brzegowych oraz wykonanych z materiałów o różnych parametrach fizykochemicznych.

Istotą MES jest dyskretyzacja modelu, tj. przedstawienie geometrii, stanu obciążeń oraz warunków brzegowych przy użyciu mniejszych elementów zwanych elementami skończonymi. Elementy te łączą się ze sobą w węzłach, do których przyłożone są statyczne siły skupione, równoważne do wstępnych obciążeń ciągłych. Wyróżnia się następujące typy elementów skończonych: [4]

• Liniowy (1D)

Stosowany przy układach sprężyn, konstrukcjach prętowych, belkowych

• Płaski (2D)

Stosowany przy płaskim stanie obciążeń, gdy w konstrukcji występują membrany, płyty, powłoki lub tarcze

 Bryłowy (3D)
Stosowane do wyznaczania przestrzennego stanu naprężeń, pola temperatur lub pola przemieszczeń

Analiza MES opiera się na budowaniu i rozwiązywaniu dużych układów równań, których liczba zależna jest od ilości i typów węzłów. Po rozwiązaniu otrzymuje się przemieszczenia i reakcje węzłowe. Z tych wielkości wyznacza się odkształcenia i naprężenia w analizowanej konstrukcji.

Wraz ze wzrostem złożoności konstrukcji oraz ilości węzłów, a co za tym idzie ilości elementów skończonych, zwiększa się wymagana moc obliczeniowa komputera. Dlatego też należy pamiętać, aby w miarę możliwości optymalizować wielkość elementów skończonych – celem jest uzyskanie rozwiązania odpowiednio

przybliżającego stan faktyczny przy jednocześnie krótkim czasie rozwiązywania problemu.

## 3.2 Comsol Multiphysics [21]

Symulacje związane z tematyką niniejszej pracy, wykonane są przy użyciu programu Comsol Multiphysics. Jest to inżynierski program symulacyjny, rozwiązujący układy nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych. Umożliwiający modelowanie geometrii, dyskretyzację, określenie parametrów fizycznych, rozwiązywanie i prezentację wyników.



Rys. 4 Comsol Multiphysics [21]

Program pozwala na wykonanie szybkich symulacji, dzięki dużej ilości wstępnie zaimplementowanych modułów gotowych do użycia. Począwszy od mechaniki płynów i przepływu ciepła, skończywszy na analizach mechanicznych i elektromagnetycznych. Predefiniowane są również bardzo obszerne biblioteki

materiałów. Parametry materiałowe, warunki początkowe oraz warunki brzegowe można dowolnie definiować poprzez zmienne zależne.

Predefiniowane moduły umożliwiają rozwiązanie typowych problemów fizycznych, ale możliwe jest również łączenie odpowiednich modułów i określanie zależności między nimi. Program daje możliwość używania własnych cząstkowych równań różniczkowych w połączeniu z zaimplementowanymi równaniami fizycznymi.

W pracy wykorzystany został moduł przepływu biociepła (Bioheat Transfer). Umożliwia on symulacje transferu ciepła związaną z konwekcją, przewodzeniem ciepła i radiacyjną wymianą ciepła. Uzupełniony jest dodatkowo o moduły uwzględniające wpływ ciepła związanego z metabolizmem i perfuzją krwi. Moduł może być używany jako oddzielne narzędzie, ale może być również łączony z pozostałymi modułami programu. Daje to bardzo duże możliwości m.in. analizę wpływu promieniowania elektromagnetycznego, ultradźwięków, przepływu prądu na rozkład temperatur w żywej tkance.

#### 3.3 Metodologia procesu modelowania

Do przeprowadzenia symulacji konieczne było zamodelowanie tkanki z wyróżnionymi trzema podobszarami oraz walcowej kriosondy. W celu przyspieszenia obliczeń w programie zastosowano moduł dwuwymiarowy z symetrią osiową. Otrzymany model 2D przedstawiony jest na Rys. 5a.



Rys. 5a Model 2D tkanki skórnej oraz przyłożonej kriosondy



Rys. 5b Model 3D tkanki skórnej oraz przyłożonej kriosondy

Rys. 5b przedstawia model 3D skóry wraz z przyłożoną kriosondą:

- kriosonda kolor niebieski
- naskórek kolor czerwony
- skóra właściwa kolor pomarańczowy
- tkanka podskórna kolor żółty

Grubość podobszarów skóry (odpowiednio 10mm, 2mm, 0,1 mm), oraz ich parametry termofizyczne określone zostały w Rozdziale 2.5. Kriosonda walcowa o promieniu 5 mm wykonana z miedzi. Na granicy podobszarów skóry założono warunki brzegowe określone w Rozdziale 2.3. Nie uwzględniono wymiany ciepła między skórą a otoczeniem.

Wartości pojemności cieplnej oraz współczynnika przewodzenia zadane są zgodnie z przebiegiem wykresów funkcji przedstawionych w Rozdziale 2.4.

.Warunki brzegowe określone zostały następująco, na rysunkach oznaczone czerwonym kolorem:

• Oś symetrii (oś obrotu) – Axial symmetry, r=0 (Rys. 6)



• Miejsce styku kriosondy ze skórą – Heat flux discontinuity,

$$\boldsymbol{n}(k_u \nabla T_u - k_d \nabla T_d) = q_0 + h(T_{inf} - T) \text{ (Rys. 8)}$$



• Granice podobszarów skóry – Continuity,  $\boldsymbol{n}(k_u \nabla T_u - k_d \nabla T_d) = 0$  (Rys. 9)



## 4. Wyniki obliczeń

#### 4.1 Wstęp

W rozdziale przedstawiono wyniki symulacji zamrażania tkanki skórnej przy użyciu kriosondy. Analizowano głębokość zamrażania ze względu na zmianę współczynnika przenikania ciepła h  $[W/(m^2 \cdot K)]$  – współczynnik ten przyjmuje różne wartości w różnych obszarach ludzkiego ciała.

Analizowano wpływ czasu zamrażania oraz cykli zamrażania na wielkość zamrożonego obszaru. Symulowano różne czasy kontaktu kriosondy ze skórą, dla różnych wartości temperatury kriosondy.

### 4.2 Współczynnik przenikania ciepła a obszar zamrożony

Dla różnych segmentów ciała podaje się różne wartości współczynnika przenikania ciepła. Podział taki przedstawiono w [1]. Współczynnik przenikalności określa się na styku kriosondy ze skórą. Wartości współczynników podane są w tabeli poniżej (Tabela 1).

Segment ciała	Współczynnik przenikalności ciepła [W/m <sup>2</sup> ·K]
Głowa	4,3
Klatka piersiowa	3,8
Ramię / bark	4,0
Plecy	3,6
Miednica	3,9
Przedramię	3,9
Ręce	3,7
Udo	4,2
Lydka	4,8
Stopa	7,3

Tabela 1. Wartości współczynnika przenikalności ciepła

Warunki początkowe:

- temperatura kriosondy T=153,15 [K]

- czas ekspozycji t=240 [s]

Siatka:

- Liczba stopni swobody: 6716
- Liczba węzłów: 1771
- Liczba elementów: 3175
- Liczba elementów brzegowych: 780
- Liczba elementów wierzchołkowych: 11

Rozkład temperatury dla zadanych warunków początkowych i współczynnika przenikalności ciepłą h=4,3 [W/(m<sup>2</sup>·K)] przedstawiają Rys.10 i Rys. 11.

Wykres 5 przedstawia zależność temperatury T[K] od odległości [m] od kriosondy w osi obroty modelu. Obszar traktujemy jako zamrożony, gdy jego temperatura spadła poniżej -30 [°C] (243,15 [K]).



Rys. 10 Rozkład temperatury przy współczynniku przewodzenia ciepła h=4,3  $[W/(m^2 \cdot K)]$ 



Rys. 11 Rozkład temperatury 3D przy współczynniku przewodzenia ciepła h=4,3  $[W/(m^2 \cdot K)]$ 



Wykres 5 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=4,3 [W/(m<sup>2</sup>·K)]

Symulacje przedstawione na Rys. 10 oraz Rys. 11 przeprowadzone zostały dla wszystkich współczynników przewodzenia ciepła h przedstawionych w Tabeli 1. Poniżej (Wykres 6-13) przedstawione są wykresy temperatury w funkcji odległości od powierzchni skóry w osi obrotu (osi kriosondy).



Wykres 6 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=3,8 [W/(m<sup>2</sup>·K)]



Wykres 7 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=4,0 [W/(m<sup>2</sup>·K)]



Wykres 8 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=3,6 [W/(m<sup>2</sup>·K)]



Wykres 9 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=3,9 [W/(m<sup>2</sup>·K)]



Wykres 10 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=3,7 [W/(m<sup>2</sup>·K)]



Wykres 11 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=4,2 [W/(m<sup>2</sup>·K)]



Wykres 12 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=4,8 [W/(m<sup>2</sup>·K)]



powierzchni skóry, h=7,3 [W/(m<sup>2</sup>·K)]

Z danych numerycznych uzyskanych podczas przeprowadzanych symulacji uzyskujemy odpowiednie głębokości zamrożenia tkanki skórnej – głębokości na jakiej temperatura spadła poniżej [- $30^{\circ}$ C] (243,15 [K]) w zależności od współczynnika przenikalności ciepła h [W/(m<sup>2</sup>·K)], dla zadanych warunków początkowych. Dane przedstawione są w Tabeli 2.

Lp.	Współczynnik przenikalności ciepła h [W/(m²·K)]	Segment ciała	Głębokość [mm]
1.	4,3	Głowa	4,499
2.	3,8	Klatka piersiowa	4,365
3.	4,0	Ramię / bark	4,439
4.	3,6	Plecy	4,339
5.	3,9	Miednica	4,379
6.	3,9	Przedramię	4,379
7.	3,7	Ręce	4,378
8.	4,2	Udo	4,462
9.	4,8	Łydka	4,499
10.	7,3	Stopa	4,535

Tabela 2 Głębokość zamrożenia w poszczególnych segmentach ciała

Wykres 14 pokazuje zależność między współczynnikiem przenikalności ciepła h, a głębokością zamrożenia.



Wykres 14 Głębokość zamrożenia w funkcji współczynnika przenikalności ciepła h

### 4.3 Zamrażanie cykliczne

W [3,13] przedstawiono praktykę stosowaną często przy wykonywaniu zabiegów kriochirurgicznych – cykliczne zamrażanie. W rozdziale analizowano wpływ kształtu funkcji temperatury kriosondy na zamrożony obszar.

Warunki początkowe:

- temperatura kriosondy: T(t)
- czas ekspozycji t=240 [s]

Siatka:

- Liczba stopni swobody: 6716
- Liczba węzłów: 1771
- Liczba elementów: 3175
- Liczba elementów brzegowych: 780
- Liczba elementów wierzchołkowych: 11

Porównany zostanie model przedstawiony w [3,13], dla następującej funkcji: (Wykres 15)

$$T_k(t) = 55cos\left(\frac{\pi t}{30}\right) - 238,15$$

gdzie:

 $T_k$  - temperatura kriosondy [K]

t - czas [s]

z dwoma przebiegami zaproponowanymi w niniejszej pracy zaprezentowanymi na Wykres 16-17.



Wykres 15 Przebieg funkcji cyklicznego zamrażania T(t)= $55\cos(\pi t/30)$ -238,15



Wykres 16 Przebieg funkcji cyklicznego zamrażania – propozycja 1.



Wykres 17 Przebieg funkcji cyklicznego zamrażania – propozycja 2.

Wyniki przeprowadzonych symulacji dla trzech funkcji obrazujących zmiany temperatury kriosondy w czasie przedstawione są na Rys.12-14.



Rys. 12 Rozkład temperatury przy cyklicznym zamrażaniu T(t)=55 $\cos(\pi t/30)$ -238,15



Rys. 13 Rozkład temperatury przy cyklicznym zamrażaniu przebieg T(t) zgodnie z Wykresem 16





W celu dokładniejszego zobrazowania wpływu cyklicznego zamrażania sporządzono wykresy zmian temperatury w punkcie P<sub>2</sub>, który znajduje się na styku skóry właściwej i warstwy podskórnej, w osi symetrii modelu. (Wykres 18-20)



Wykres 18 Temperatura [°C] w funkcji czasu [s] w punkcie P2 (zamrażanie cykliczne  $T(t)=55\cos(\pi t/30)-238,15)$ 



Wykres 19 Temperatura [°C] w funkcji czasu [s] w punkcie P2 (zamrażanie cykliczne – T(t) zgodnie z Wykresem 16)



Wykres 20 Temperatura [°C] w funkcji czasu [s] w punkcie P2 (zamrażanie cykliczne – T(t) zgodnie z Wykresem 17)

### 5. Wnioski i uwagi końcowe

Pierwsza część symulacji poświęcona była określeniu wpływu współczynnika przenikalności ciepła na przebieg procesu zamrażania skóry zewnętrzną kriosondą. Wykonany model odzwierciedlał wiernie budowę tkanki skórnej, jednak ze względów zbyt dużej złożoności obliczeń pominięto między innymi wymianę ciepła między skórą a otoczeniem oraz wahania temperatury kriosondy wynikające z charakterystyki jej pracy. Uśrednione zostały również parametry termofizyczne tkanki skórnej – tj. grubość, współczynniki perfuzji, ciepło metabolizmu. Skupiono się na dokładnym odwzorowaniu różnic między właściwościami termofizycznymi poszczególnych obszarów skóry. Wykresy 5-13 pokazują, że zróżnicowanie parametrów miało wpływ na rozkład temperatur. Symulacje pokazały istotny wpływ współczynnika przenikalności ciepła na głębokość zamrożenia. W praktycznych zastosowaniach oznacza to konieczność dobierania parametrów tj. czas kontaktu kriosondy i jej temperatura w zależności od segmentu ciała, na którym dokonywany jest zabieg.

Część druga symulacji polegała na zbadaniu wpływu cyklicznego działania kriosondą na skórę. Zbadano trzy sposoby realizacji cykli. Pierwszy z nich podawany był wcześniej w literaturze [3,13]. Drugi i trzeci zostały opracowane na potrzeby niniejszej pracy. Dla każdego przypadku rozkład temperatury jest bardziej równomierny, niż w przypadku ciągłego oddziaływania kriosondą. Najbardziej równomiernym polem temperatury, a co za tym idzie najbardziej korzystnym dla pacjenta, charakteryzuje się przebieg cosinusoidalny. Zaproponowane przebiegi wywołują zamierzone efekty, jednakże ich kształt wymaga optymalizacji.

Symulacja przepływu ciepła w tkance biologicznej jest zagadnieniem bardzo złożonym. W celu przyspieszenia obliczeń numerycznych stosuje się szereg uproszczeń. Istotnym jest, by założenia upraszczające nie wpływały znacząco na wyniki, a ewentualne skutki ich stosowania były znane. Dlatego też pomijane parametry należy wcześniej poddać analizie wrażliwości.

#### Literatura:

- [1] de Dear R., Arens E., Zhang H., Oguro M., Convective and radiative heat transfer coefficients for individual human body segment, Indoor Environmental Quality (IEQ), Center for the Built Environment, Center for Environmental Design Research, UC Berkeley, 1996.
- [2] Dziewoński M., Analiza numeryczna procesu zamrażania tkanki biologicznej, Praca doktorska, Politechnika Śląska w Gliwicach, Gliwice 2001.
- [3] Dziewoński M., Majchrzak E., Mochnacki B., Modelling of cyclic freezing process of the biological tissue using the BEM, 4<sup>th</sup> International Conference on Parallel Processing and Applied Mathematics, PPAM 2001, Workshop, Częstochowa, 47-52, 2001
- [4] Grądzki R., Wprowadzenie do Metody Elementów Skończonych, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2002.
- [5] Huang H., Chan C., Roemer R., Analytical solution of Pennes bioheat transfer equation with a blood vessel, Journal of Biomechanical Engineering, 116, 208-212, 1994.
- [6] Jasiński M., Modelowanie procesu nagrzewania tkanki biologicznej, Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska w Gliwicach, Gliwice 2001.
- [7] Kruglenko E., Gambin B., Modelowanie numeryczne obszaru nagrzewania oraz intensywności źródła ciepła w szczurzej wątróbce *in vivo* naświetlanej skoncentrowaną wiązką ultradźwiękową o niskiej mocy, Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk, 57. Otwarte Seminarium z Akustyki.
- [8] Kurazumi Y., Tsuchikawa T., Ishii J., Fukagawa K., Yamato Y., Matsubara N., Radiative and convective heat transfer coefficients of the human body in natural convection, Building and Environment 43 2142–2153, 2008.
- [9] Majchrzak E, Numerical modeling of bioheat transfer using the boundary element method, Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2, 36, 437-455, 1998.
- [10] Majchrzak E., Jasiński M., Numerical estimation of burn degree of skin tissue using the sensitivity analysis methods, Acta of Bioengineering and Biomechanics, Vol. 4, Suppl. 1, 464-465, 2002.
- [11] Majchrzak E., Modelowanie przepływu ciepła w organizmach żywych zastosowania w inżynierii biomedycznej, Katedra Wytrzymałości Materiałów i Metod Komputerowych Mechaniki, Politechnika Śląska w Gliwicach.

- [12] Majrzchak E., Mochnacki B., Dziewoński M., Jasiński M., Kałuża G., Modelowanie Numeryczne Przepływu Biociepla
- [13] Mochnacki B., Dziewoński M., Numerical analysis of cyclic freezing, Acta of Bioengineering and Biomechanics, Vol. 6, Suppl.1, 476-479, 2004
- [14] Mochnacki B., Majchrzak E., Numerical solution of bioheat transfer equation using the boundary element method, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2000, Barcelona, 11-14 Septemper 2000.
- [15] Paruch M., Zastosowanie metod identyfikacji w wybranych zagadnieniach przepływu biociepła, Rozprawa doktorska, Politechnika Śląska w Gliwicach, Gliwice 2005.
- [16] Shih T., Yuan P., Lin W., Kou H., Analytical analysis of the Pennes bioheat transfer equation with sinusoidal heat flux condition on skin surface, Medical Engineering & Physics 29 946–953, 2007.
- [17] Solomon E., Berg L., Martin D., Villee C., Biologia, MULTICO Oficyna Wydawnicza, Warszawa, 2000.
- [18] Taler J., Duda P., Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodnictwa ciepła, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2003.
- [19] Wiśniewski S., Wiśniewski T., Wymiana Ciepła, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1994.

## Źródła internetowe:

[20] http://www.metrum.com.pl/more,public,kriochirurgia,krio-1.txt,pl

- [21] http://www.comsol.com/
- [22] http://www.anic.pl/50-kriochirurgia

# Spis Rysunków

Rys. 1 Schemat budowy tkanki skórnej9
Rys. 3 Kształty kriosond [22]13
Rys. 2 Budowa tkanki skórnej [17]13
Rys. 4 Comsol Multiphysics [21]16
Rys. 5a Model 2D tkanki skórnej oraz przyłożonej kriosondy
Rys. 5b Model 3D tkanki skórnej oraz przyłożonej kriosondy18
Rys. 6 Warunki brzegowe – symetria osiowa19
Rys. 7 Warunki brzegowe – izolacja termiczna19
Rys. 8 Warunki brzegowe – nieciągłość strumienia ciepła
Rys. 9 Warunki brzegowe – ciągłość strumienia ciepła
Rys. 11 Rozkład temperatury 3D przy współczynniku przenikalności ciepła h=4,3 [W/(m²·K)]23
Rys. 10 Rozkład temperatury przy współczynniku przenikalności ciepła h=4,3 [W/(m²·K)]23
Rys. 12 Rozkład temperatury przy cyklicznym zamrażaniu T(t)=55cos(πt/30)- 238,15
Rys. 13 Rozkład temperatury przy cyklicznym zamrażaniu przebieg T(t) zgodnie z Wykresem 16
Rys. 14 Rozkład temperatury przy cyklicznym zamrażaniu przebieg T(t) zgodnie z Wykresem 17

# Spis tabel

Tabela 1. Wartości współczynnika przenikalności ciepła	21
Tabela 2. Głębokość zamrożenia w poszczególnych segmentach ciała	29

# Spis Wykresów

Wykres 1 Współczynnik przewodzenia ciepła – tkanka skórna	11
Wykres 2 Zastępcza pojemność cieplna naskórka	11
Wykres 3 Zastępcza pojemność cieplna skóry właściwej	11
Wykres 4 Zastępcza pojemność cieplna warstwy podskórnej	11

Wykres 5 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=4,3 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]
Wykres 7 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=4,0 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]
Wykres 6 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=3,8 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]
Wykres 8 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=3,6 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]
Wykres 9 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=3,9 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]
Wykres 11 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=4,2 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]27
Wykres 10 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=3,7 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]27
Wykres 12 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=4,8 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]28
Wykres 13 Temperatura [K] w osi obrotu (osi kriosondy) w funkcji odległości [m] od powierzchni skóry, h=7,3 [W/(m <sup>2</sup> ·K)]28
Wykres 14 Głębokość zamrożenia w funkcji współczynnika przenikalności ciepła h
Wykres 15 Przebieg funkcji cyklicznego zamrażania T(t)=55 $cos(\pi t/30)$ -238,1531
Wykres 16 Przebieg funkcji cyklicznego zamrażania – propozycja 1
Wykres 17 Przebieg funkcji cyklicznego zamrażania – propozycja 2
Wykres 18 Temperatura [°C] w funkcji czasu [s] w punkcie P <sub>2</sub> (zamrażanie cykliczne T(t)=55cos( $\pi$ t/30)-238,15)34
Wykres 19 Temperatura [°C] w funkcji czasu [s] w punkcie P <sub>2</sub> (zamrażanie cykliczne – T(t) zgodnie z Wykresem 16)
Wykres 20 Temperatura [°C] w funkcji czasu [s] w punkcie P <sub>2</sub> (zamrażanie cykliczne – T(t) zgodnie z Wykresem 17)

#### Streszczenie

Celem pracy było przeanalizowanie działania zewnętrznej kriosondy walcowej na tkankę skórną, z wyróżnieniem jej trzech podobszarów. Na wykonanym modelu zadane zostały odpowiednie warunki początkowo-brzegowe. Dla uproszczenia obliczeń przyjęto symetrię osiową modelu – symulacje przeprowadzane były tylko dla półprzekroju. Obliczenia prowadzone były w programie COMSOL Multiphysics, z wykorzystaniem modułu Bioheat Transfer.

W pierwszej części pracy przedstawiona została teoria dotycząca przepływu ciepła, w ogólnych przypadkach oraz w przypadku tkanki biologicznej, warunków brzegowych i początkowych, budowy i charakterystyki termofizycznej tkanki skórnej, jak również podstawowe założenia obliczeń z wykorzystaniem Metody Elementów Skończonych.

W drugiej części zostały zaprezentowane wyniki obliczeń, wraz z ich graficzną prezentacją, dotyczące wpływu współczynnika przenikalności cieplnej oraz cyklicznego zamrażania na rozkład temperatury w tkance skórnej.

Na końcu przedstawiona została interpretacja wyników i wnioski z nich wypływające.

### Abstract

The aim of this study was to analyze the effect of using the outside cylindrical cryoprobe on the skin. The skin was divided into three areas. On the model was put initial-boundaries condition. To make the calculation easier model was treated as axial symmetrical. All calculations were carried out in COMSOL Multiphysics containing Bioheat Transfer Module.

In the first part of study were presented the theory of heat flow, in general cases and in the case of biological tissue, initial-boundary conditions, the construction and thermophysical properties of skin and the basic assumptions of the calculation using Finite Element Method.

In the second part were presented the calculation results, with their graphic presentation, about the effect of heat flux coefficient and cyclic freezing on the temperature distribution in skin tissue.

The interpretation of the results and the conlusions were presented at the end.