

Politechnika Poznańska



Wydział: BMiZ

Inżynieria biomedyczna

Grupa I

Semestr VI

Modelowanie i symulacja zagadnień biomedycznych

Prowadzący:

dr hab. T. Strępek, prof. nadzw.

wykonali:

Bolesław Jabłoński

Michał Marszał

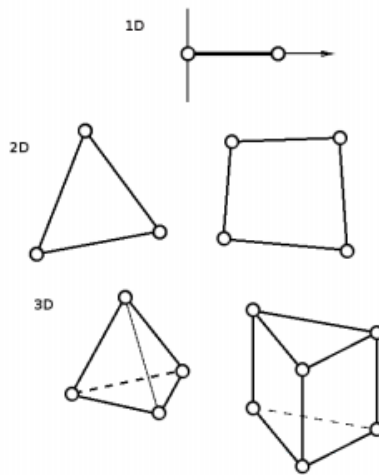
Wiktor Tomaszewski

Spis treści

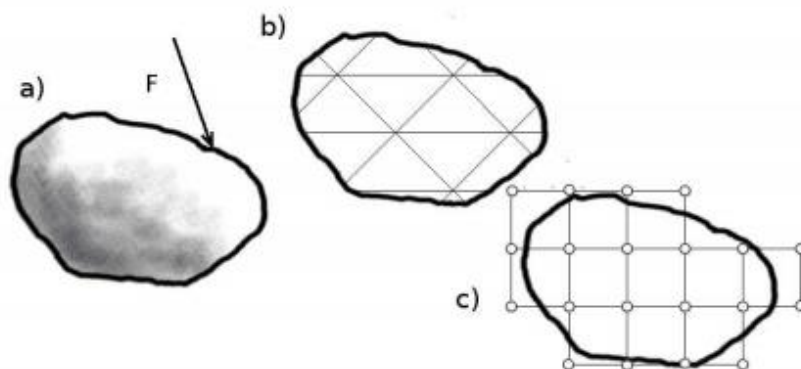
1. Element Skończony	3
2. Cel i obiekt przeprowadzonych badań	4
3. Materiały	5
4. Równania które zostały wykorzystane podczas obliczeń w programie COMSOL Multiphysics w celu policzenia ściskania, gięcia, wyboczenia oraz częstotliwości własnych.	8
5. Geometria – miejsca utwierdzenia i przyłożenia sił	8
6. Badania nacisku na powierzchni – wpływ wybranego materiału na występujące naprężenia i odkształcenia badanych elementów.	10
7. Badanie wpływu momentu gnącego 1200Nm na konstrukcje – wpływ jakości wybranej siatki na wartości i rozkład naprężeń oraz przemieszczenie konstrukcji.	15
8. Badanie wyboczenia konstrukcji – wpływ miejsca przyłożenia siły na wartość „Critical load factor”	21
9. Badanie częstości – wpływ wykorzystania różnych materiałów na wyniki pomiaru.....	25

1. Element Skończony

Element skończony jest prostą figurą geometryczną (płaską lub przestrzenną), dla której określone zostały wyróżnione punkty zwane węzłami, oraz pewne funkcje interpolacyjne służące do opisu rozkładu analizowanej wielkości w jego wnętrzu i na jego bokach. Funkcje te nazywa się funkcjami węzłowymi, bądź funkcjami kształtu. Węzły znajdują się w wierzchołkach elementu skończonego, ale mogą być również umieszczone na jego bokach i w jego wnętrzu. Jeżeli węzły znajdują się tylko w wierzchołkach, to element skończony jest nazywany elementem liniowym (ponieważ funkcje interpolacyjne są wtedy liniowe). W pozostałych przypadkach mamy do czynienia z elementami wyższych rzędów. Rząd elementu jest zawsze równy rzędowi funkcji interpolacyjnych (funkcji kształtu). Liczba funkcji kształtu w pojedynczym elemencie skończonym jest równa liczbie jego węzłów. Funkcje kształtu są zawsze tak zbudowane, aby w węzłach których dotyczą ich wartości wynosiły jeden, a pozostałych węzłach przyjmowały wartość zero.



Rysunek 1 Przykłady elementów skończonych w przestrzeniach 1-, 2-, i 3- wymiarowej.



Rysunek 2 Przykład dyskretyzacji modelu ciągłego, a) model ciągły, b) model dyskretny idealny, c) model dyskretny numeryczny.

Adaptacyjna metoda elementów skończonych.

Biorąc pod uwagę sposób w jaki szacujemy błąd aproksymacji istnieje możliwość zwiększenia precyzji metody przez zmniejszanie rozmiarów elementów skończonych i podnoszenie stopnia aproksymacji. Oczywiście wiąże się to z większym zapotrzebowaniem na moc obliczeniową – rozwiązaniem jest oparcie się na znajomości zjawiska i wprowadzenie tych zmian lokalnie, w miejscach w których szczególnie zależy nam na zminimalizowaniu błędu.

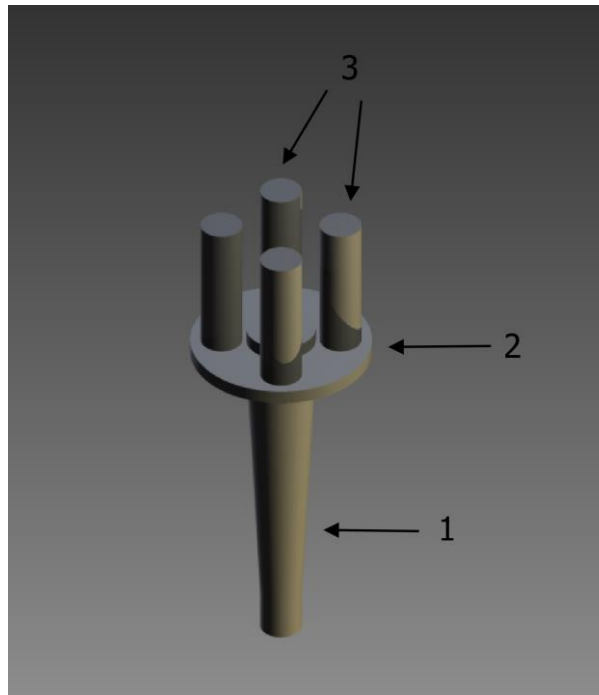
Etapy realizacji symulacji

Pierwszym krokiem jest wybór bądź stworzenie modelu matematycznego zjawiska. Model taki jest następnie przekształcany w model numeryczny – równania różniczkowe przekształcane są do postaci całkowej lub wariacyjnej, wybierane są techniki szacowania błędu. Następnym krokiem jest wybór algorytmów które posłużą do rozwiązywania układów równań, całkowania numerycznego, dyskretyzacji czasowej itp. Mając model numeryczny i algorytmny można przejść do implementacji – wyboru struktur danych, sposobu realizacji, analizy architektury systemu komputerowego. Problem zostaje wymodelowany geometrycznie, zaprojektowana i nałożona zostaje siatka (istotny jest tutaj wybór kształtu elementu skończonego). Utworzony układ równań liniowych zostaje rozwiązany, a wyniki prezentowane są (najczęściej) w formie graficznej.

2. Cel i obiekt przeprowadzonych badań

Obiektem, który poddaliśmy serii symulacji w środowisku programu Comsol, jest część ortozy kończyny dolnej dla pacjentów z urazami podudzia. Naszym celem poza wykazaniem istotnych cech programu, wpływu zmienianych parametrów na wyniki oraz udokumentowaniem możliwości metody elementów skończonych, było wyliczenie dopuszczalnych naprężeń dla wybranych grup materiałów, które przypuszczalnie mogłyby być zastosowane przy produkcji ortez oraz wybranie najbezpieczniejszego i najekonomiczniejszego rozwiązania. Po wstępnej analizie wybrano dwie grupy materiałów: polimery i metale nieżelazne. Kolejnym kryterium była gęstość wykorzystanych materiałów i po uwzględnieniu powyższych trzech zmiennych zdecydowano o zaimplementowaniu stopu Al 7075 oraz PET. Zamieszczona w kolejnych punktach geometria jest wycinkiem bardziej złożonej konstrukcji, której zadaniem jest przenosić obciążenia jakie powstają w trakcie chodu bezpośrednio na obręcz miedniczą, pomijając uszkodzone struktury podudzia. Trzon główny (1) stanowi miejsce mocowania stopy protezowej lub elementu magazynującego energię kinetyczną. Łącznik (2) jest krytycznym punktem konstrukcji, który z czterech czopów montażowych przekazuje działające siły na część główną, samemu będąc trwale utwierdzonym co w efekcie wywołuje koncentracje naprężeń wynikających z ściskania i zginania w jednym i więcej kierunkach. Czopy montażowe (3), stanowią uproszczenie kratownicy stanowiącej podporę dla pacjenta, a każda z przyłożonych w kolejnych etapach pracy sił została dobrana z uwzględnieniem skrócenia ramienia dźwigni występującej w pełnej konstrukcji ortozy. W efekcie przeprowadzonych prac zdecydowano o wykorzystaniu

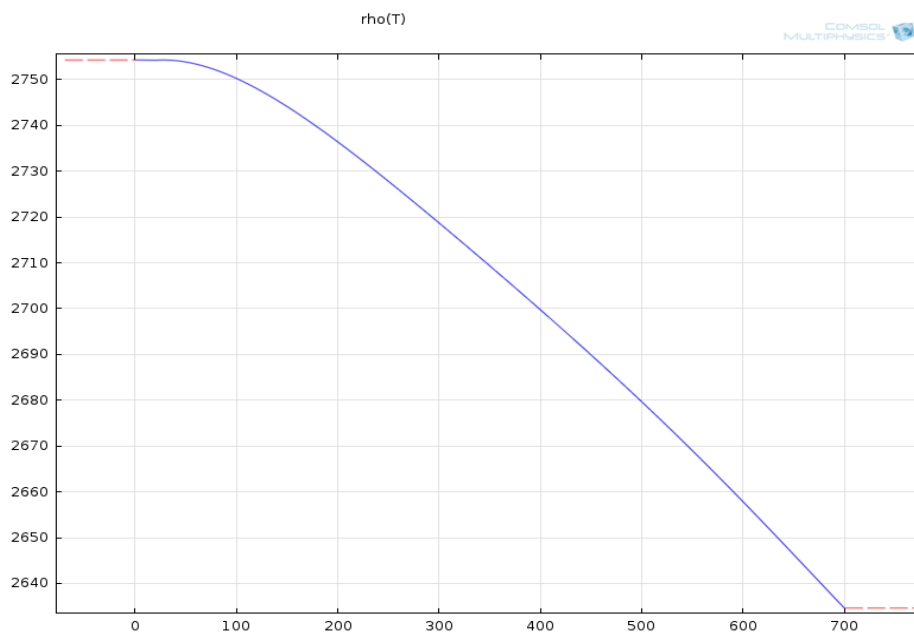
stopu glinu jako materiału o wystarczających parametrach wytrzymałościowych zapewniając pacjentom trwałość i bezpieczeństwo użytkowania.



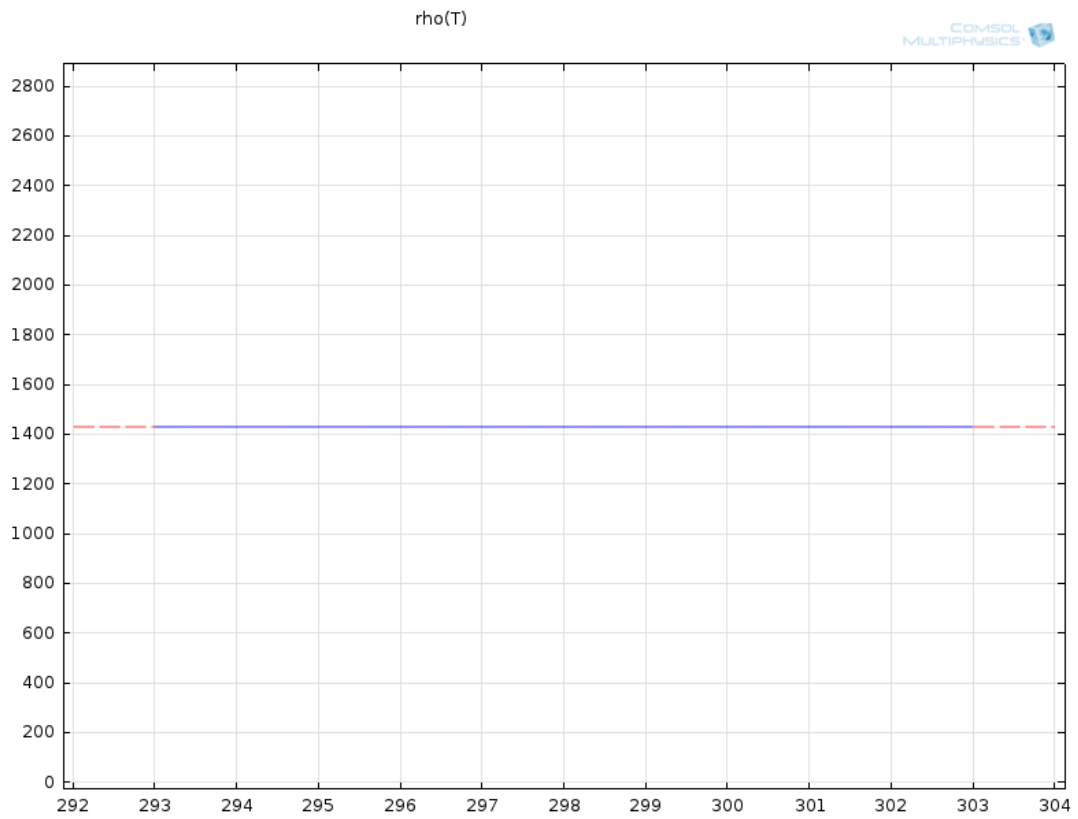
Rysunek 3 Badana część ortezy.

3. Materiały

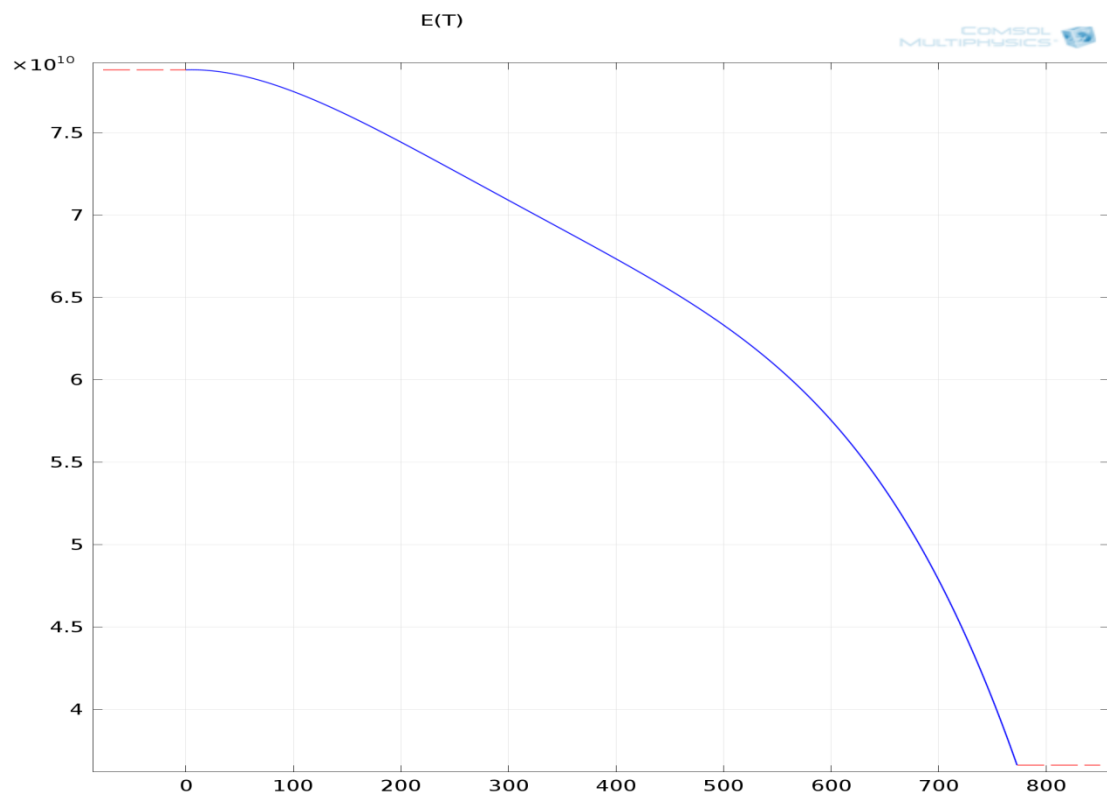
Wykorzystane przez nas materiały to stop Al 7075 oraz tworzywo sztuczne PET. Na wykresach poniżej zostaną przedstawione takie właściwości tych materiałów jak: gęstość, moduł Younga oraz liczba Poissona zależne od temperatury.



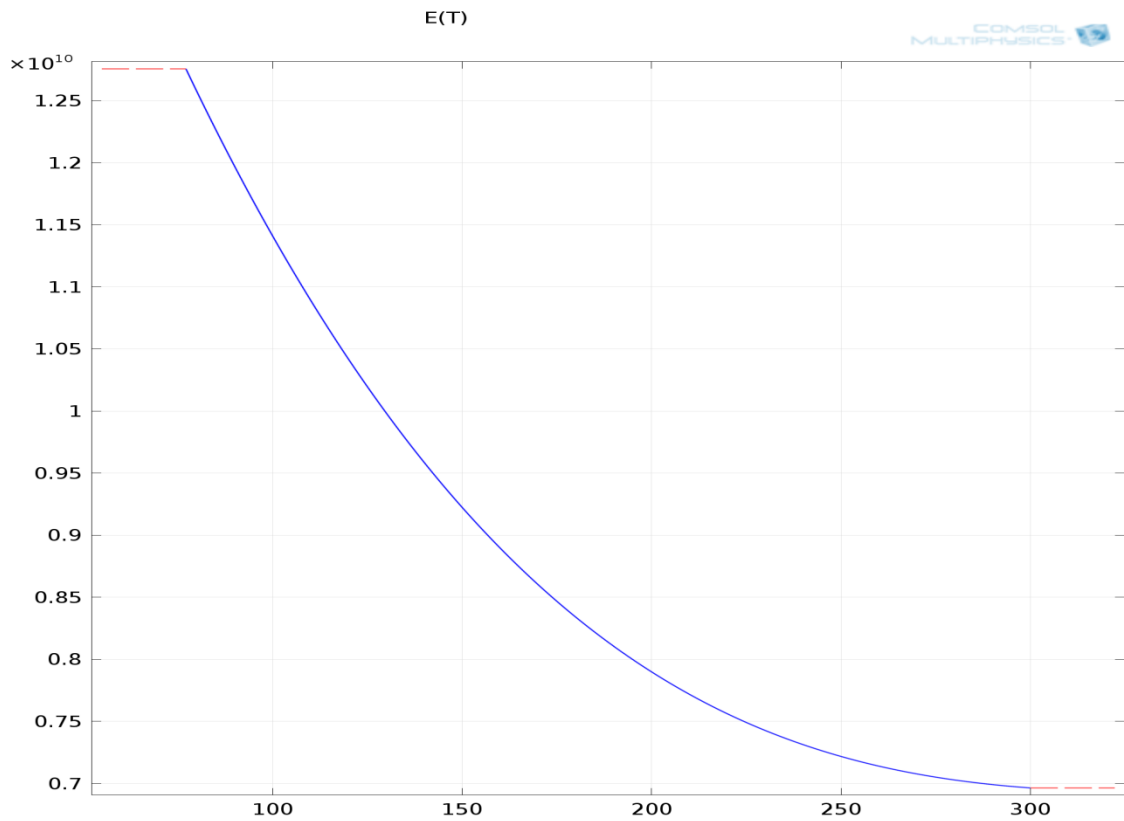
Rysunek 4 Aluminium 7075 T6 o gęstości wyrażonej w [kg/m^3] od temperatury [K]



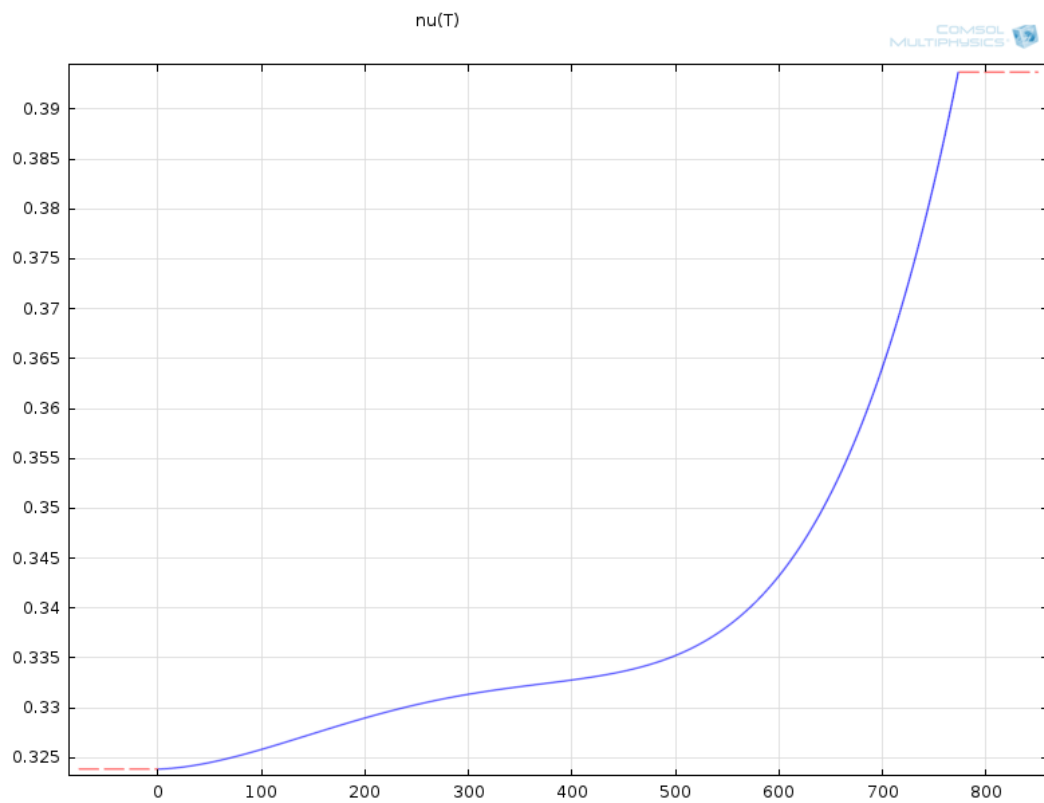
Rysunek 5 PET o gęstości wyrażonej w [kg/m³] od temperatury [K]



Rysunek 6 Moduł Younga [N/m²] aluminium 7075 T6 w zależności od temperatury [K]



Rysunek 7 Moduł Younga [N/m²] PET w zależności od temperatury [K]



Rysunek 8 Liczba Poissona w zależności od temperatury [K]

Liczba Poissona materiału PET została ustalona na poziomie 0,4.

4. Równania które zostały wykorzystane podczas obliczeń w programie COMSOL Multiphysics w celu policzenia ściskania, gięcia, wyboczenia oraz częstotliwości własnych.

a) Symulacje wyboczenia (Linear buckling), gięcia oraz ściskania zostały przeprowadzone według następującego równania:

$$-\nabla \cdot \sigma = Fv$$

$$\sigma \cdot n = F_A$$

$$F_A = \frac{F_{tot}}{A}$$

b) Częstotliwości własne (Eigenfrequency):

$$-\rho\omega^2 u - \nabla \cdot \sigma = Fv, -i\omega = \lambda$$

Na wartość λ składa się częstotliwość f oraz częstotliwość kątowna ω w wyniku czego powstaje równanie $\lambda = i2\pi f = i\omega$.

5. Geometria – miejsca utwierdzenia i przyłożenia sił

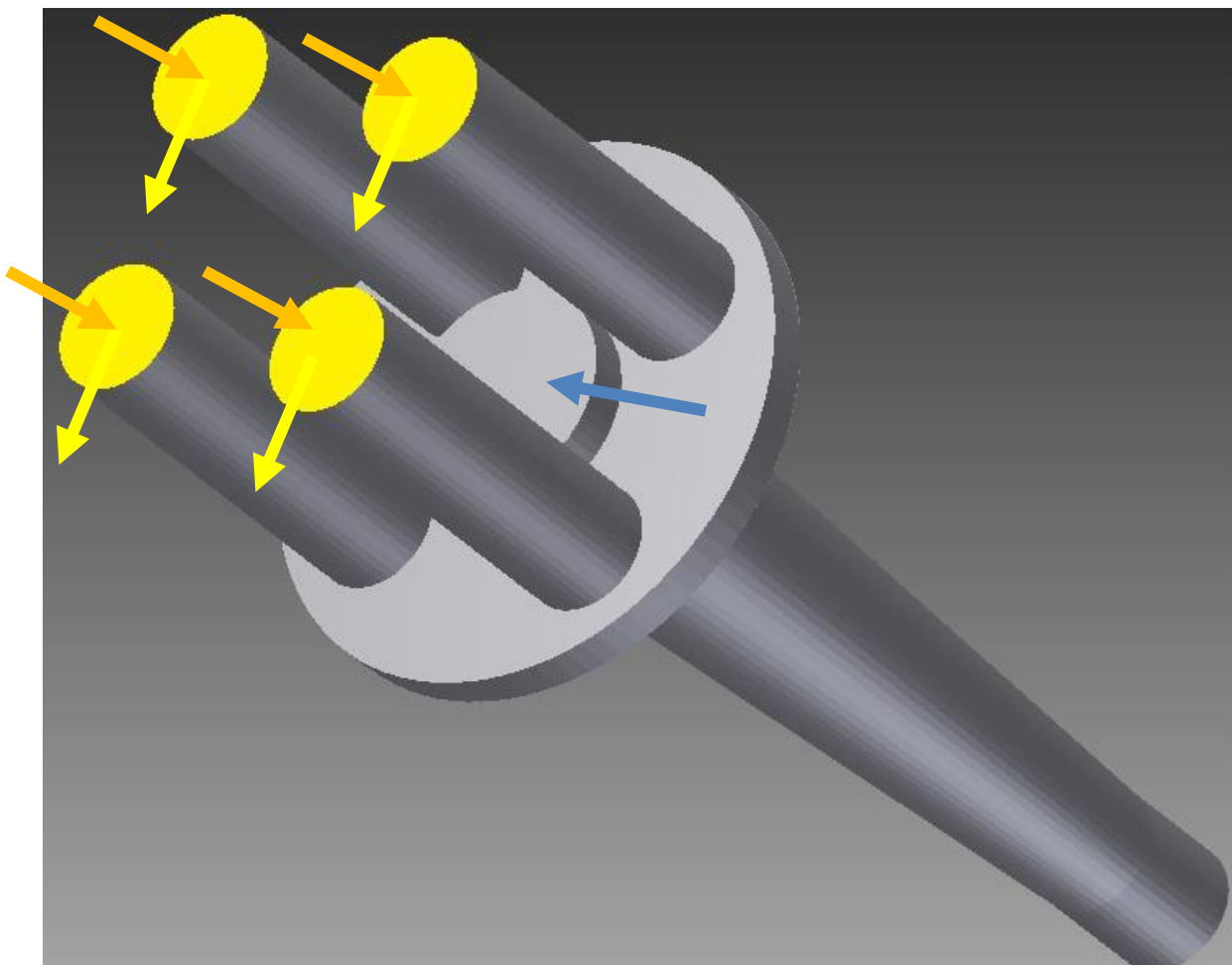
Obiekt jest sześćcioelementową konstrukcją składającą się z czterech ściętych pod kątem walców (miejsca przyłożenia sił), podpory głównej (miejsce utwierdzenia) i spłaszczonego walca stanowiącego łącznik dla wszystkich elementów. W celu przeprowadzenia obliczeń i wprowadzenia geometrii do programu Comsol posłużyliśmy się siatką obiektu, co dało efekt przedmiotu jednobryłowego. Siatka została utworzona z 20901 elementów.

Za miejsce utwierdzenia przyjęliśmy powierzchnie zaznaczone na poniższym rysunku czerwoną obwiednią. Są to: podstawa podpory głównej i jej powierzchnie boczne do momentu przegięcia – miejsce to stanowi punkt kumulacji naprężeń w przypadku zginania konstrukcji.



Rysunek 9. Geometria z oznaczeniem miejsca utwierdzenia

Miejsca przyłożenia sił zostały oznaczone kolorem żółtym. Jest to powierzchnia na którą działaliśmy siłą wyrażoną w niutonach [N], określoną jako całkowita przyłożona siła. Zwrot oraz wartość wektorów siły ulegały zmianie w zależności od badanych parametrów. Wszystkie elementy ze względu na dopasowanie przekazują siły bezpośrednio; nie występują tu luzy konstrukcyjne.

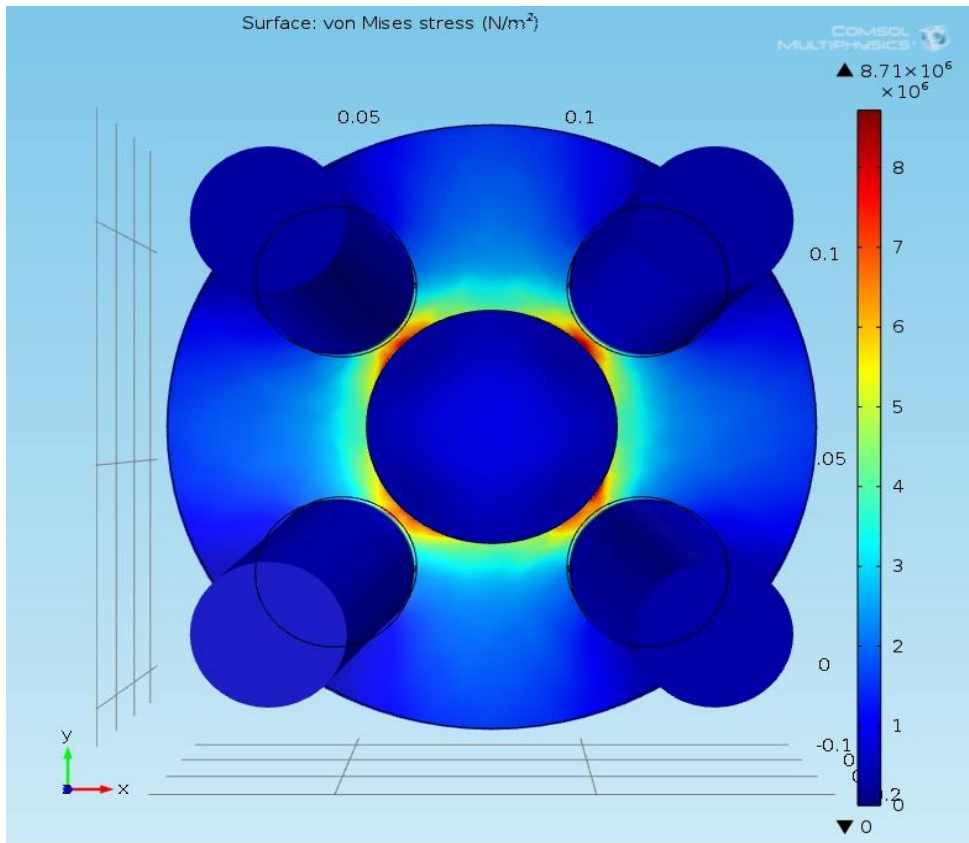


Rysunek 10. Geometria z oznaczeniem powierzchni przyłożenia sił

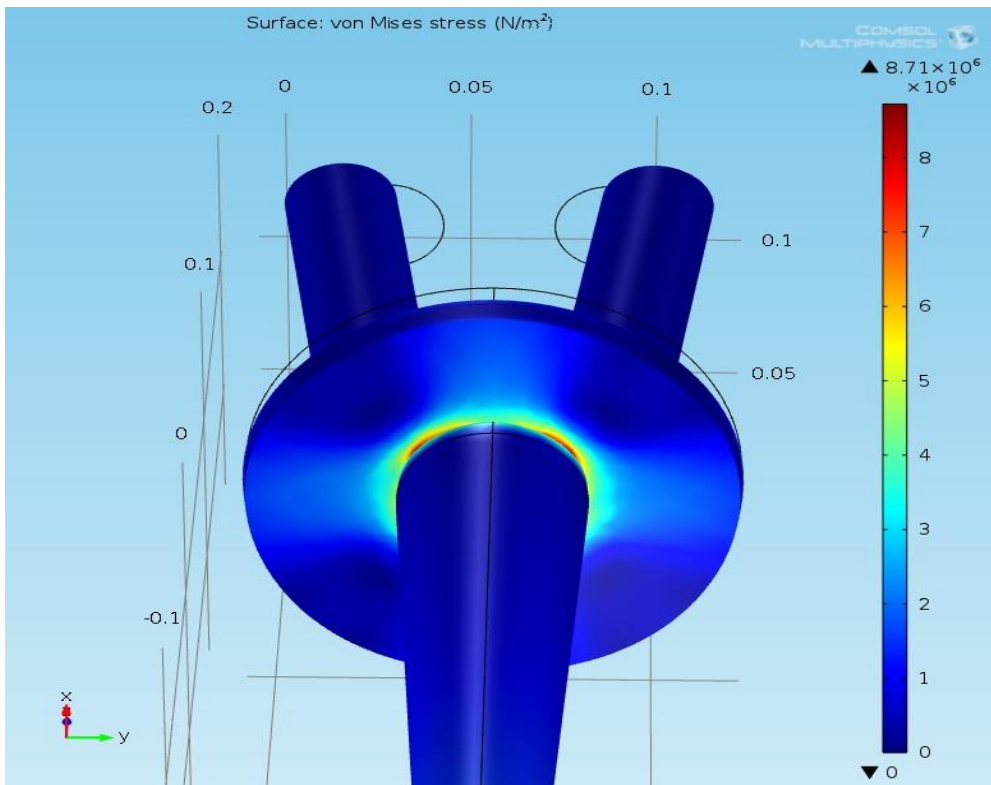
6. Badania nacisku na powierzchni – wpływ wybranego materiału na występujące naprężenia i odkształcenia badanych elementów.

Na przedstawioną w poprzednim punkcie konstrukcję działaliśmy siłą 1200N skierowaną prostopadle do powierzchni przyłożenia siły o zwrocie powodującym ściskanie. Badaliśmy rozkład, wartość i zmianę naprężeń von Missesa oraz przemieszczenia poszczególnych punktów konstrukcji. Wykorzystane przez nas materiały to stop Al 7075 oraz tworzywo sztuczne PET. Taki dobór materiałów o dużych różnicach w module Younga, współczynniku Poissona, pozwala najlepiej zobrazować jaki wpływ na wyniki poza geometrią mają dobrane materiały i jak ważny jest fakt dostatecznego scharakteryzowania właściwości materiału.

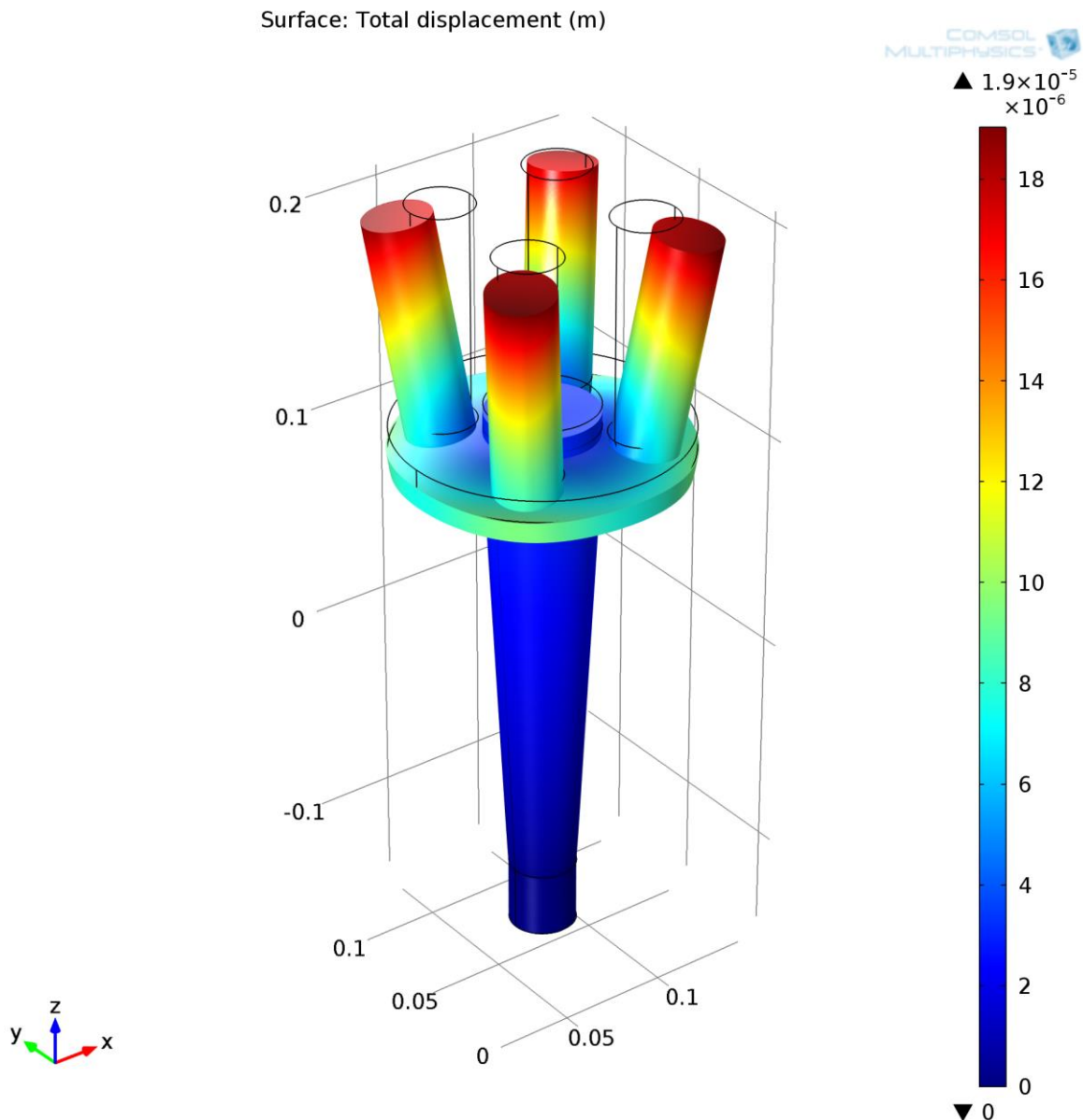
- a) Poniżej przedstawione zostały wyniki badania materiału aluminiowego, widać na nich wartości i miejsce występowania skrajnie wysokich wartości – 8,71 MPa, które i tak nie przekraczają granicy uplastycznienia stopu. Przemieszczenie w miejscach przyłożenia siły wynosi 0,02 mm, co stanowi wartość akceptowalną pod względem wytrzymałościowym konstrukcji.



Rysunek 11 Rozkład naprężeń oś X/Y - Al 7075



Rysunek 12 Rozkład naprężeń widok izometryczny - Al 7075



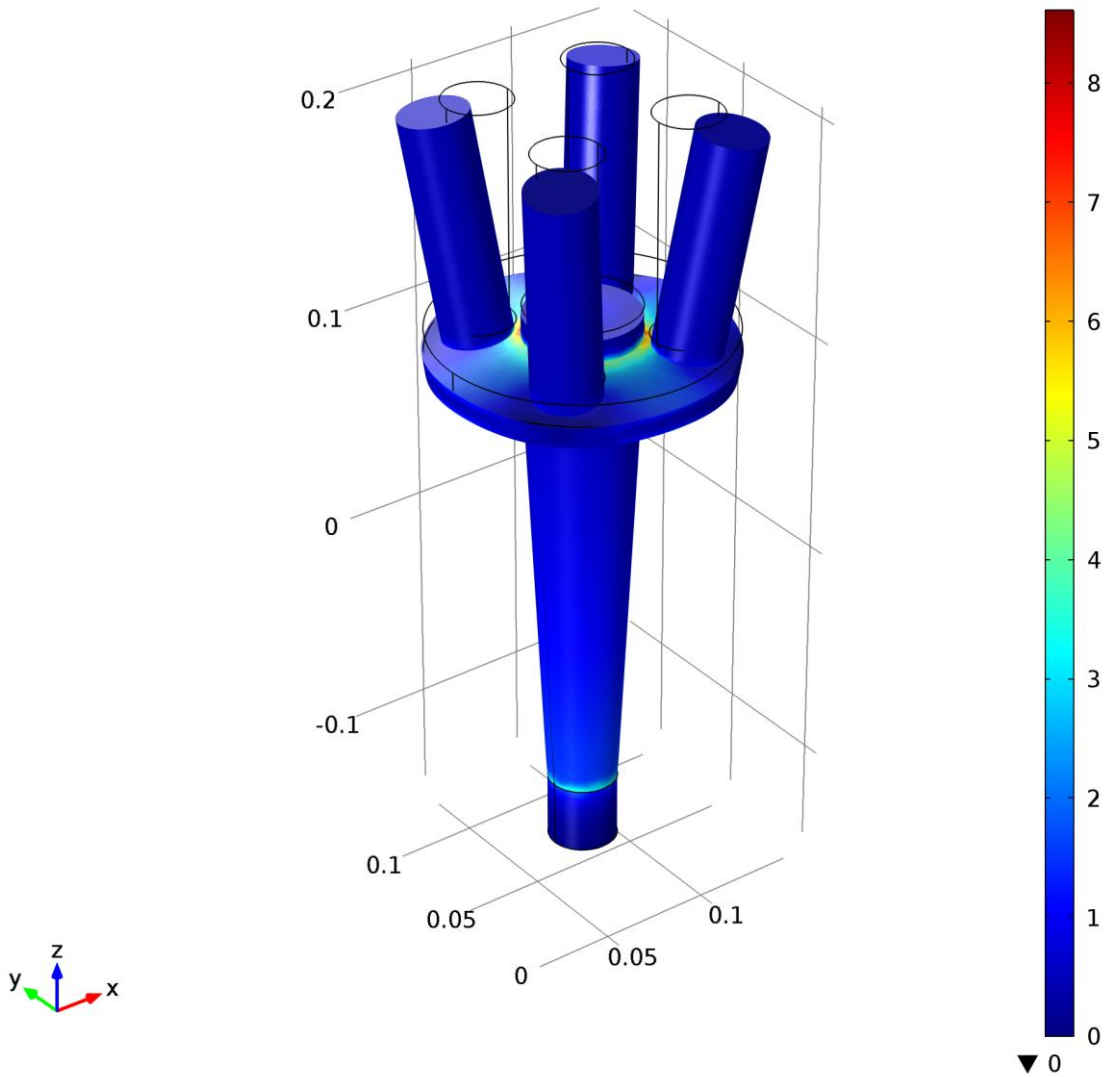
Rysunek 13. Przesunięcia widok izometryczny - Al 7075

- b) Drugim z badanych materiałów było tworzywo PET. Na konstrukcję działaliśmy analogicznymi siłami jak w przypadku Al 7075. Tworzywo PET charakteryzuje się o rząd wielkości niższą wartością modułu Younga, natomiast współczynnik Poissona jest większy o 25%. Wyniki ponownie przedstawiono poniżej w formie grafik. Warto zauważyć, że wartość przemieszczeń wynosząca 0,181 mm jest wartością o rząd większą w porównaniu do materiału metalicznego.

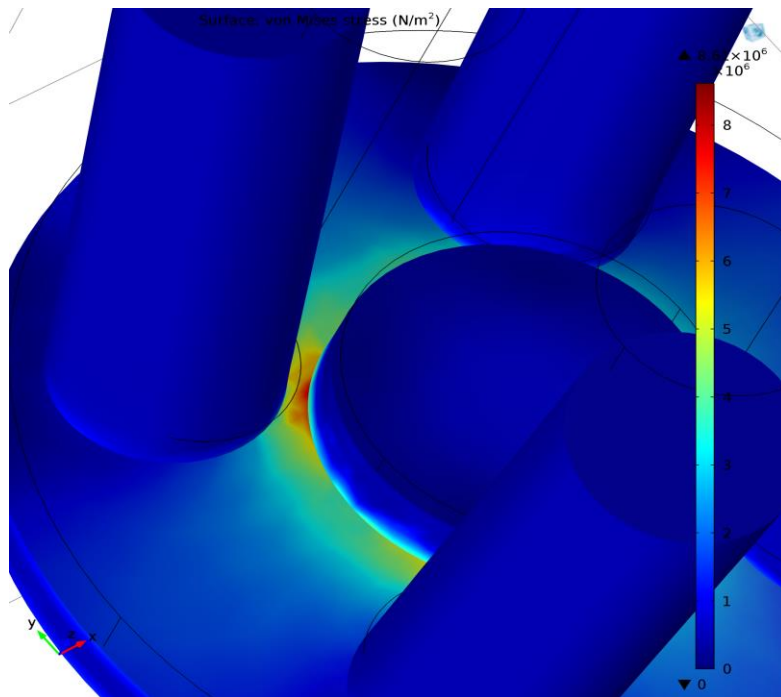
Surface: von Mises stress (N/m²)

COMSOL
MULTIPHYSICS

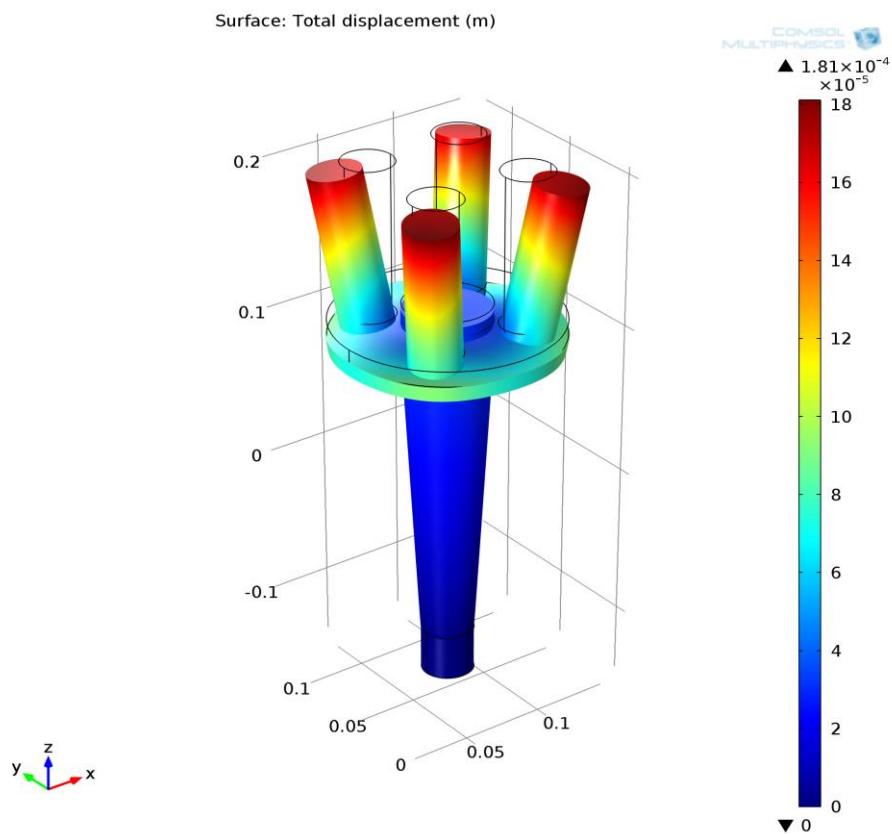
▲ 8.61×10^6
 $\times 10^6$



Rysunek 14. Rozkład naprężeń widok izometryczny - PET



Rysunek 15. Rozkład naprężeń widok izometryczny w powiększeniu - PET



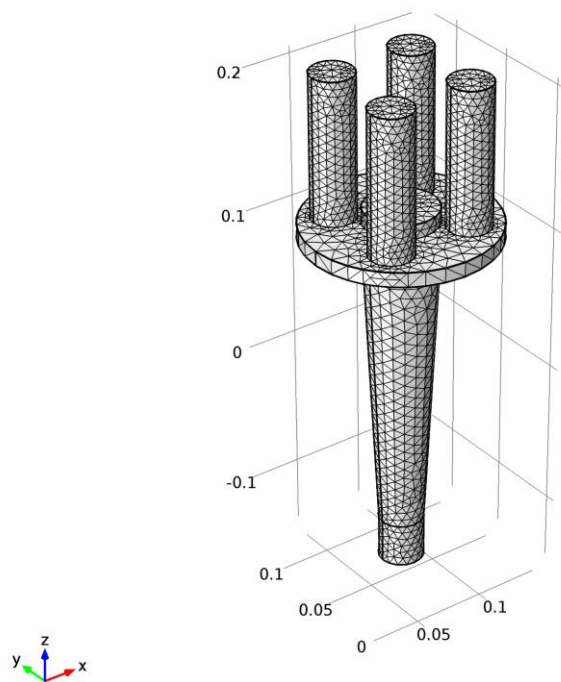
Rysunek 16. Przemieszczenia w widoku izometrycznym - PET

Wnioski: Jak widać na podstawie powyższych obliczeń, miejsca występowania naprężeń krytycznych są analogiczne, podobnie jak ich wartość; można więc stwierdzić że dobór materiału ma niewielki wpływ na te cechy konstrukcji. Zupełnie inaczej wygląda zależność wielkości odkształceń od zaimplementowanego materiału. Duży wpływ ma tutaj moduł Younga, który stanowi w dużej mierze o podatność materiału na liniowe odkształcanie w zakresie sprężystym. Na podstawie tej informacji oraz wykonanych obliczeń wnioskujemy, że im mniejszy jest moduł Younga tym większe są odkształcenia przy przyłożeniu takiej samej siły do konstrukcji wykonanej z materiałów o różnych wartościach tego współczynnika. W naszym przypadku o rząd wielkości bardziej odkształciła się geometria wykonana z PET, którego moduł Younga również jest o rząd wielkości mniejszy niż stopu glinu.

7. Badanie wpływu momentu gnącego 1200Nm na konstrukcje – wpływ jakości wybranej siatki na wartości i rozkład naprężeń oraz przemieszczenie konstrukcji.

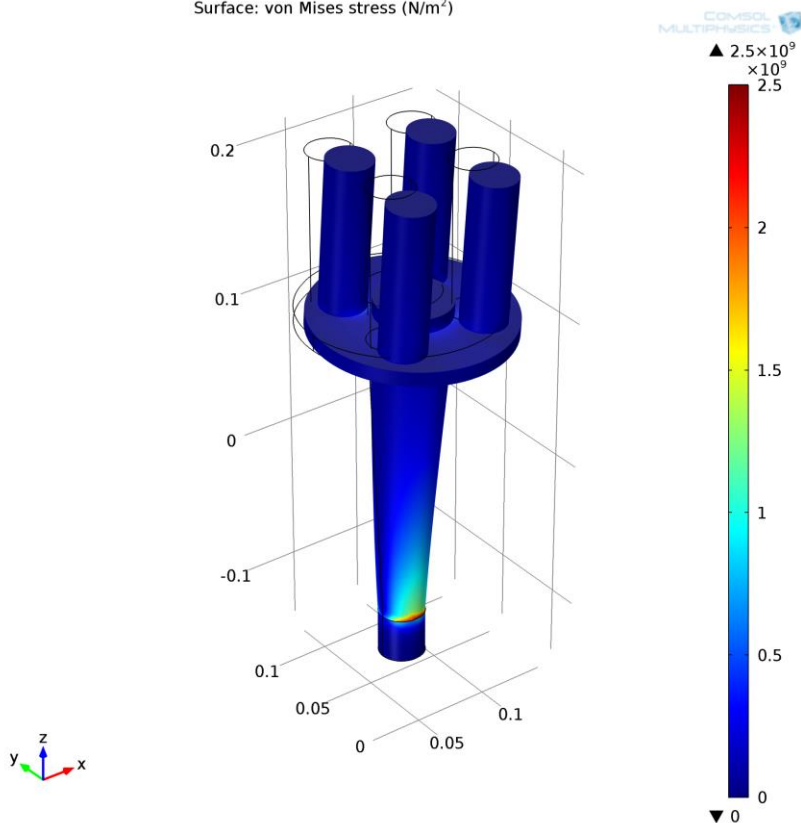
Siła tnąca 12000N została przyłożona na płaszczyźnie czopów oddalonych od łącznika o 0,1m. Wynika z tego, że na miejsce łączenia się elementów działał już moment gnący o wartości 1200Nm. W tym punkcie założyliśmy badanie jednego, wybranego materiału o lepszych właściwościach wytrzymałościowych. Kluczowym elementem było wybranie i nałożenie na obiekt dwóch rodzajów siatek określanych w programie Comsol: Coarser – gorsza siatka oraz Finer – siatka lepszej jakości (pomiędzy tymi typami siatki występuje różnica pięciu poziomów). W tym kroku pozostałe parametry, czyli utwierdzenie, miejsce przyłożenia sił, wybrany materiał, wartość, kierunek i zwrot siły pozostają stałe.

- a) Siatka o większym zagęszczeniu elementów skończonych – w naszym przypadku, kiedy rozpatrujemy przypadek bryły 3D, elementami tymi są czworościany. W wyniku przeprowadzonych obliczeń stwierdzamy, że przy dużym zagęszczeniu siatki, uzyskane wartości naprężeń są mocno skumulowane wokół punktu krytycznego konstrukcji, a ich wartość jest bliższa faktycznie występującym w przedmiocie. Przy działaniu założonych przez nas sił, wartość naprężenia krytycznego wynosi 2,5 GPa co znacznie przekracza wytrzymałość stopu Al 7075. Przemieszczenie skrajnie położonych punktów wyniosło, aż 0,02m.

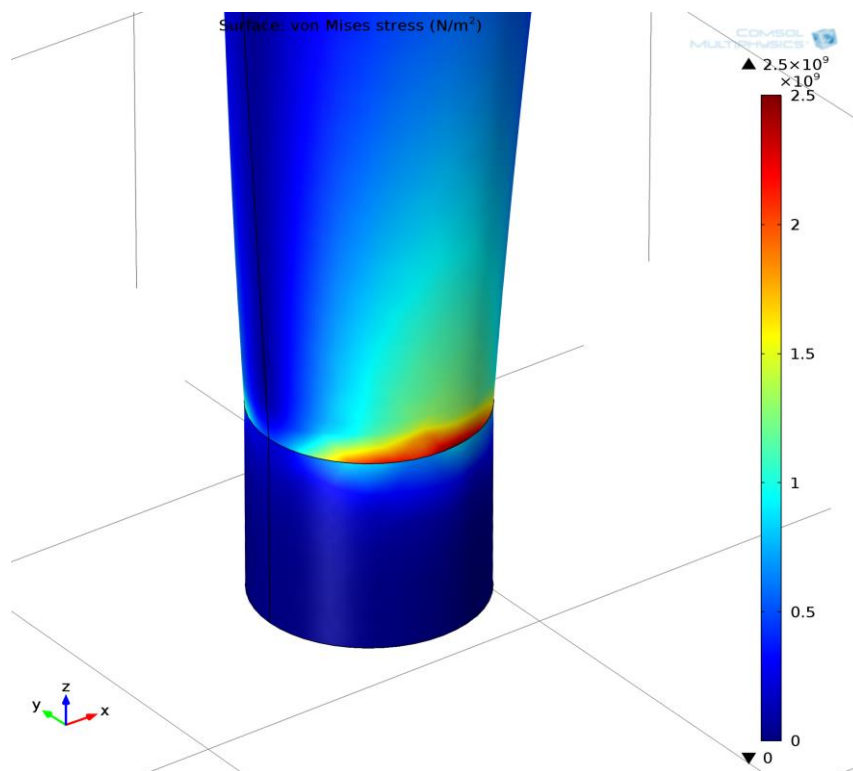


Rysunek 17 Model z nałożoną siatką o liczbie 20901 elementów.

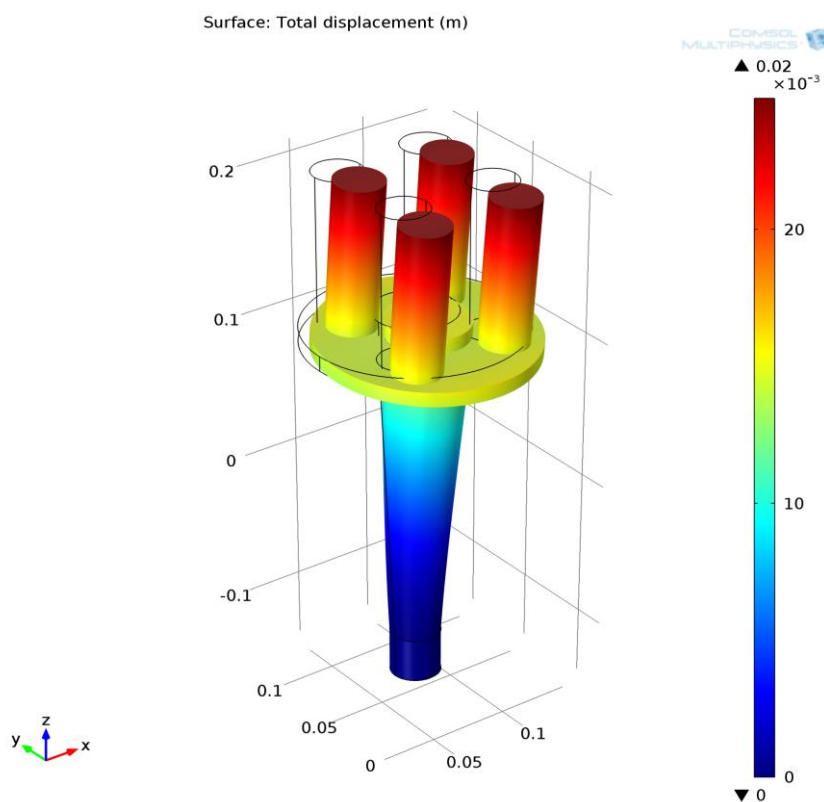
Surface: von Mises stress (N/m²)



Rysunek 18. Rozkład naprężeń podczas gięcia; siatka dokładna – Al 7075

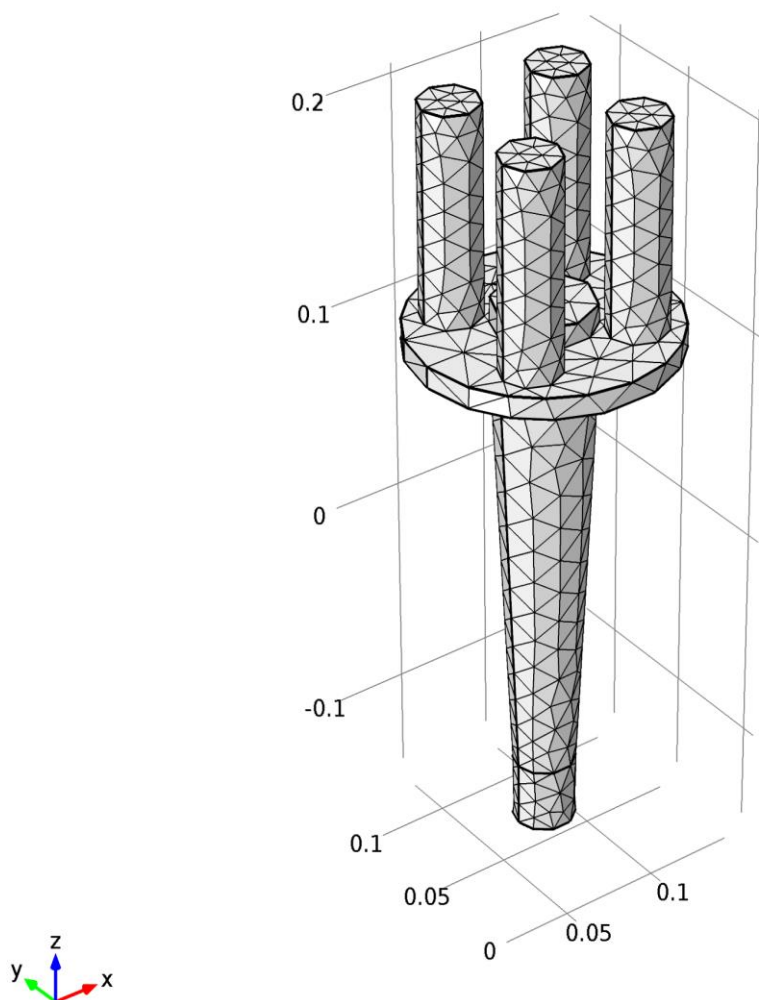


Rysunek 19. Rozkład naprężeń podczas gięcia przybliżenie, siatka dokładna – Al 7075

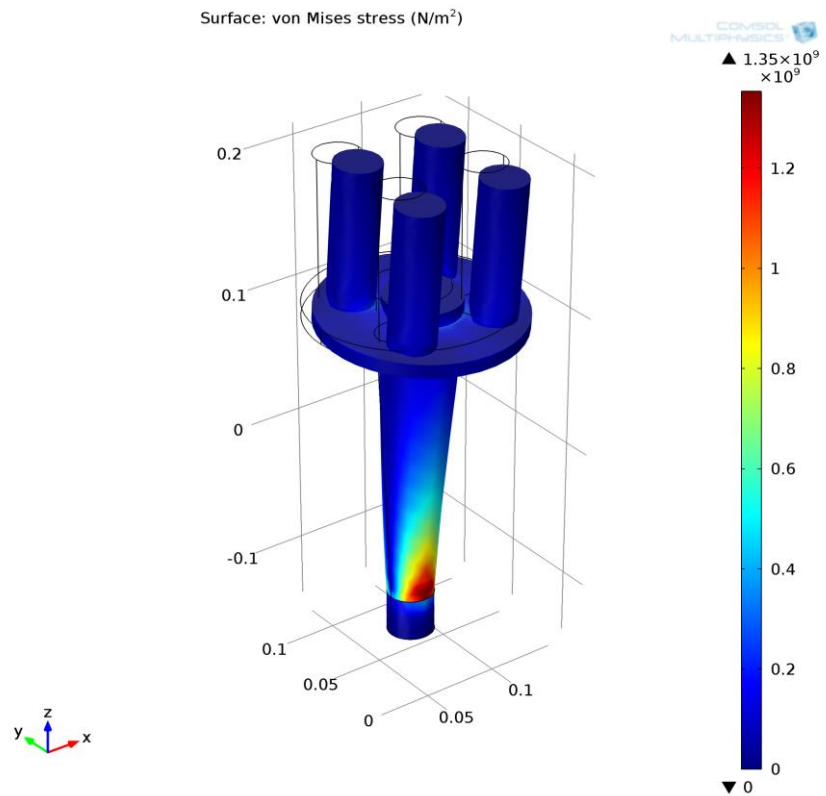


Rysunek 20. Rozkład przemieszczeń podczas gięcia, siatka dokładna – Al 7075

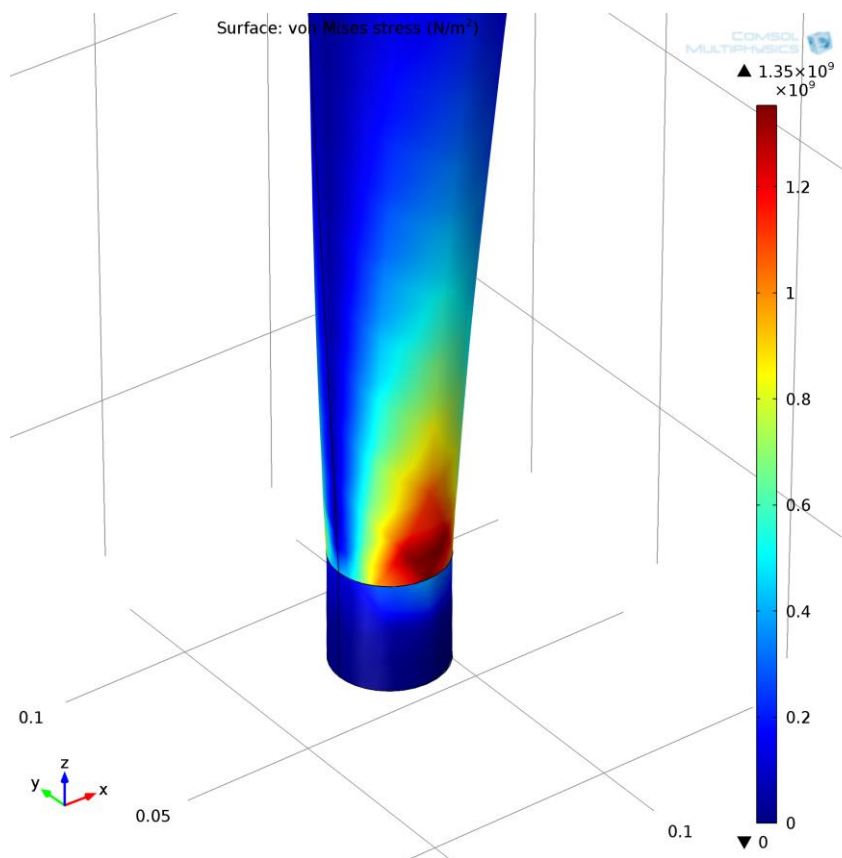
- b) W celu uzyskania wartościowych wyników dotyczących wpływu rodzaju siatki na rozkład i wartości naprężeń w badanej konstrukcji, wykorzystaliśmy rzadszy podział elementów skończonych. W dziewięciostopniowej skali wyznaczonej przez program gorsza siatka jest na poziomie 3, natomiast lepsza wykorzystana poprzednio 7. W toku przeprowadzonych obliczeń zauważamy, że rozkład powstałych naprężeń obejmuje znaczną część konstrukcji, a jej wartość odbiega od faktycznego stanu. Przemieszczenia natomiast w naszym przypadku są w dużej mierze nie zależne od gęstości utworzonej siatki.



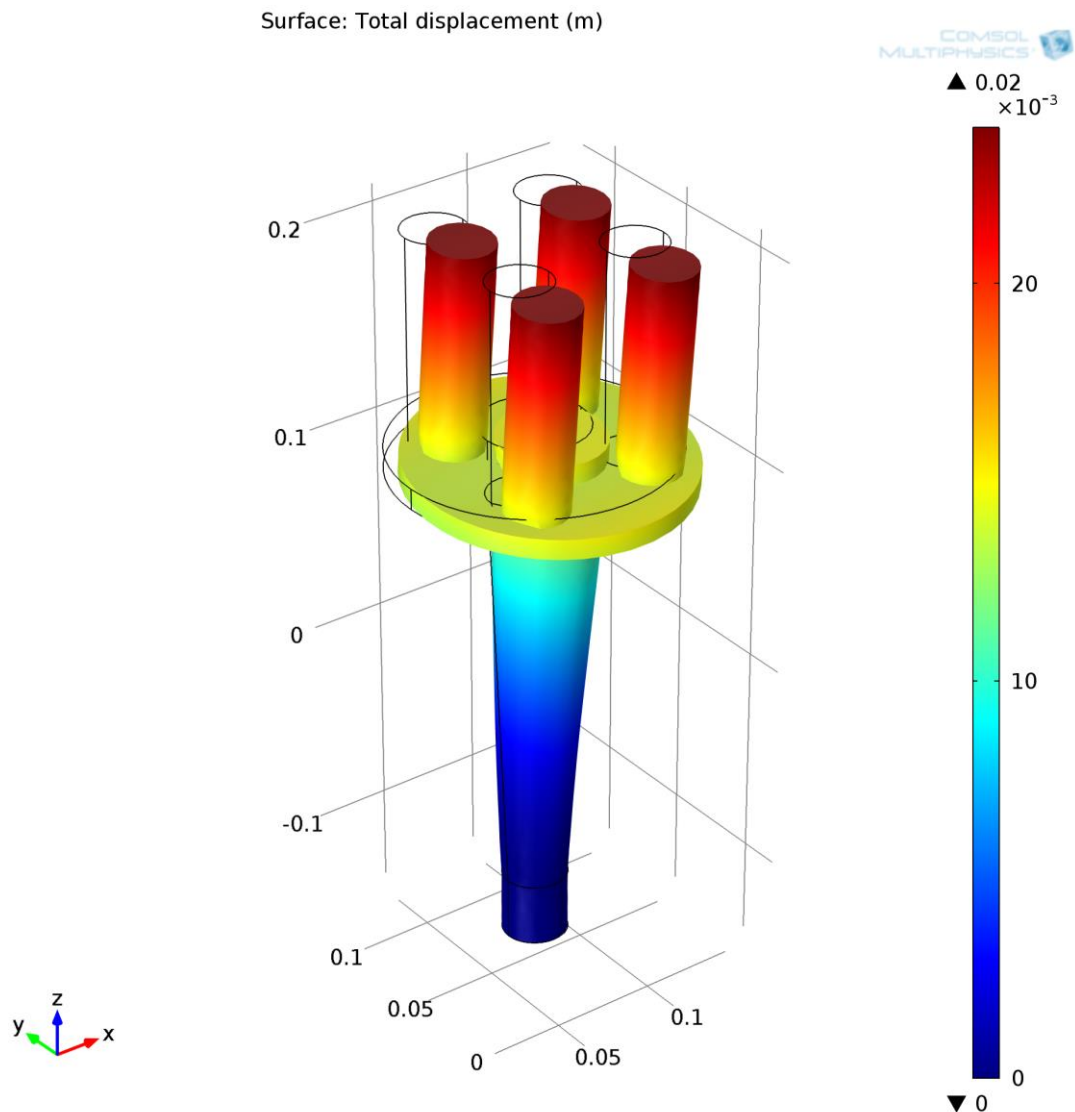
Rysunek 21 Model z nałożoną siatką o liczbie 2031 elementów.



Rysunek 22. Rozkład naprężeń podczas gięcia siatka zgrubna - Al 7075



Rysunek 23. Rozkład naprężeń podczas gięcia, przybliżenie siatka zgrubna - Al 7075



Rysunek 24. Rozkład przemieszczeń podczas gięcia siatka zgrubna - AI 7075

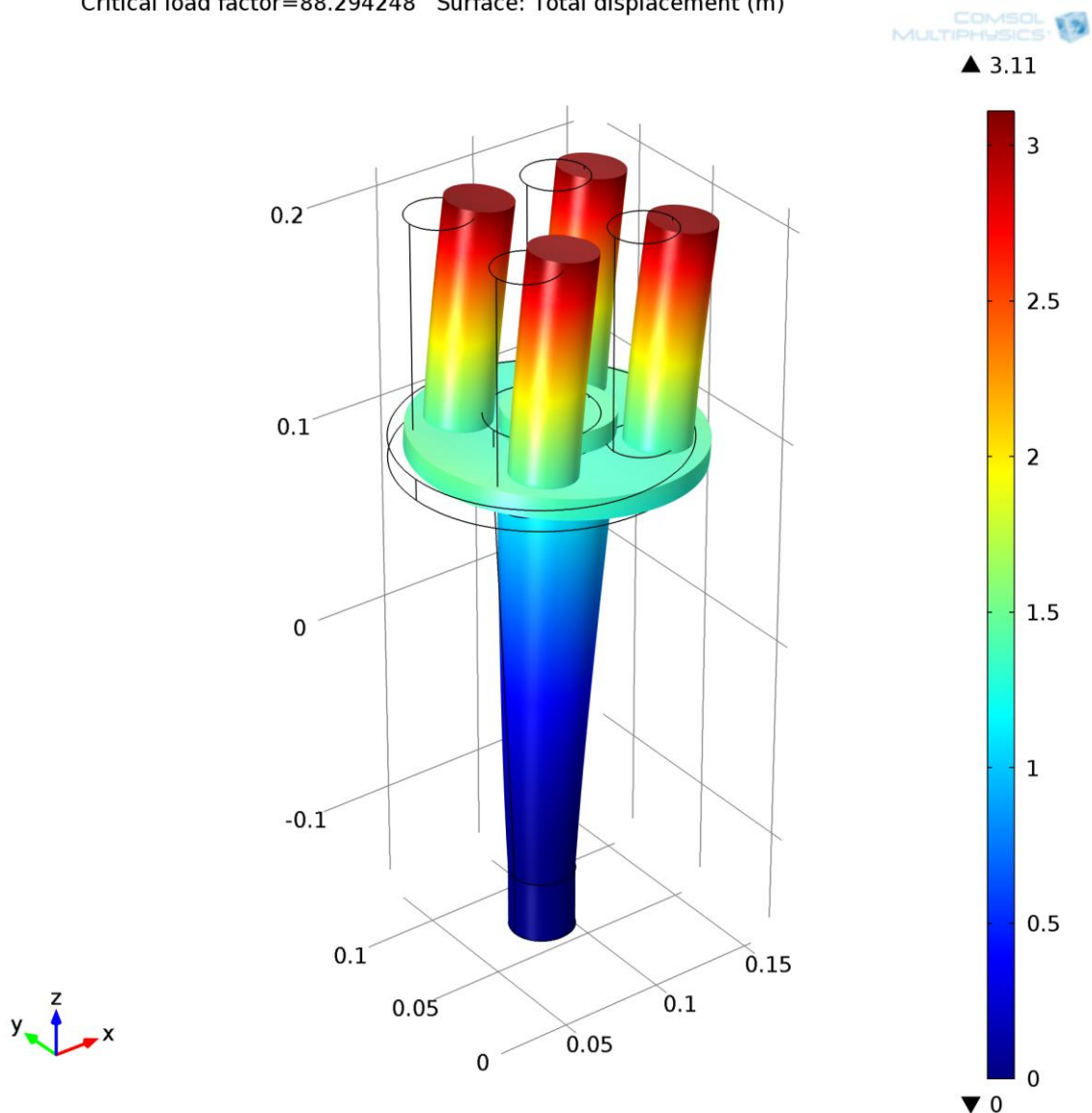
Wnioski: Na podstawie wykonanych prób wytrzymałości konstrukcji oraz wpływu przyłożonych sił na jej odkształcenie możemy stwierdzić, że jakość zastosowanej siatki nie ma wpływu na powstałe w wyniku działania sił przemieszczenia, których wartość krytyczna, oraz rozkład są w obu analizowanych przypadkach takie same. Zupełnie inaczej wygląda kwestia występowania i wartości uzyskanych naprężeń. Po pierwsze wartości wykazane na siatce gęstszej są dwukrotnie większe, po drugie ich rozkład obejmuje znacznie mniejszą powierzchnie co pozwala nam na dokładne stwierdzenie występowania najsłabszych punktów konstrukcji. Podsumowując, wpływ wybranej siatki na wyniki jest znaczny, dlatego należy wykorzystywać najlepszą z możliwych do wygenerowania i obliczenia siatek.

8. Badanie wyboczenia konstrukcji – wpływ miejsca przyłożenia siły na wartość „Critical load factor”.

W obu badanych przypadkach zaimplementowana konstrukcja wykonana była ze stopu aluminium. Wartość przyłożonej siły sumarycznie, była również w obu przypadkach taka sama i wynosiła 1200N. Różnicą, której wpływ badaliśmy było miejsce przyłożenia siły. Za pierwszym razem są to powierzchnie oznaczone w punkcie 1 kolorem żółtym, za drugim powierzchnia górnego walca podpory głównej, oznaczona na pierwszej grafice strzałką granatową.

- a) Przyłożenie siły na powierzchnie czopów, wykazało że czynnik krytyczny wyniósł 88,2 co stanowi o dużej wytrzymałości konstrukcji, głównymi elementami ulegającymi przemieszczeniu były walce do których przyłożono siłę. Jest to zrozumiałe ze względu na największe ich oddalenie od miejsca utwierdzenia.

Critical load factor=88.294248 Surface: Total displacement (m)

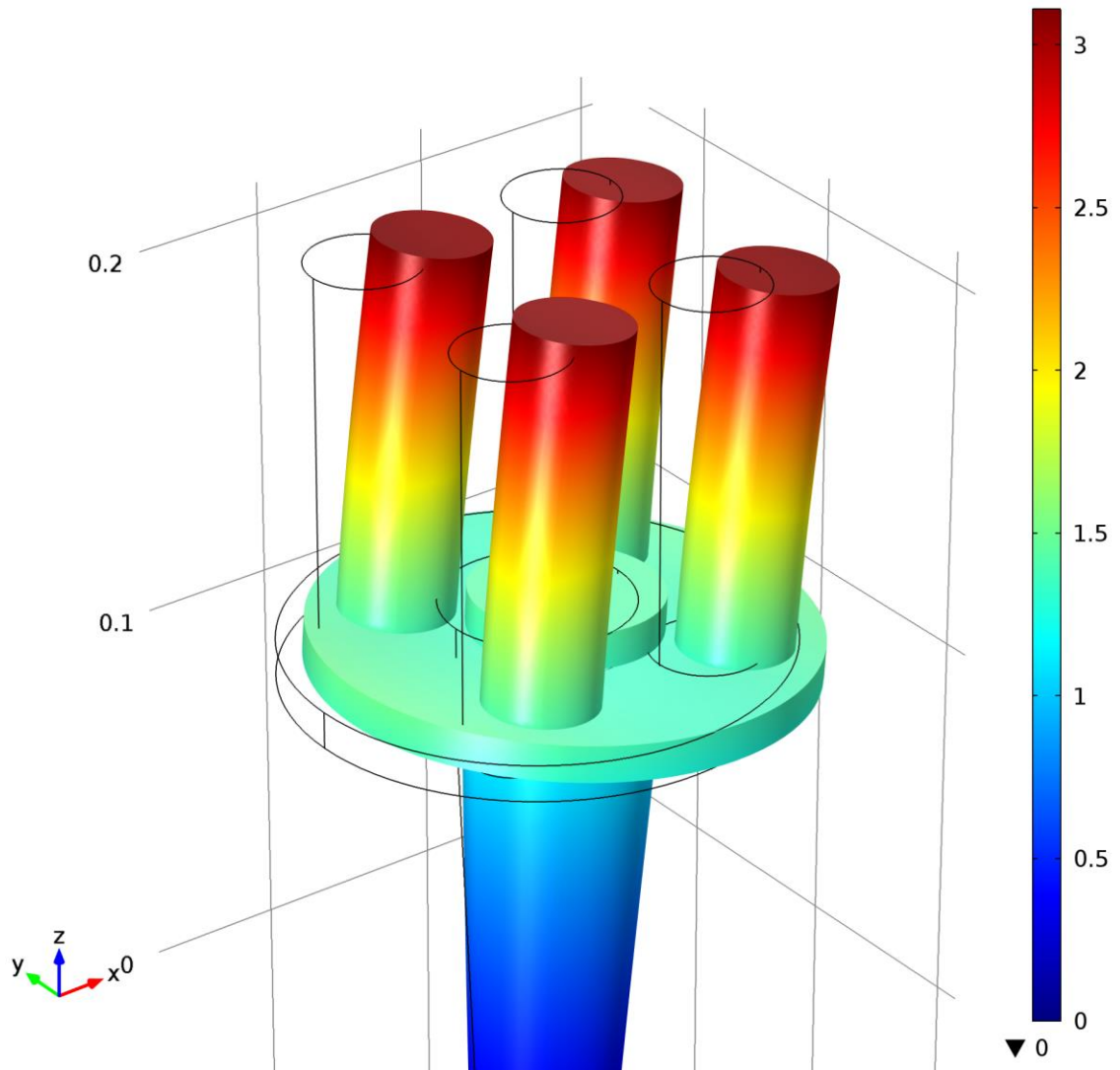


Rysunek 25. Badanie wyboczenia - 4 powierzchnie nacisku

Critical load factor=88.294248 Surface: Total displacement (m)

COMSOL
MULTIPHYSICS

▲ 3.11



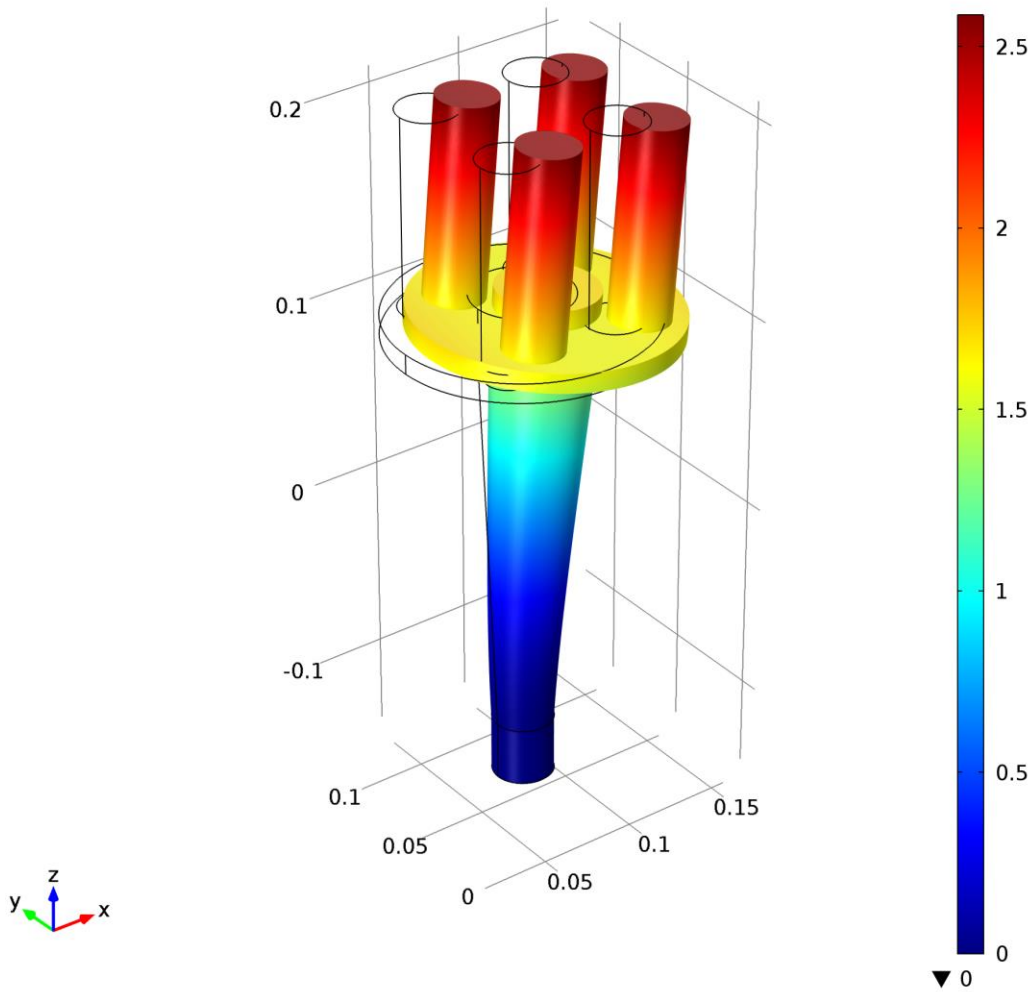
Rysunek 26. Badanie wyboczenia - nacisk na 4 powierzchni; przybliżenie

- b) Siła przyłożona na powierzchni głównego wspornika może być ponad 200 razy większa niż ta założona przez nas. Widać wyraźnie, że części dystalne konstrukcji ulegają największym przemieszczeniom z tą jednak różnicą, że są to przemieszczenia dużo mniejsze niż w poprzednim przypadku i wynikają z wyboczenia podpory głównej. Jak można zauważyć największy wpływ na zakres wyboczenia ma średnica elementu, na który działamy siłą, a prawidłowe utwierdzenie konstrukcji na jak największej liczbie brzegów zapobiega zjawisku skrzywienia się konstrukcji.

Critical load factor=202.832328 Surface: Total displacement (m)

COMSOL
MULTIPHYSICS

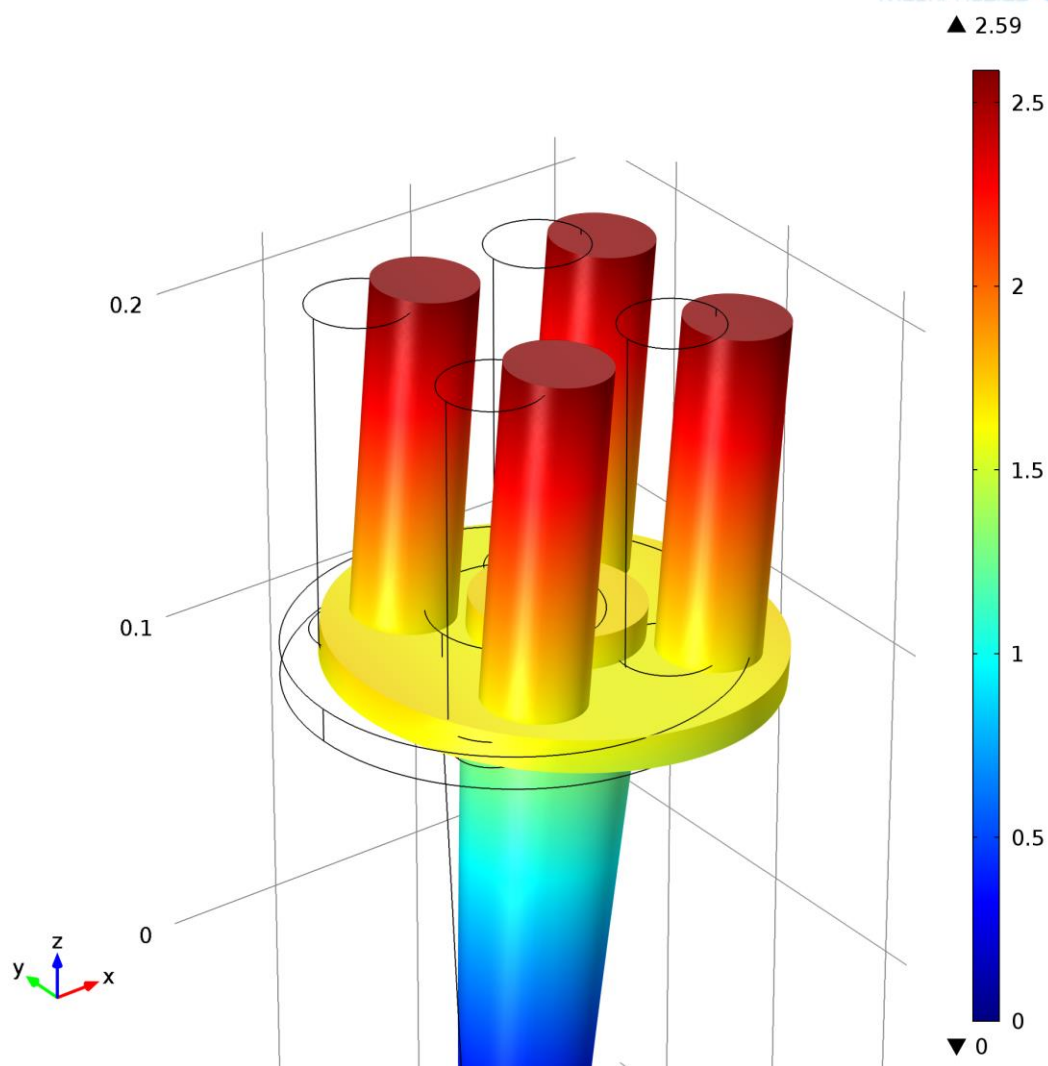
▲ 2.59



Rysunek 27. Badanie wyboczenia – 1 powierzchnia nacisku

Critical load factor=202.832328 Surface: Total displacement (m)

COMSOL
MULTIPHYSICS



Rysunek 28. Badanie wyboczenia - nacisk na 1 powierzchnia; przybliżenie

Wnioski: W przypadku badań wyboczenia elementu lub konstrukcji, bardzo ważne jest jak najdokładniejsze oddanie geometrii oraz jak najwierniejsze implementowanie działających sił. Jak widać na przykładzie powyższych badań, uproszczenie założenia do jednej siły działającej na centralny element konstrukcji fałszuje znacząco, bo prawie dwukrotnie wyniki przeprowadzonej symulacji. Podobnie należy zachować dużą zgodność z przypadkiem rzeczywistym w kwestii utwierdzenia przedmiotu ze względu na duże znaczenie tej operacji w przebiegu prowadzonych obliczeń

9. Badanie częstości – wpływ wykorzystania różnych materiałów na wyniki pomiaru.

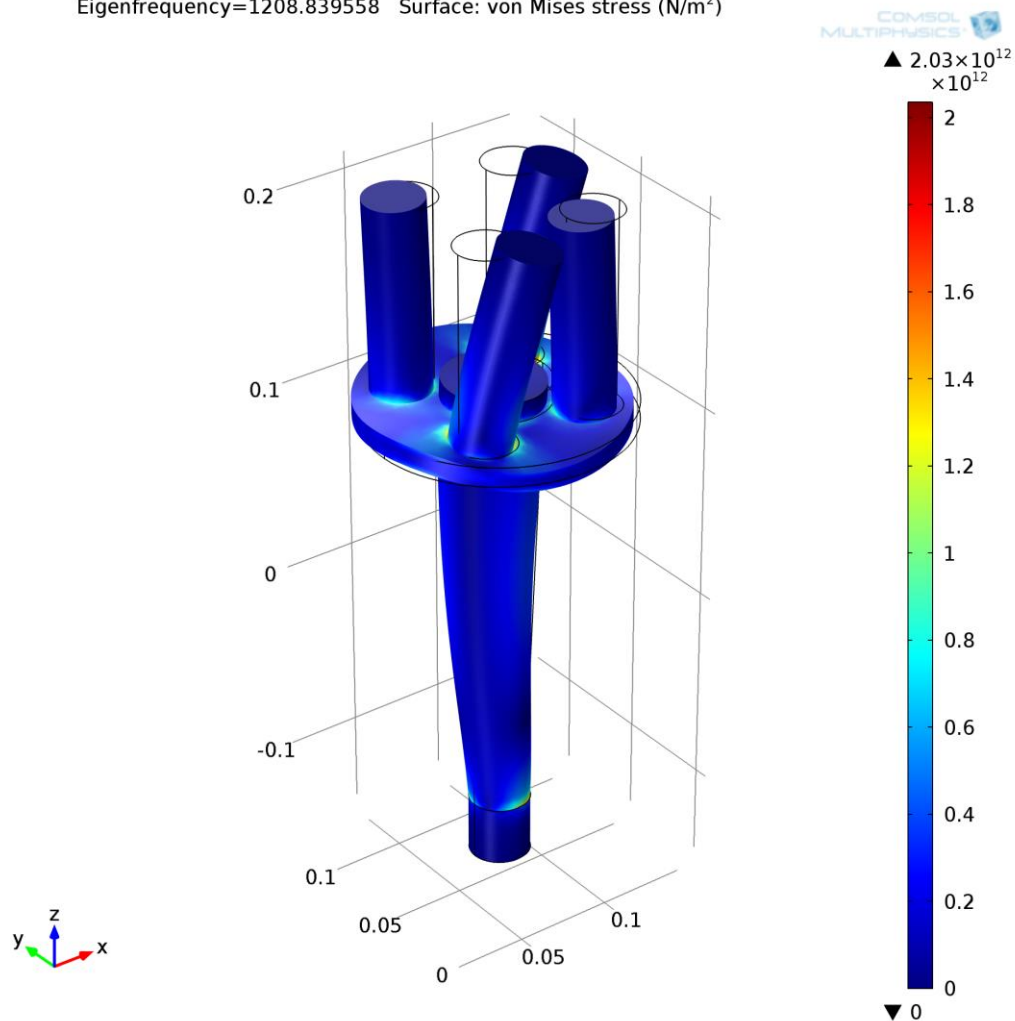
W tym badaniu wykorzystano dwa przypadki: pierwszy w którym konstrukcja składa się tylko i wyłącznie ze stopu Al 7075 oraz drugim gdzie walce przenoszące obciążenie do łącznika wykonane są z PET, a łącznik i podpora główna ze stopu glinu.

- a) W pierwszym wypadku zaimplementowanym materiałem jest stop Al. Jest to konstrukcja o dużej wytrzymałości na działające siły gnące oraz ściskające. W przypadku badania częstotliwości niebezpiecznych, okazało się że występują one pewnych grupach, gdzie różnica pomiędzy nimi nie jest większa niż 1 Hz. Jest to sytuacja bardzo niekorzystna, ponieważ zwiększa się prawdopodobieństwo wystąpienia częstotliwości rezonansowych przez urządzenia o zbliżonej częstości pracy. Poniżej przedstawiony jest wybrany przypadek działania siły z częstotliwością własną konstrukcji i jej efekt w formie odkształceń, a także lista z 10 kolejnymi wartościami tych częstotliwości.

Tabela 1. Lista częstotliwości własnych dla pełnego Al 7075

129.431448
129.521064
508.572585
806.676406
851.038746
907.840613
908.581343
1026.99685
1208.310351
1208.839558

Eigenfrequency=1208.839558 Surface: von Mises stress (N/m²)



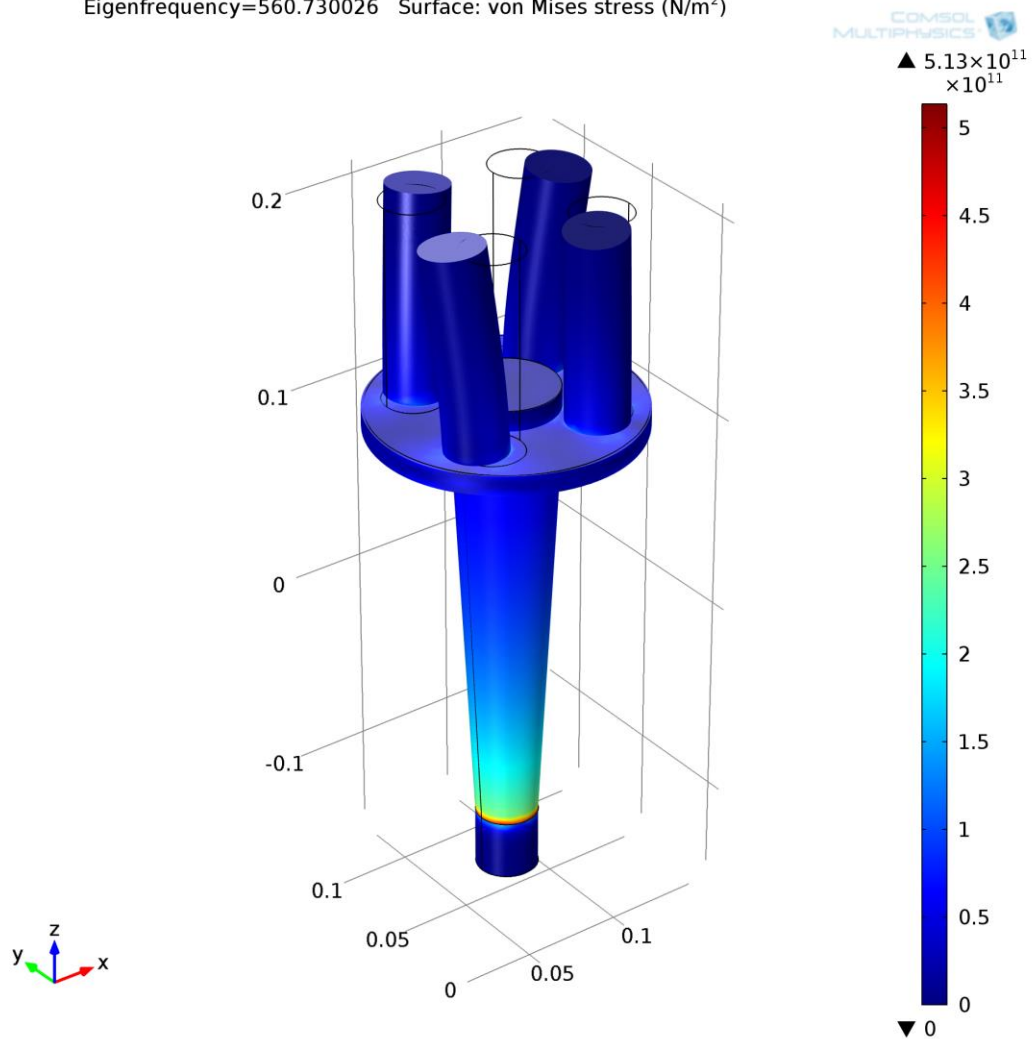
Rysunek 29. Przykładowy rozkład naprężeń

- b) W drugim z badanych przypadku część konstrukcji wykonana była z innego materiału (4 walce – PET), co powinno mieć wpływ na częstotliwości własne konstrukcji. Przeprowadzone obliczenia faktycznie wykazują zmianę w liście występujących częstotliwości. Niestety wynik jest bardziej niepokojący jak w przypadku pierwszym ze względu na znacznie większe zagęszczenie wokół pewnych wartości, a także zwiększenie się ich liczby w przedziale od 0 – 900 Hz. Ponownie wyniki przedstawiono w formie listy 10 pierwszych częstotliwości rezonansowych oraz przykładowy obraz ich wpływu.

Tabela 2. Lista częstotliwości własnych dla Al 7075 + PET

157.726264
157.838803
560.730026
648.485396
678.922466
714.044292
714.684234
729.042535
865.948414
866.65017

Eigenfrequency=560.730026 Surface: von Mises stress (N/m²)



Rysunek 30. Przykładowy rozkład naprężeń

Wnioski: Z przeprowadzonych badań można wywnioskować, że konstrukcja o elementach wykonanych z więcej niż jednego materiału ma zwiększoną tendencję do wykazywania rezonansu.