

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

WYDZIAŁ BUDOWY MASZYN I ZARZĄDZANIA

INŻYNIERIA BIOMEDYCZNA

MODELOWANIE I SYMULACJA ZAGADNIENÍ BIOMEDYCZNYCH



PROJEKT

**WPŁYW CIŚNIENIA WEWNĄTRZGAŁKOWEGO NA
STRUKTURY OKA LUDZKIEGO**

Wykonali:

Konopka Lucjan

Łukaszenko Łukasz

Prowadzący :

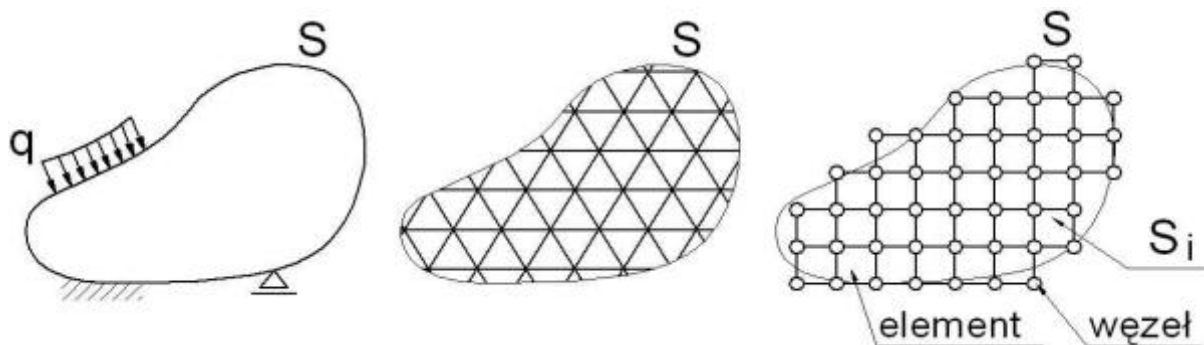
dr hab. Tomasz Stręć, prof. nadz.

1. Metoda elementów skończonych

Metoda Elementów Skończonych (MES, ang. FEM – Finite Element Method) jest metodą przybliżoną rozwiązywania równań różniczkowych stosowaną do dyskretyzacji układów geometrycznych ciągłych, czyli podziału kontinuum na skończoną liczbę podobszarów. Idea metody zakłada modelowanie nawet bardzo złożonych konstrukcji poprzez ich reprezentację za pomocą możliwie prostych geometrycznie elementów składowych tzw. Elementów skończonych np. trójkątów, prostokątów, czworoboków, nawet z uwzględnieniem nieciągłości i wielofazowości materiałowych. Element skończony jest prostą figurą geometryczną (płaską lub przestrzenną), dla której określone zostały wyróżnione punkty zwane węzłami, oraz pewne funkcje interpolacyjne służące do opisu rozkładu analizowanej wielkości w jego wnętrzu i na jego bokach. Funkcje te nazywa się funkcjami węzłowymi, bądź funkcjami kształtu. Węzły znajdują się w wierzchołkach elementu skończonego, ale mogą być również umieszczone na jego bokach i w jego wnętrzu. Jeżeli węzły znajdują się tylko w wierzchołkach, to element skończony jest nazywany elementem liniowym (ponieważ funkcje interpolacyjne są wtedy liniowe). W pozostałych przypadkach mamy do czynienia z elementami wyższych rzędów. Rząd elementu jest zawsze równy rzędowi funkcji interpolacyjnych (funkcji kształtu). Liczba funkcji kształtu w pojedynczym elemencie skończonym jest równa liczbie jego węzłów. Funkcje kształtu są zawsze tak zbudowane, aby w węzłach których dotyczą ich wartości wynosiły jeden, a pozostałych węzłach przyjmowały wartość zero. „Efektem dyskretyzacji jest transformacja układu o nieskończonej liczbie stopni swobody (zdolności do zmiany wartości określonej współrzędnej) do postaci układu o skończonej liczbie stopni swobody.

Konstrukcję S możemy dyskretyzować za pomocą n liczby elementów skończonych, przy czym im większe n , tym lepiej odwzorowana zostanie konstrukcja.

$$S = \sum_{1}^{n} S_i$$



Rysunek 1- Od lewej: model geometryczny ciągły, model dyskretny idealny, model dyskretny obliczeniowy

Można przyjąć, że $n \rightarrow \infty$, lecz w praktyce jest to trudne do zrealizowania.

Podczas analizy MES dyskretyzacji ulegają również wszelkie inne wielkości fizyczne, reprezentowane w układzie za pomocą funkcji ciągłych np. obciążenia, utwierdzenia, przemieszczenia, naprężenia itd. Podczas dyskretyzacji danej wielkości dąży się do jak najlepszej jej aproksymacji.

Dyskretyzacja może być prowadzona w przestrzeni 2D lub 3D. W pierwszym przypadku możemy rozważać np. przekroje konstrukcji, wynikają jednak pewne ograniczenia wynikające z rozwiązywanych problemów np. podczas analizowania przepływów. Podczas analizy 3D dyskretyzacja zazwyczaj polega na podziale układu na czworościany. Modelowanie to jest pozbawione ograniczeń, ale za to jest znacznie bardziej wymagające pod względem mocy obliczeniowej hardware'u.

Za pomocą tej metody rozważa się zagadnienia zarówno statyczne jak i dynamiczne. Bada się między innymi wytrzymałość konstrukcji, symuluje się odkształcenia, naprężenia, przemieszczenia, przepływy cieczy, przepływy ciepła, a także oddziaływania elektrostatyczne, magnetostatyczne jak i elektromagnetyczne.

Z praktycznego punktu widzenia, przed dyskretyzacją modelu CAD należy go poddać odpowiedniemu uproszczeniu, podczas którego należy usunąć elementy nieistotne z punktu widzenia analizowanego zjawiska np. promienie, fazy, otwory, pochylenia, itd. Podczas dyskretyzacji modelu przydatne może okazać się zagęszczenie siatki elementów, w obszarach szczególnie obciążonych warunkami brzegowymi. Należy jednak pamiętać, że tzw. „zagęszczanie siatki w nieskończoność”, tj. doprowadzenie do wygenerowania bardzo

małych elementów skończonych w danych rejonach może wręcz zawyżać zniekształcenie wartości poszukiwanych niewiadomych.

MES podobnie jak każda metoda numerycznej aproksymacji wprowadza pewne błędy rozwiązania. Są to między innymi:

- błąd modelowania (zastosowany model matematyczny nie odzwierciedla dokładnie rzeczywistości, zastosowane uproszczenia modelu dla zminimalizowania czasu trwania obliczeń i zapotrzebowania na moc obliczeniową)
- błąd wartości współczynników (przyjęte wartości współczynników równań różniczkowych cząstkowych i warunków brzegowych, czyli np. dane materiałowe, dane o interakcji obiektu ze światem zewnętrznym obciążone są błędem)
- błąd odwzorowania obszaru (obszar obliczeniowy nie odpowiada dokładnie rzeczywistemu obszarowi zajmowanemu przez analizowany obiekt)
- błąd numeryczny (błąd dyskretyzacji, zastosowana metoda aproksymacji wprowadza błąd w stosunku do rozwiązania dokładnego problemu wyjściowego)
- błąd zaokrągleń (ze względu na zastosowanie ograniczonej dokładności reprezentacji liczb w komputerze, rozwiązanie uzyskane programem komputerowym nie odpowiada rozwiązaniu przybliżonemu, które zostałyby otrzymane przy dokładnej reprezentacji liczb)

Podstawową zaletą MES jest możliwość uzyskania wyników dla skomplikowanych kształtów, dla których niemożliwe jest przeprowadzenie obliczeń analitycznych. Oznacza to, że dane zagadnienie może być symulowane w pamięci komputera, bez konieczności budowania prototypu, co znacznie ułatwia proces projektowania. Podział obszaru na coraz mniejsze elementy skutkuje zazwyczaj dokładniejszymi wynikami obliczeń, ale jest to okupione zwiększonym zapotrzebowaniem na moc obliczeniową komputera. Dodatkowo należy liczyć się z nakładającymi się błędami obliczeń wynikającymi z wielokrotnych przybliżeń przetwarzanych wartości. W wyjątkowych sytuacjach kumulujące się błędy obliczeniowe mogą okazać się na tyle znaczące, że nie pozwolą na poprawną analizę problemu.

2. Comsol Multiphysics

Comsol Multiphysics to przykład oprogramowania wykorzystujący metody numeryczne MES do symulacji różnych problemów fizycznych. Jest to narzędzie ogólnego przeznaczenia do badania zagadnień elektrycznych, mechanicznych, przepływu cieczy i ciepła a także zastosowań chemicznych. W skład pakietu oprogramowania wchodzi około 30 modułów, co oznacza, że możemy dzięki niemu rozważać praktycznie każdy problem.

Comsol pozwala nam na modelowanie układów lub zaimportowanie gotowego modelu utworzonego wcześniej w innym programie CAD.

Ze względu na analizowanie naszego przypadku jako układ stacjonarny, czyli taki, gdzie parametry obciążenia nie zmieniają się, skorzystamy z jednego z interfejsów modułu mechaniki konstrukcji. Moduł ten służy do ogólnej analizy strukturalnej w 3D i 2D. Analiza układów opiera się na rozwiązywaniu równania Naviera, których wynikiem są przemieszczenia, naprężenia i odkształcenia. Wybrany przez nas interfejs mechaniki ciał stałych definiuje wielkości i funkcje dla analizy naprężeń liniowych lub nieliniowych dla ciał stałych oraz symuluje przemieszczenia i odkształcenia w układach. W bibliotece znajduje się wiele modeli materiałowych od liniowo sprężystych, po sprężysto-lepkie. Sprężysty model materiałowy może być rozszerzony o takie wielkości jak rozszerzalność cieplna, tłumienie i początkowe warunki naprężeń i odkształceń. Odkształcenia sprężyste mogą być łatwo określone poprzez wpisanie odpowiednich funkcji składowych, które mogą być nawet funkcjami z innych dziedzin fizyki, od tych elektromagnetycznych po przepływy płynów. Moduł zawiera izotropowe, ortotropowe i w pełni anizotropowe materiały, z których możemy skorzystać podczas symulacji. Każdy współczynnik materiałowy może być opisany przez stałą, zmienną lub macierzy i wyrażeń, które mogą się zmieniać nieliniowo w czasie i przestrzeni.

3. Zagadnienie biomedyczne – ciśnienie wewnątrzgałkowe

Gałka oczna wypełniona jest cieczą wodnistą (płynem śródocznym), która zapewnia jej prawidłowe napięcie i odpowiednie uwodnienie ośrodków optycznych tj. rogówki i soczewki, co wpływa na ich przejrzystość i regularność krzywizny. Płyn ten wywiera na ścianę twardówki i rogówki pewne ciśnienie zwane wewnątrzgałkowym. Ciecz wodnistą wytwarza nabłonek ciała rzęskowego i wydziela do tylnej komory oka. Następnie przez otwór źreniczny ciecz ta przedostaje się do komory przedniej, skąd przez beleczkowanie w kącie rogówkowo-tęczówkowym (nazywanym kątem przesączania) odpływa do zatoki żyłnej twardówki (nazywanej kanałem Schlemma), przedostaje się do znajdujących się w rąbku rogówki żył wodnych, a następnie do spłotu naczyń żylnych. Przez beleczkowanie tzw. drogą konwencjonalną odpływa około 90% cieczy wodnistej. Pozostałe 10% odpływa drogą naczyniówkowo-twardówkową przez tęczęwkę oraz przez ciało rzęskowe do przestrzeni nadtwardówkowej. Odpływ cieczy wodnistej uwarunkowany jest oporem w drogach odpływu i ciśnieniem w żyłach nadtwardówkowych. Ciśnienie wewnątrzgałkowe zależy od stopnia równowagi między produkcją cieczy wodnistej a jej odpływem z gałki ocznej. U zdrowych osób za wartości prawidłowe ciśnienia wewnątrzgałkowego powszechnie uznaje się zakres 10–21 mm Hg. Ciśnienie wewnątrzgałkowe waha się w ciągu dnia (najwyższe jest w godzinach porannych). Jego średnie dobowe wahania nie przekraczają 5 mm Hg.

Jego badanie (tonometria) odbywa się za pomocą tak zwanego tonometru. Podstawowym badaniem jest tonometria aplanacyjna (Goldmanna). Jej zasada opiera się na regule Imberta i Ficka, zgodnie z którą ciśnienie panujące we wnętrzu kuli jest równe sile potrzebnej do jej spłaszczenia, podzielonej przez wielkość powierzchni spłaszczenia. W badaniu wykorzystuje się tonometr Goldmanna, aparat wyposażony w podwójny pryzmat o średnicy 3,06 mm. Przy jego pomocy spłaszcza się powierzchnię znieczulonej rogówki, której obraz jest dobrze widoczny w lampie szczelinowej.

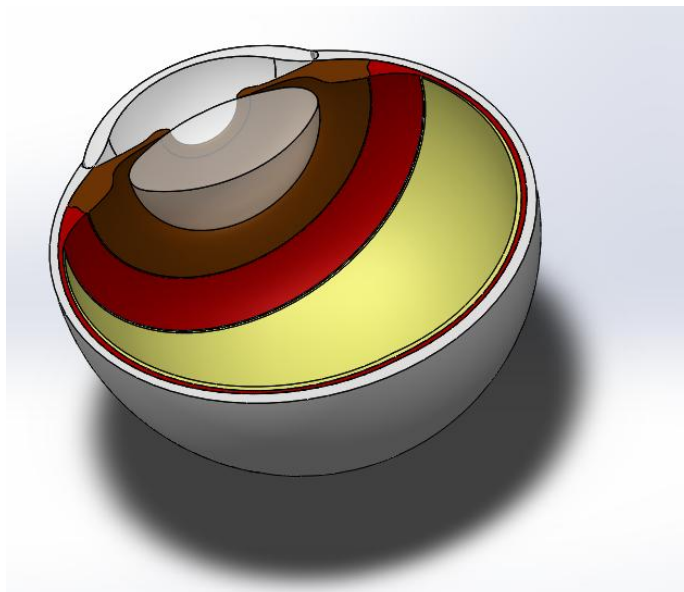
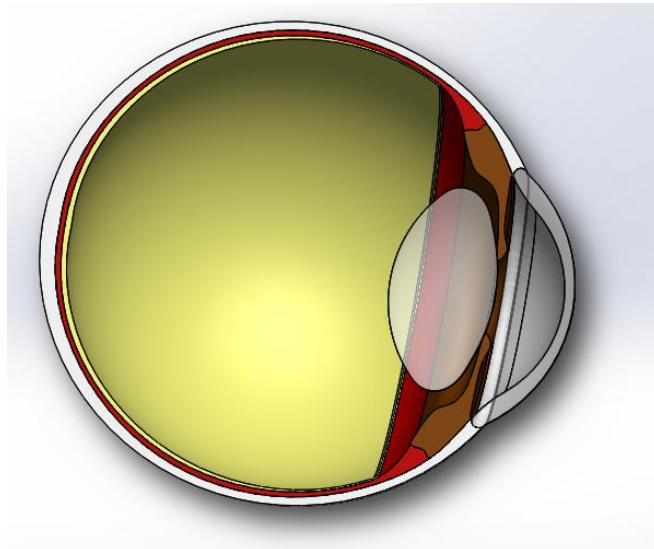
Tonometria stanowi część rutynowego badania okulistycznego. Jest jednak szczególnie wskazana w przypadku jaskry, nadciśnienia ocznego (lub ich podejrzenia), a także w trakcie kontroli po zabiegach na gałce ocznej.

4. Cel projektu

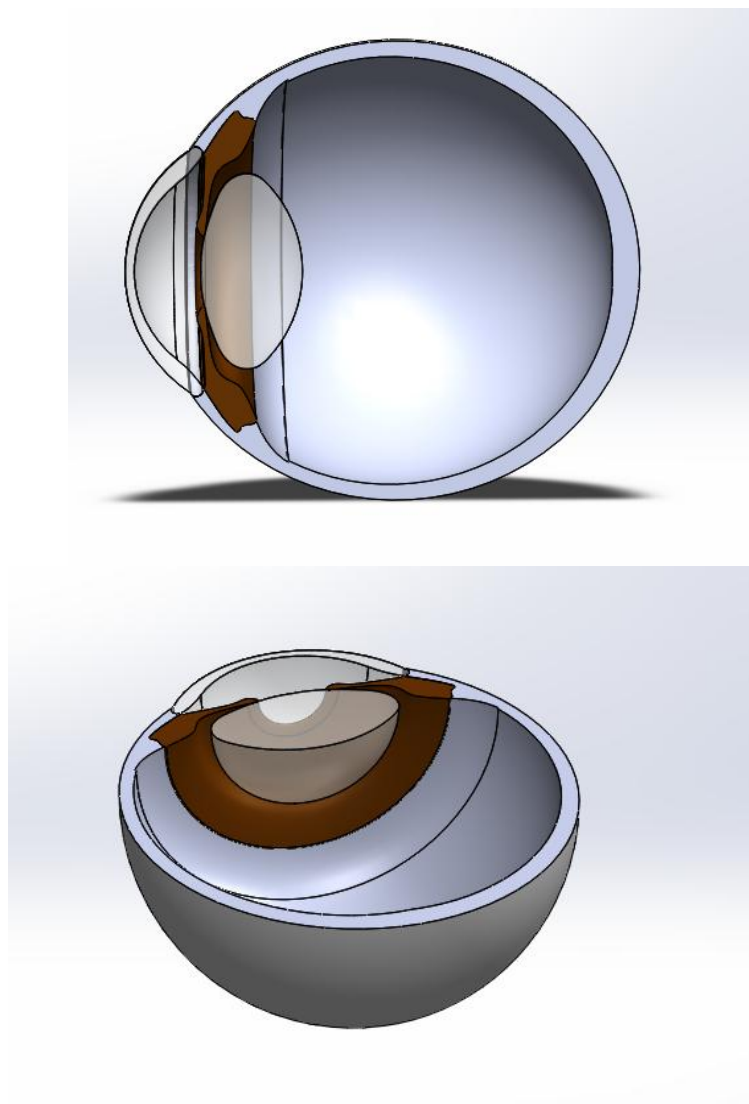
Celem przeprowadzonej przez nas symulacji ma być określenie wpływu ciśnienia wewnątrzgałkowego na naprężenia i odkształcenia w strukturach oka.

5. Symulacja

Dla uproszczenia przyjmujemy, że elementy oka tworzą ciało stałe, a ciśnienie napierające na jego struktury jest stałe w czasie – układ jest stacjonarny. Ze względu na ograniczone możliwości obliczeniowe związane z mocą obliczeniową komputera, zmuszeni byliśmy do znacznego uproszczenia modelu oka. Pierwotny model przedstawiają poniższe ilustracje:



Uproszczenia polegają na wygładzeniu krawędzi, a także połączenie twardówki, siatkówki i naczyniówki w jedną warstwę, dla której przyjęto moduł sprężystości, współczynnik Poissona oraz gęstość odpowiednią dla twardówki. Model po uproszczeniu wygląda następująco:



Stałe materiałowe jakie przyjęliśmy dla elementów oka podane zostały w poniższej tabeli:

Struktura oka	Moduł Younga [kPa]	Współczynnik Poissona	Gęstość [kg/m ³]
Soczewka	2	0,47	315
Rogówka	290	0,49	1400
Twardówka	3000	0,48	1400
Tęczówka	26,82	0,49	800

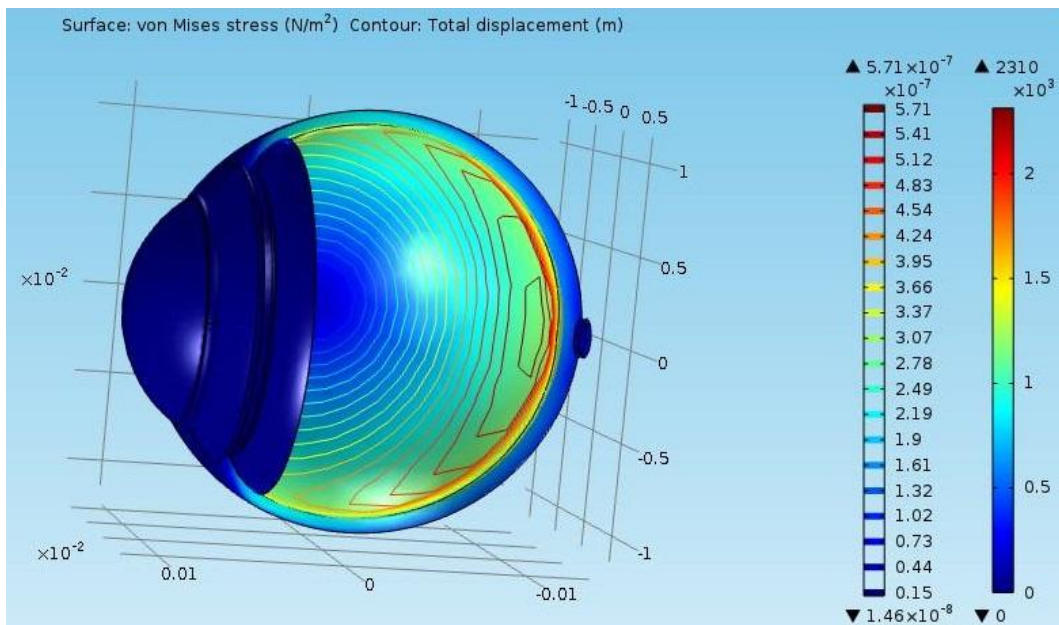
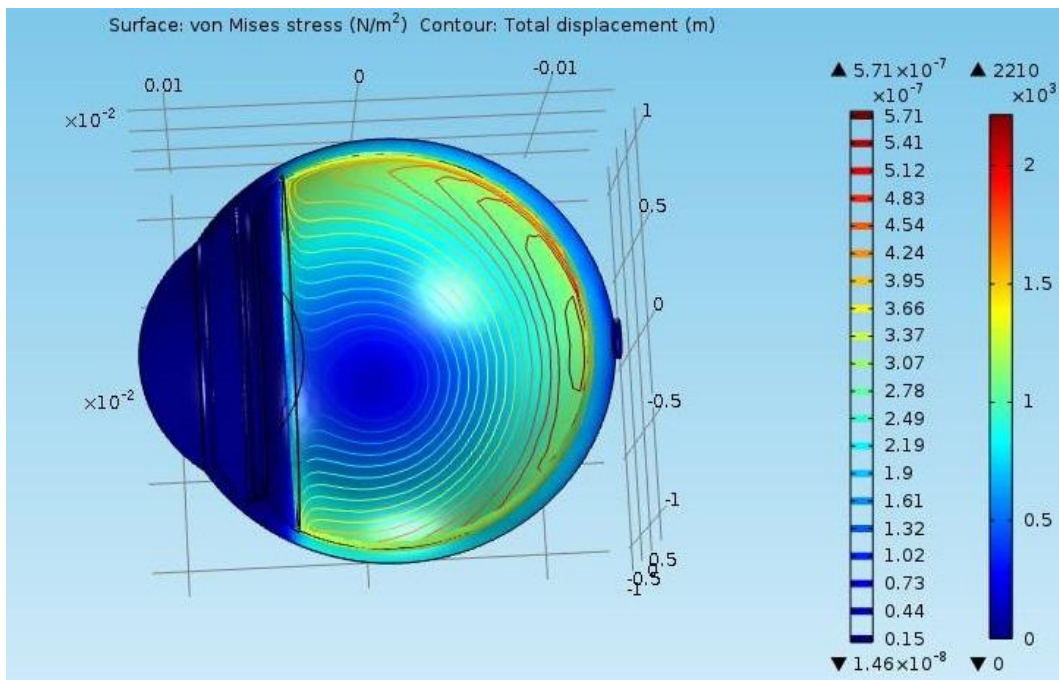
Analiza zostanie dokonana na podstawie poniższych równań:

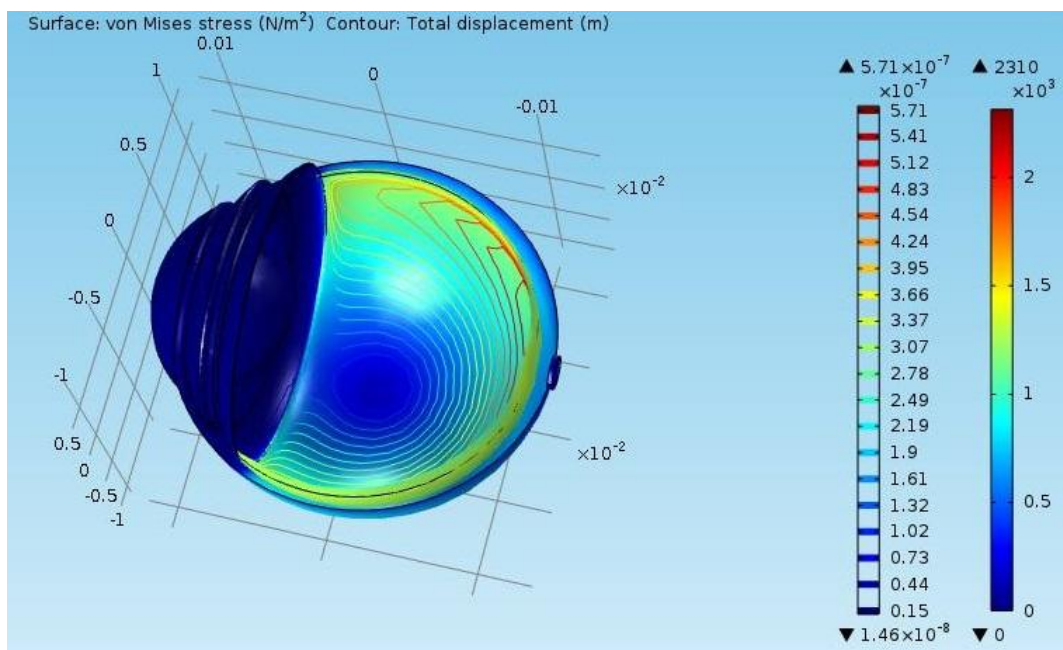
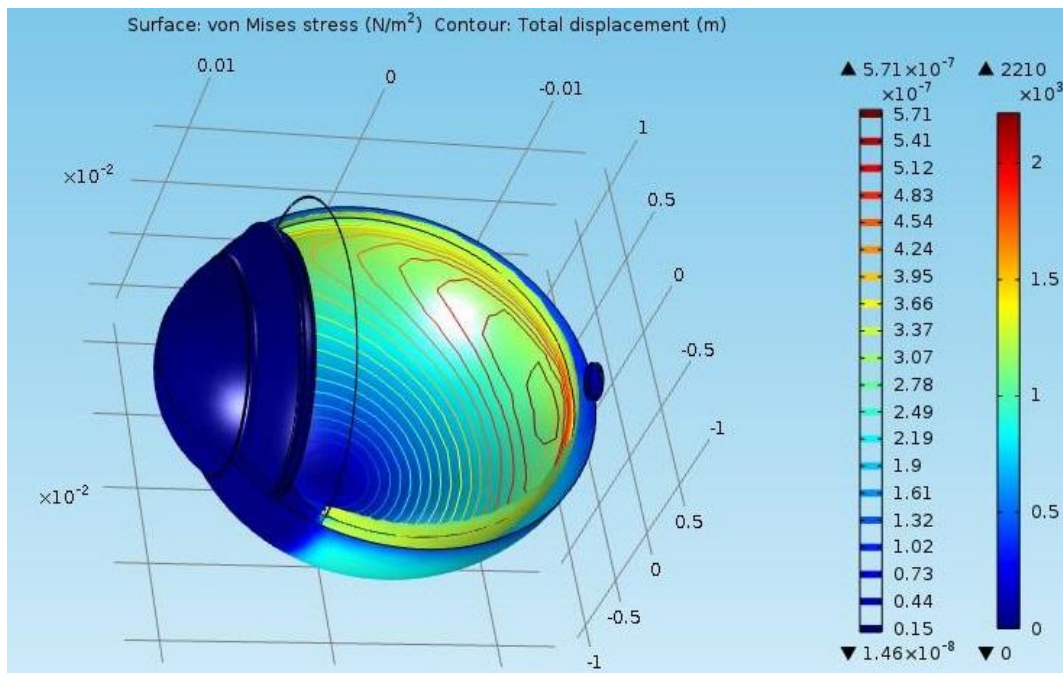
Wypadkowa sił w kierunkach osi x,y i z powoduje odpowiednie naprężenia: $-\nabla s = \mathbf{F}_v$

Naprężenia działające na obiekt: $s = s_0 + \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0 - \boldsymbol{\varepsilon}_{inel})$

Odształcenie powstałe w wyniku działania naprężenia: $\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$

1) Działanie siły osiowej o wartości 2800N/m², co odpowiada ciśnieniu dla oka osoby zdrowej z podejrzeniem jaskry (21mmHg)





Widoczne są naprężenia na siatkówce, głównie w okolicy plamki żółtej oraz nerwu wzrokowego, gdzie warstwa siatkówki jest najcieńsza. W tej części analizy nie była brana pod uwagę przednia komora oka.

Jako element obciążony przyjęto wewnętrzną strukturę oka - połowę wewnętrznej ściany siatkówki (w uproszczeniu jest to twardówka). Siła skierowana została wzdłuż osi x, czyli w kierunku bocznym. Utwierdzona była natomiast zewnętrzna przeciwległa ścianka twardówki.

Warunki brzegowe:

- utwierdzenie $u = 0$

- obciążenie $\sigma \cdot n = F_A$

$$F_A = -2800 \text{ N/m}^2 \text{ (oś } x)$$

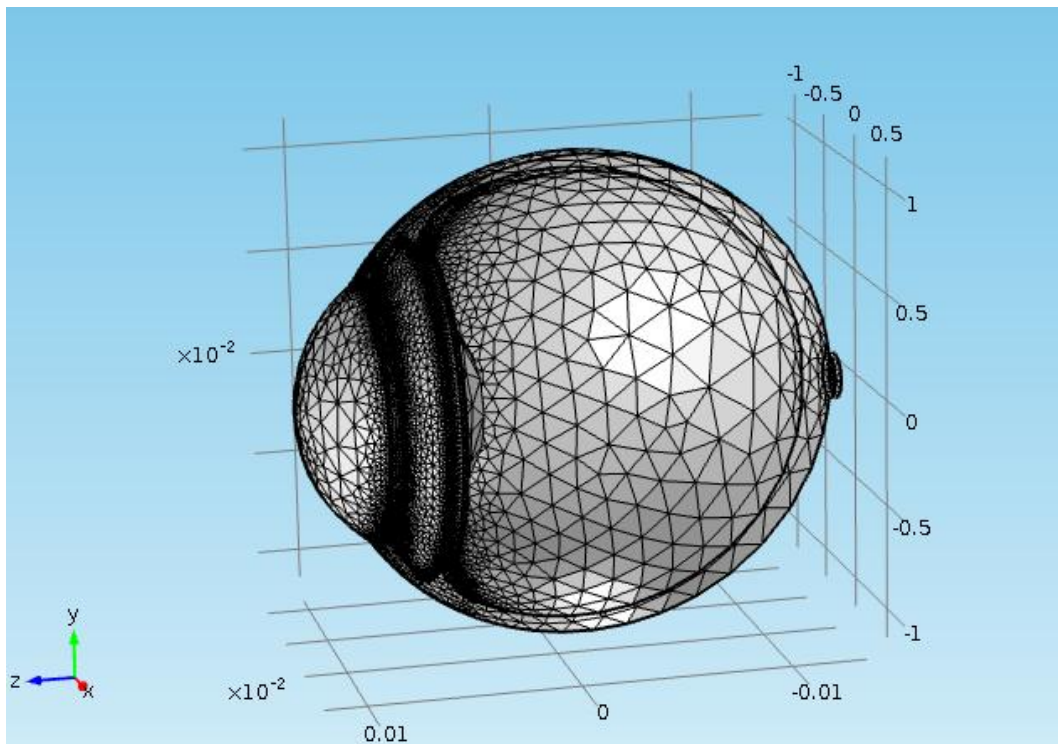
Siatka:

- min/max wielkość elementu: 0, 12mm/2,56mm

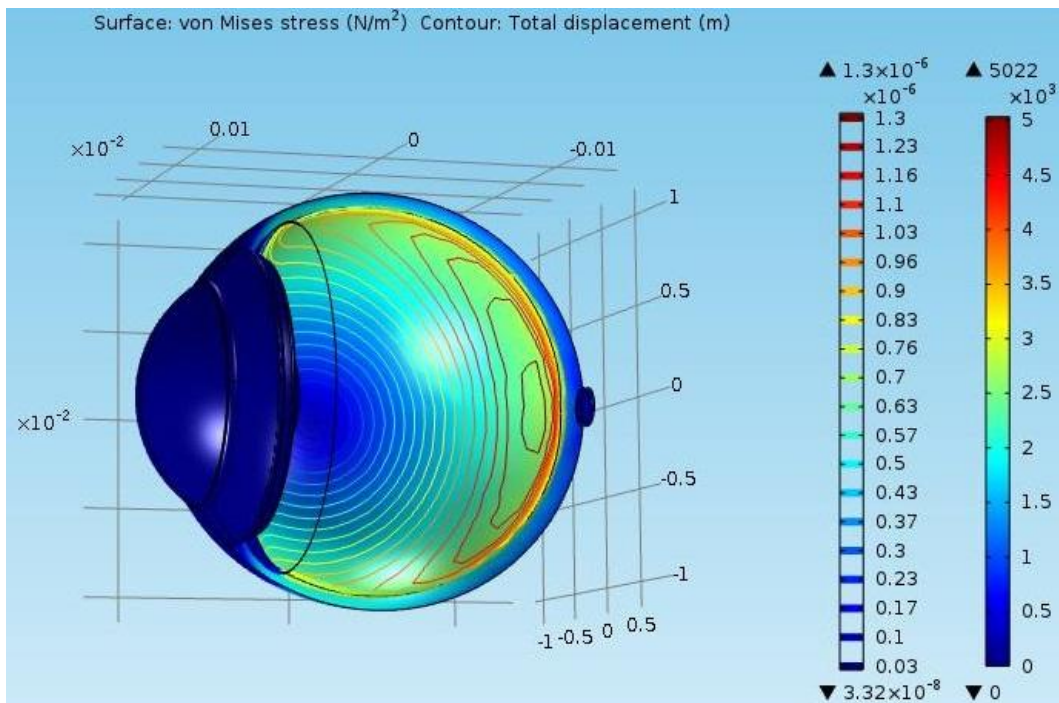
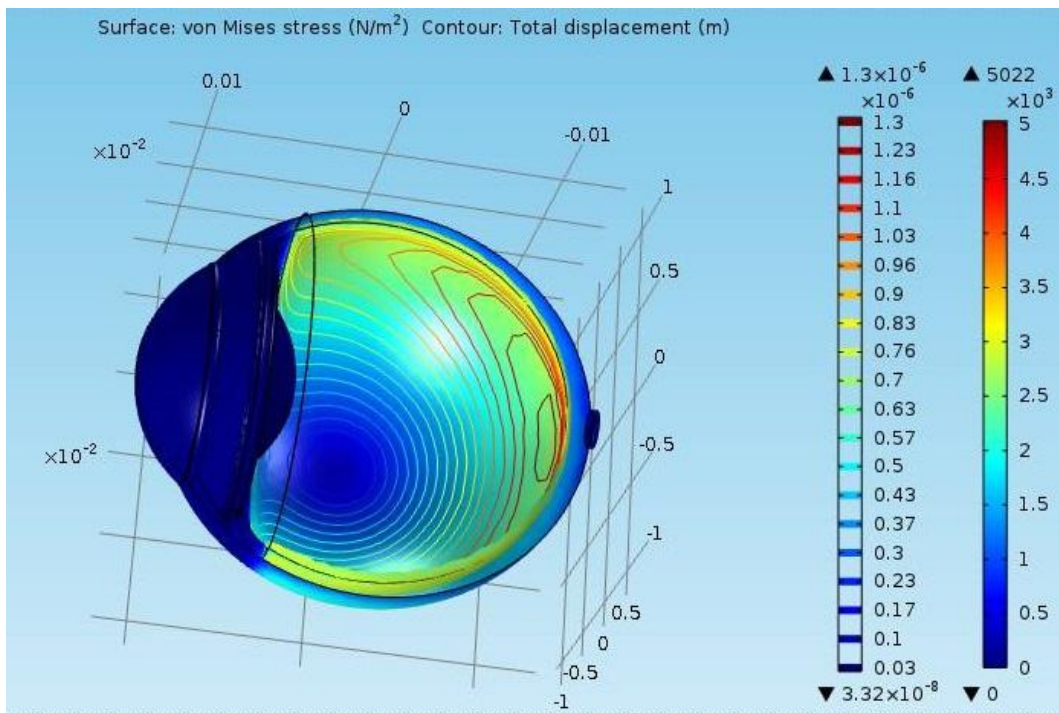
- ilość domen (domain elements) 203979

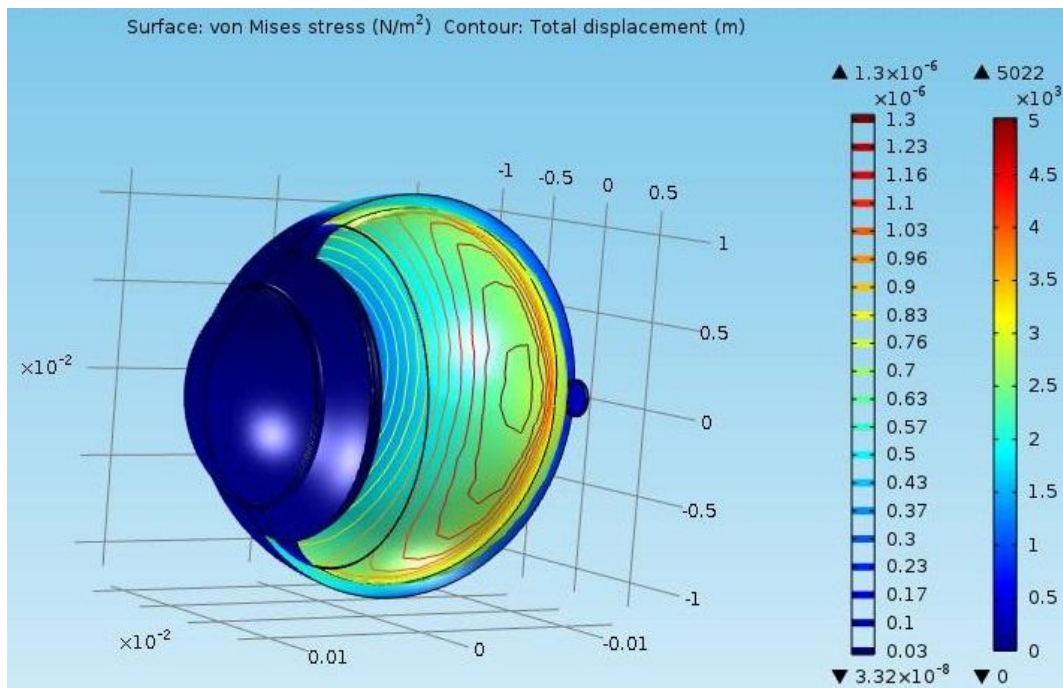
- ilość elementów granicznych: 44977

- ilość elementów brzegowych: 3977



2) Działanie siły osiowej o wartości 3733,03N/m², co odpowiada ciśnieniu w oku osoby chorej na jaskrę (28mmHg)





Przy zwiększonej sile działającej na siatkówkę wyraźnie widać zwiększenie wartości odkształceń oraz naprężeń. Odkształcenia powstałe w tym przypadku są o rząd większe niż przy poprzednich parametrach. Również naprężenia są większe, mniej więcej dwukrotnie.

Z całą pewnością może to mieć negatywny wpływ na strukturę oka. Powoduje to większy ucisk na nerw wzrokowy i może prowadzić do zaburzeń widzenia, a także odklejania się siatkówki.

Warunki brzegowe:

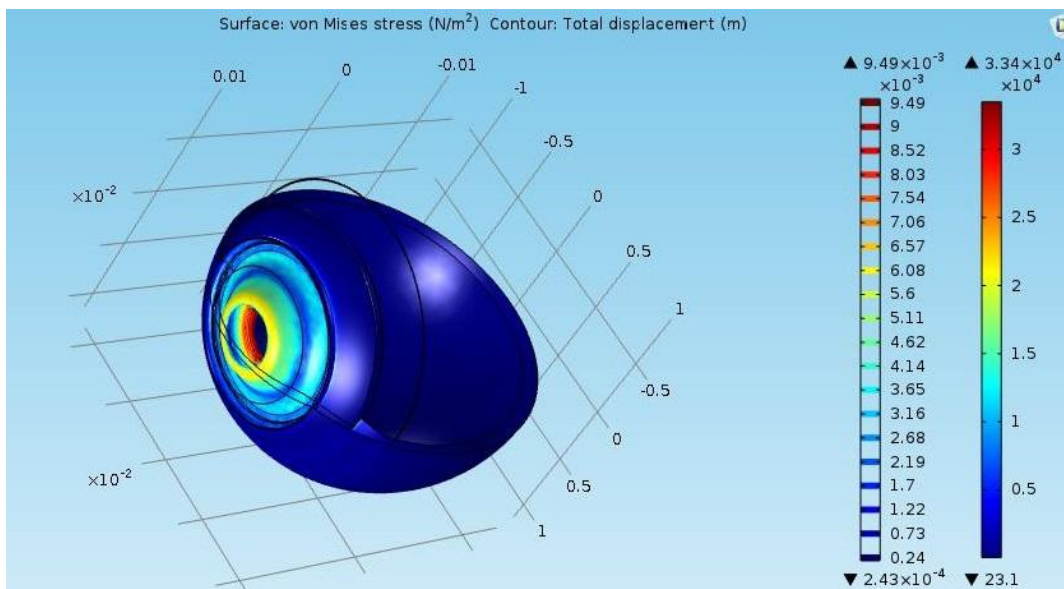
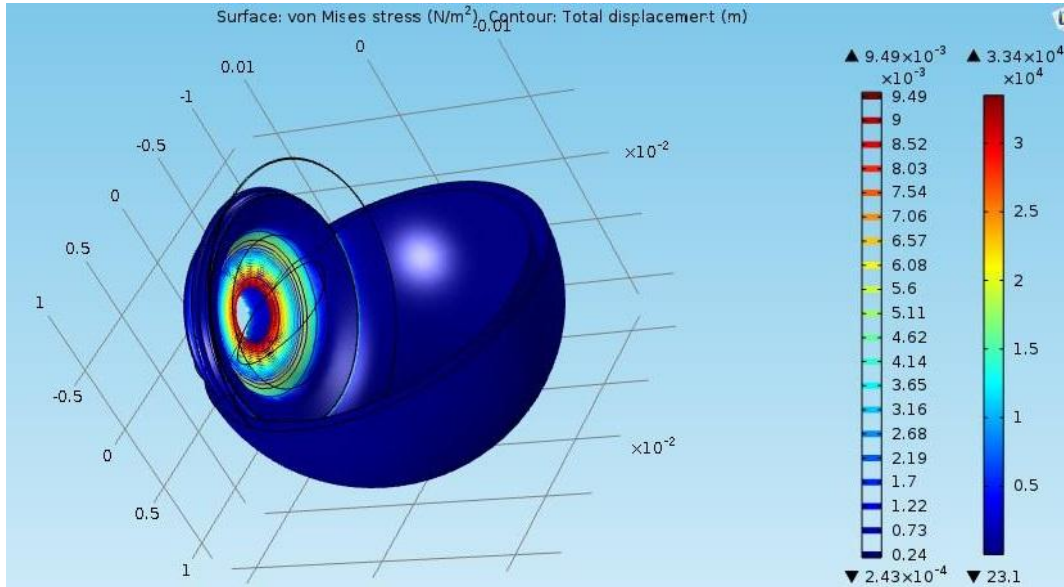
- utwierdzenie $u = 0$
- obciążenie $\sigma \cdot n = F_A$, gdzie σ - naprężenia

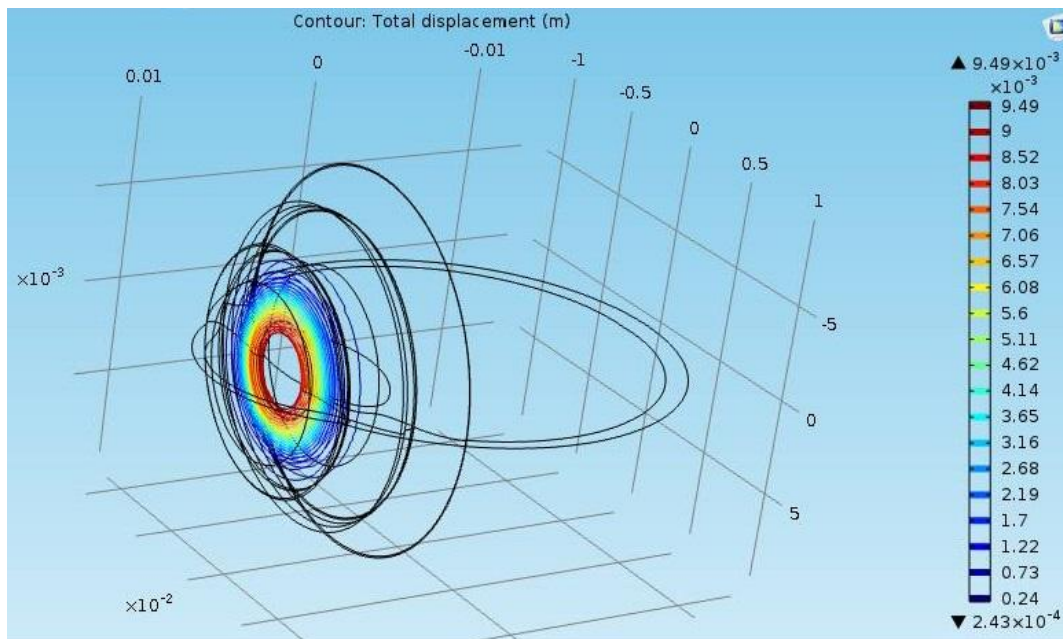
$$F_A = -3733,03 \text{ N/m}^2 \text{ (oś } x)$$

Siatka:

- min/max wielkość elementu: 0, 12mm/2,56mm
- ilość domen (domain elements) 203979
- ilość elementów granicznych: 44977
- ilość elementów brzegowych: 3977

3) Działanie ciśnienia w wewnętrznej strukturze oka odpowiedniego dla zdrowego człowieka z podejrzeniem jaskry (21mmHg)





Z otrzymanych wyników widać odkształcenie tęczówki spowodowane napierającym medium z wnętrza gałki ocznej. Prawidłowe ciśnienie zapewnia odpowiednie napięcie struktur oka, w tym tęczówki, która może wykonywać poprawnie skurcze zmieniając tym samym rozmiar źrenicy i dopływ światła do oka.

Jako elementy obciążone przyjęto wszystkie struktury wewnętrzne oka - obciążeniem było ciśnienie działające jednakowo w każdym kierunku. Utwierdzona była natomiast zewnętrzna powierzchnia twardówki.

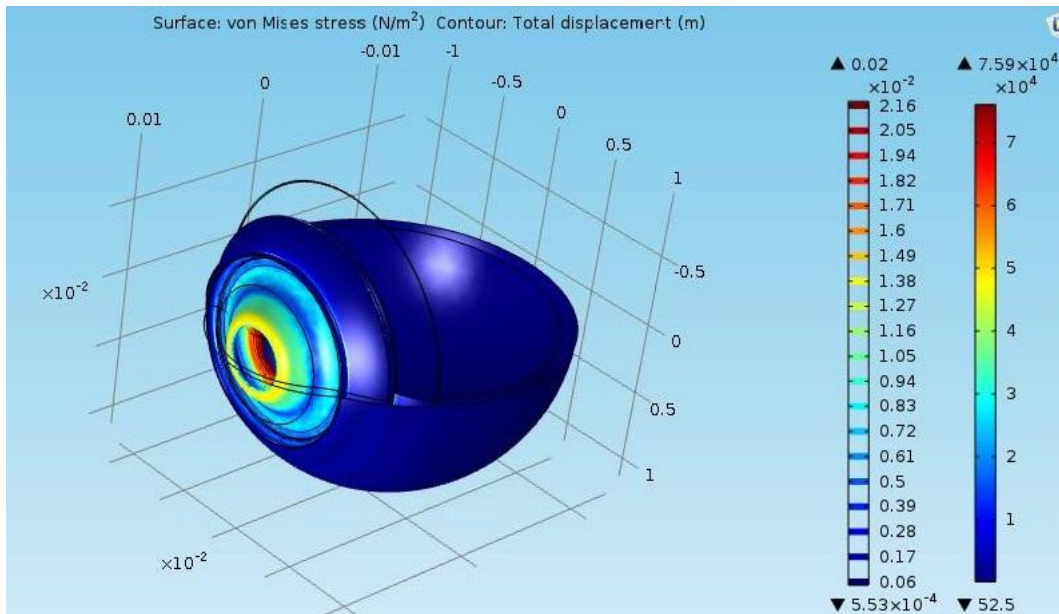
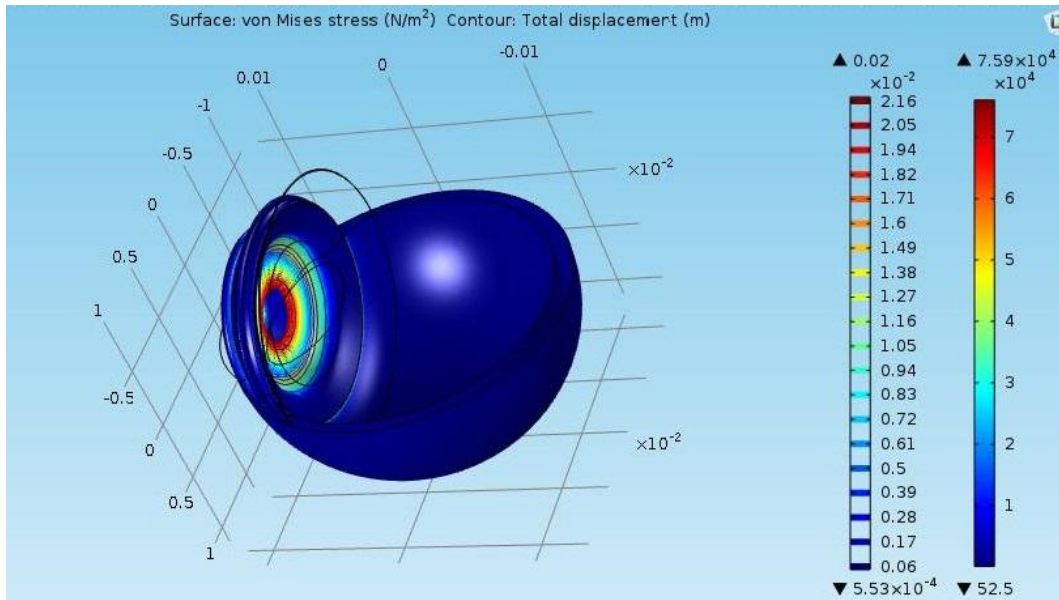
Warunki brzegowe:

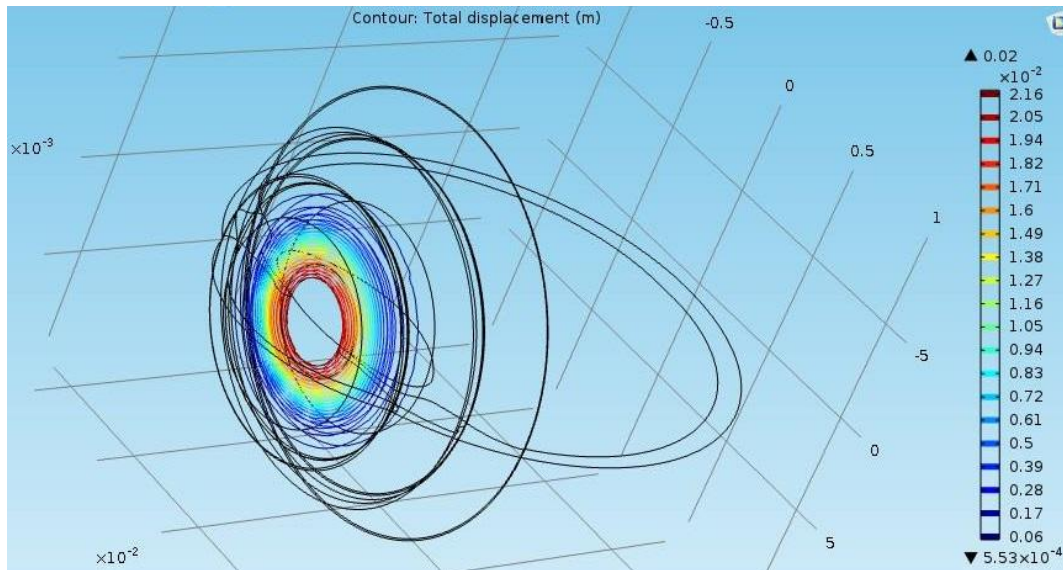
- utwierdzenie $u = 0$
- obciążenie $\sigma \cdot n = F_A$, gdzie σ - naprężenia,
 $F_A = -pn$, gdzie p - ciśnienie
 $p = 2800Pa$

Siatka:

- min/max wielkość elementu: 0, 121mm/2,56mm
- ilość domen (domain elements) 202559
- ilość elementów granicznych: 44772
- ilość elementów brzegowych: 3961

4) Działanie ciśnienia w wewnętrznej strukturze oka odpowiedniego dla osoby chorej na jaskrę (28mmHg)





Zwiększone ciśnienie napierające na komorę przednią oka może prowadzić do nieprawidłowego funkcjonowania skurczów tęczówki odpowiadających za przestonę oka, a tym samym zaburza prawidłową pracę układu optycznego oka. Odkształcenia wzrosły o rząd wielkości, natomiast naprężenia są około dwukrotnie większe.

Warunki brzegowe:

- utwierdzenie $u = 0$
- obciążenie $\sigma \cdot n = F_A$
- $F_A = -pn$
- $p = 3733,03Pa$

Siatka:

- min/max wielkość elementu: 0, 121mm/2,56mm
- ilość domen (domain elements) 202559
- ilość elementów granicznych: 44772
- ilość elementów brzegowych: 3961

6. Podsumowanie

Analiza MES pozwoliła nam na zbadanie wpływu działania poprawnego oraz zwiększonego ciśnienia wewnątrzgałkowego na struktury oka. Udało się zbadać twardówkę oraz tęczówkę. Niestety ze względu na ograniczoną moc obliczeniową i złożoność modelu nie udało się zrealizować analizy dla rogówki i soczewki.

Z porównania obu przypadków, z ciśnieniem wewnątrzgałkowym równym górnej wartości przedziału dla zdrowego człowieka (21mmHg) oraz ciśnieniem zwiększonym do 28mmHg (co odpowiada ciśnieniu w oku osoby chorej na jaskrę) możemy wywnioskować, że:

- najbardziej narażonym miejscem w tylnej komorze oka jest okolica plamki żółtej i okolica nerwu wzrokowego, czyli elementy odpowiedzialne za proces prawidłowego widzenia i translacji obrazu na impulsy nerwowe,
- nawet niewielki wzrost ciśnienia powoduje dużą zmianę wartości odkształceń i naprężeń (w badanym przykładzie nawet o rząd wielkości),
- w przedniej komorze oka najbardziej podatnym na zmiany warunków elementem jest tęczówka, której odkształcenia mogą prowadzić do zaburzeń w dostarczaniu odpowiedniej ilości światła do struktur wewnętrznych oka,

Niestety nie udało się dokonać analizy soczewki z powodu błędów występujących podczas obliczeń. Jest ona najstabszą strukturą oka pod względem wytrzymałościowym, co potwierdzają jej funkcję w procesie widzenia np. zdolność akomodacji. W związku z tym można przypuścić, że zmiana ciśnienia wywołuje u niej jeszcze większe zmiany niż w pozostałych strukturach.

Model, który został zastosowany w naszym badaniu nie został przystosowany do analizy rogówki.

7. Bibliografia

1. *Introduction to COMSOL Multiphysics, Version COMSOL 5.1.*,
2. http://home.agh.edu.pl/~milenin/Dydaktyka/MES/MileninGL7-8_pl.pdf - dostęp 21.06.15
3. <http://www.knse.pl/publikacje/65.pdf> - dostęp 21.06.15
4. <http://www.comsol.com/> - dostęp 21.06.15
5. <http://okulistyka.mp.pl/badanieoczu/podstawowe/show.html?id=68650> - dostęp 21.06.15