

POLITECHNIKA POZNAŃSKA  
WYDZIAŁ BUDOWY MASZYN I ZARZĄDZANIA



Łukomska Patrycja

Topól Marzena

Woś Magdalena

Inżynieria biomedyczna

2016/2017

**ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCIOWA KOŚCI  
PISZCZELOWEJ**

Modelowanie i symulacja zagadnień biomedycznych

Poznań 2017

## Spis treści

1. Cel projektu.....	3
2. Budowa anatomiczna .....	3
2.1. Budowa anatomiczna kończyny dolnej .....	3
2.2. Budowa anatomiczna kości piszczelowej.....	4
3. Biomechanika kończyny dolnej .....	6
4. Właściwości materiałowe .....	8
4.1. Moduł Kirchhoffa .....	8
4.2. Moduł Younga .....	8
4.3. Współczynnik Poisson'a.....	8
4.4. Wytrzymałość .....	8
4.5. Granica plastyczności .....	9
5. Analiza naprężeń i odkształceń występujących w ciele stałym .....	9
6. Metoda elementów skończonych .....	10
7. Analiza wytrzymałościowa .....	11
8. Wnioski .....	15
9. Bibliografia .....	16

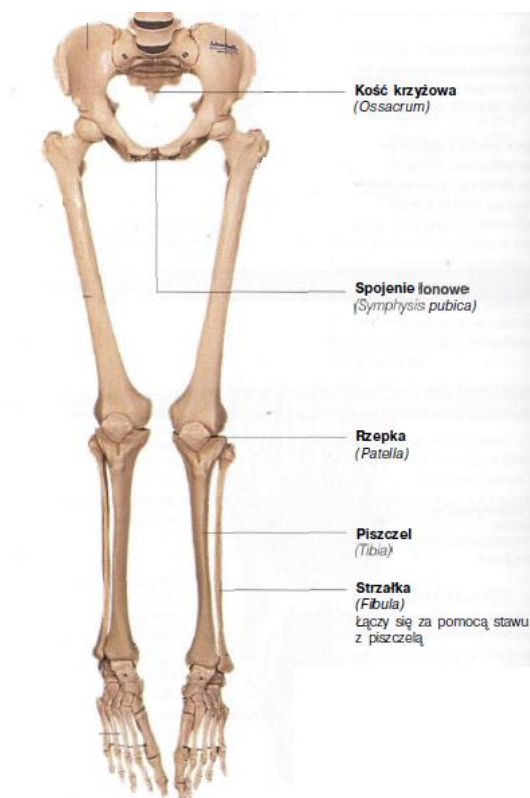
## 1. Cel projektu

Celem projektu jest przeprowadzenie analizy wytrzymałościowej dla ludzkiej kości piszczelowej. Kość została poddana działaniu siły wzdłuż osi długiej. Wartość siły została określona na podstawie masy człowieka, przyspieszenia ziemskiego oraz przyjętego współczynnika krytycznego.

## 2. Budowa anatomiczna

### 2.1. Budowa anatomiczna kończyny dolnej

Część wolna kończyny dolnej zbudowana jest z 22 kości. Największe z nich to kość udowa, piszczelowa i strzałkowa. Dodatkowo występują małe kości budujące stopę oraz rzepka. Poszczególne elementy kończyny, czyli udo, podudzie i stopa, połączone są stawami: kolanowym, skokowym oraz stawami znajdującymi się pomiędzy kośćmi stopy. Część wolna połączona jest z obręczą kończyny dolnej poprzez staw biodrowy. Zadaniem każdego ze stawów jest utrzymanie łączonych części przy równoczesnym zapewnieniu możliwości wykonywania ruchów.

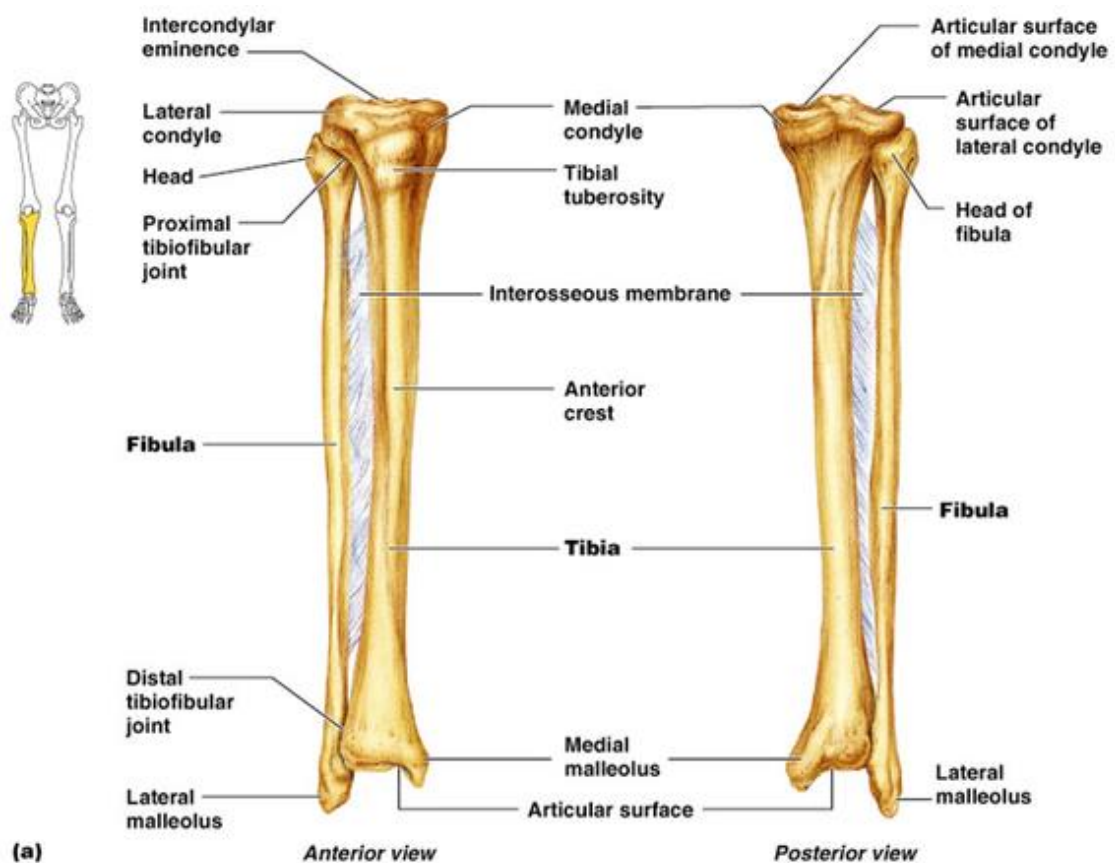


Rysunek 1 Szkielet kończyny dolnej człowieka

## 2.2. Budowa anatomiczna kości piszczelowej

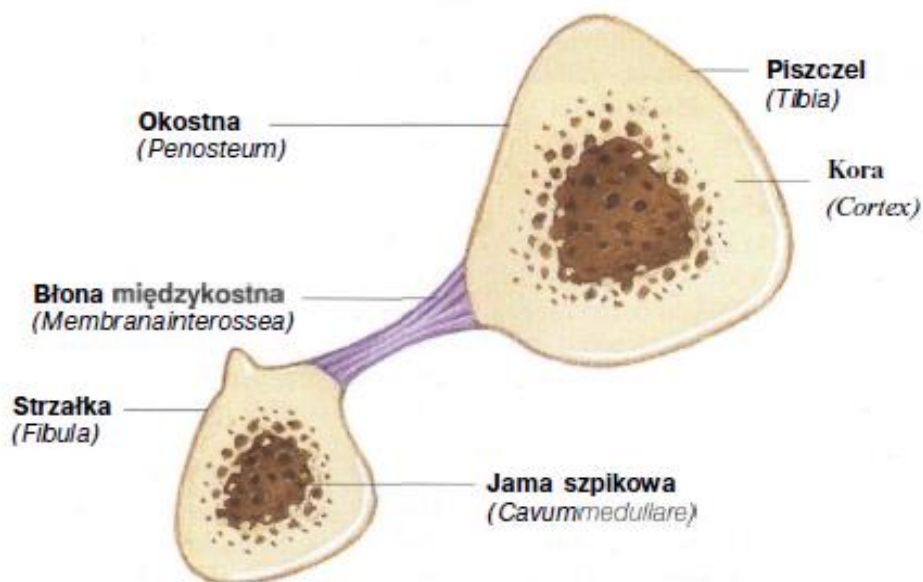
Kość piszczelowa (*tibia*) jest drugą co do wielkości, po kości udowej, kością długą u człowieka, z typowym długim trzonem i rozszerzonymi końcami. Kość piszczelowa leży wzdłuż strzałki (*fibula*) na przyśrodkowej (wewnętrznej) powierzchni podudzia (goleni). W górnym i dolnym odcinku łączy się przez stawy ze strzałką.

Górny koniec piszczeli poszerza się, tworząc przyśrodkowy i boczny kłykiec, które łączą się z kłykcami kości udowej w stawie kolanowym. Dolny koniec kości piszczelowej jest mniej widoczny niż górny. Tworzy on staw z kością skokową oraz z dolnym końcem kości strzałkowej.



Rysunek 2 Budowa kości piszczelowej

Na przekroju trzon kości piszczelowej jest prawie trójkąty, natomiast sama piszczel ma typową budowę kości długich z grubą zewnętrzną korą otaczającą gąbczastą jamę szpikową. Wydrążenie w środku zapewnia maksymalną wytrzymałość mechaniczną kości przy minimalnej masie części korowej.



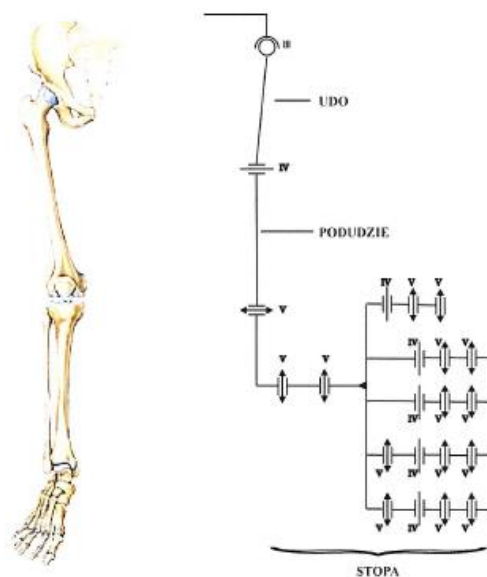
Rysunek 3 Przekrój poprzeczny kości piszczelowej

### 3. Biomechanika kończyny dolnej

Kończyna dolna, pod względem mechanicznym, stanowi otwarty układ kinematyczny, którego zamknięcie następuje w momencie zetknięcia z podłożem. Ruch pomiędzy poszczególnymi segmentami ciała ma miejsce w stawach. Dwa człony połączone stawem stanowią parę kinematyczną o określonej liczbie stopni swobody, natomiast spójny układ członów połączonych ruchowo to łańcuch kinematyczny.

Wyróżniamy następujące pary kinematyczne, które tworzone są przez stawy:

- Staw biodrowy – Połączenie pomiędzy miednicą i kością udową stanowi parę kinematyczną klasy III. Istnieje możliwość ruchów obrotowych względem trzech osi układu współrzędnych, natomiast zablokowane są ruchy translacyjne.
- Staw kolanowy – Połączenie pomiędzy kością udową i piszczelową stanowi parę kinematyczną klasy IV. Istnieje możliwość ruchów obrotowych względem dwóch osi układu współrzędnych ( zginanie i rotacja), natomiast zablokowany jest ruch obrotowy względem trzeciej osi (odwodzenie i przywodzenie) oraz ruchy translacyjne ( głównie w kierunku przednio-tylnym)
- Staw skokowy i stawy stopy- Stawy te stanowią połączenia par kinematycznych klasy IV i V z możliwością ruchów obrotowych względem jednej lub dwóch osi.



Rysunek 4 Schemat strukturalny łańcucha biokinematycznego kończyny dolnej

Tabela 1 Własności mechaniczne kości piszczelowej

Rodzaj próby	Własności mechaniczne	Kość piszczelowa
Rozciąganie	Graniczne naprężenie podczas rozciągania [MPa]	140,3
	Wydłużenie graniczne podczas rozciągania [%]	1,5
	Moduł Younga wyznaczony dla rozciągania [MPa]	18050,4
Skręcanie	Graniczne naprężenie skręcające [MPa]	43,4
	Graniczny moment skręcający [Nm]	98,1
	Graniczne przemieszczenie kątowe podczas skręcania [°]	3,4
Zginanie	Graniczne naprężenie zginające [MPa]	194,02
	Graniczne obciążenie zginające [kg]	255,8
	Moduł Younga wyznaczony dla zginania [MPa]	11968,2

## 4. Właściwości materiałowe

Do przeprowadzenia analizy wytrzymałościowej niezbędna jest wiedza o właściwościach materiału. Do najważniejszych wielkości można tu zaliczyć moduł Kirchhoffa, moduł Younga, współczynnik Poisson'a, wytrzymałość na rozciąganie i granicę plastyczności, które szerzej opisano poniżej.

### 4.1. Moduł Kirchhoffa

Moduł ten jest inaczej określany jako moduł sprężystości poprzecznej, ten współczynnik wyrażony jest poniższym wzorem, który uwzględnia stosunek naprężenia ścinającego do odkształcenia postaciowego.

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

### 4.2. Moduł Younga

Moduł ten jest inaczej określany jako współczynnik sprężystości podłużnej, stosuje się go to opisu sprężystości materiału. Wzór opisujący moduł Younga uwzględnia stosunek odkształcenia liniowego do naprężenia występującego w materiale w przedziale odkształceń sprężystych.

$$E = \frac{\varepsilon}{\sigma}$$

### 4.3. Współczynnik Poisson'a

Współczynnik ten określany jest w przypadku osiowego stanu naprężeń i wyraża go stosunek dokośztalcenia poprzecznego odkształcenia podłużnego występującego w danym materiale.

$$\nu = \frac{\varepsilon_{pop}}{\varepsilon}$$

### 4.4. Wytrzymałość

Wytrzymałość zajmuje się opisem zachowywania się ciała poddanego siłom zewnętrznym oraz odpowiadających im naprężeń oraz wywołanych przez nie odkształceń.



Określa także wartości konkretnych naprężeń (rozciągających, ścinających, zginających i ścinających) przy których występuje zniszczenie lub pęknięcie badanego elementu.

#### **4.5. Granica plastyczności**

Granica plastyczności jest to konkretna wartość naprężenia, przy którym rozpoczyna się proces powstawania nieodwracalnych, mikroskopijnych odkształceń plastycznych we wszystkich ziarnach lub występuje płynięcie materiału.

### **5. Analiza naprężeń i odkształceń występujących w ciele stałym**

Jednym z najważniejszych praw stosowanych w mechanice jest prawo Hooke'a. Stosowane jest ono w przypadku jednoosiowego stanu naprężeń. Opisuje ono zależność występującą pomiędzy odkształceniami ciała w odniesieniu do oddziałującego na nie naprężenia. Prawo Hooke'a wyraża się wzorem:

$$\sigma = E\varepsilon$$

gdzie:

$\sigma$  – naprężenia normalne w poprzecznym przekroju pręta [MPa],

$E$  – współczynnik sprężystości wzdłużnej – moduł Younga [Pa],

$\varepsilon$  – odkształcenia względne.

Jak wynika z zależności (liniowej) odkształcenie ciała jest wprost proporcjonalne do siły, która na nie działa.

## 6. Metoda elementów skończonych

Metoda Elementów skończonych (MES, ang. finite – element method), jest powszechnie stosowaną metodą zaliczaną jednak do zaawansowanych, która służy do rozwiązywania układów równań różniczkowych. Jej podstawą jest dyskretyzacja, czyli podział dziedziny na skończone elementy, w przypadku których rozwiązanie jest przybliżone przez dane funkcje. Faktyczne obliczenia przeprowadza się tylko dla węzłów podziału.

Ogólnie Metoda Elementów skończonych jest metodą aproksymacji, inaczej mówiąc rozwiązań przybliżonych równań różniczkowych cząstkowych. Pod uwagę bierze się równania, które są matematycznym modelem konkretnego procesu lub stanu układu fizycznego. Dany proces lub stan określany jest przy użyciu parametrów będących funkcjami położenia w czasie i przestrzeni.

Zastosowanie MES jest bardzo szerokie. W mechanice komputerowej pozwala ona na badanie wytrzymałości konstrukcji, symulacje odkształceń, naprężeń, przemieszczeń, a także pozwala na analizę przepływu cieczy czy ciepła. Co więcej umożliwia badanie statyki, kinematyki i dynamiki maszyn, a także oddziaływań elektrostatycznych, magnetostatycznych oraz elektromagnetycznych. Można więc stwierdzić, iż modelowanie i symulacja zagadnień biomedycznych opiera się na metodzie elementów skończonych. W tym miejscu należy zaznaczyć, dzięki MES istnieje możliwość symulowania komputerowego skomplikowanych zagadnień fizycznych, które działają na złożone geometrie. Ta metoda pozwala pominąć etap budowania prototypów, co pozwala zaoszczędzić środki finansowe oraz usprawnia cały proces projektowania.

Stosując Metodę elementów skończonych należy zdawać sobie sprawę z jej wad. Końcowy wynik metody uzależniony jest od mocy obliczeniowej komputera. Metoda ta może wprowadzić jednak szereg błędów do końcowego rozwiązania np. błąd wartości współczynników, błąd odwzorowania obszaru czy błąd zaokrągleń.

## 7. Analiza wytrzymałościowa

Do analizy wytrzymałościowej wykorzystano model kości piszczelowej. Model został wykonany na podstawie danych obrazowania medycznego, a następnie przedstawiony jako plik stl.



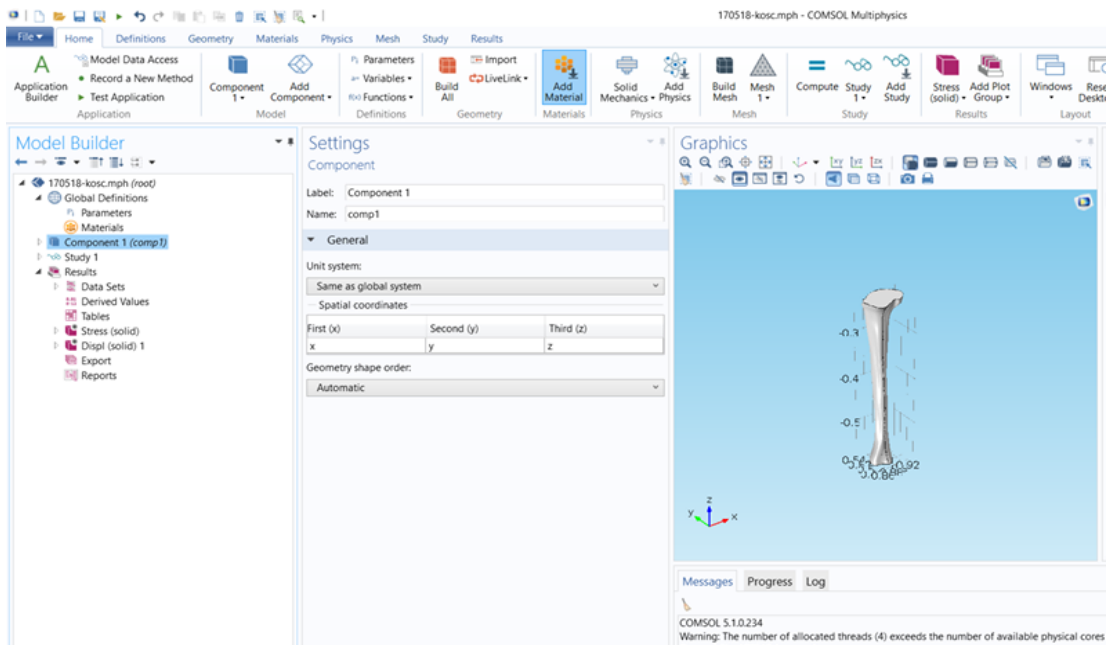
Rysunek 5 Model kości piszczelowej.

W celu dopasowania modelu do możliwości obliczeniowych programu, model został uproszczony poprzez wygładzenie go w programie GOM Inspect.



Rysunek 6 Uproszczony model kości.

W celu przeprowadzenia analizy wytrzymałościowej uproszczony model został umieszczony w programie COMSOL Multiphysics.



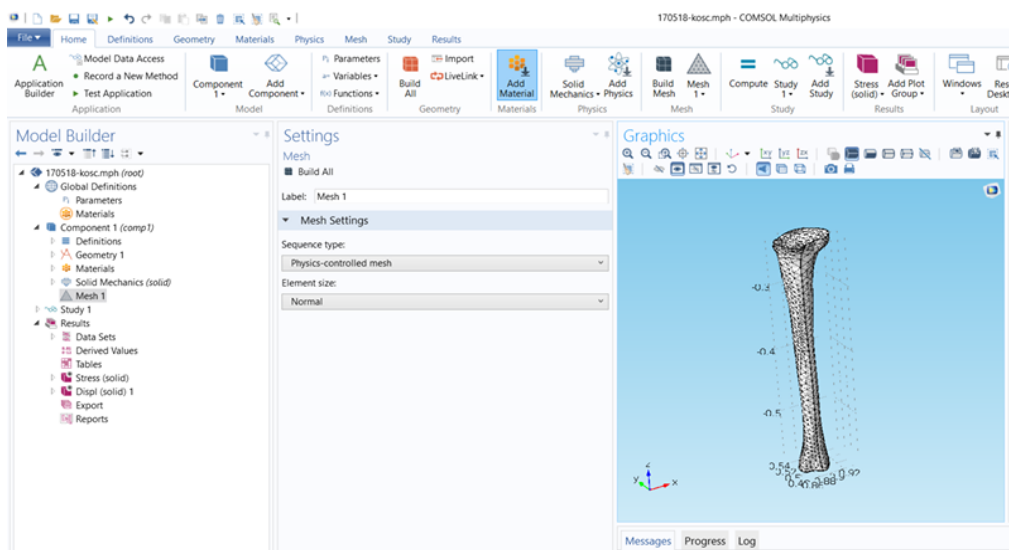
Rysunek 7 Okno programu COMSOL Multiphysics.

Następnie ustalono materiał z jakiego wykonany jest model.

Parameters			
Parameters			
Name	Expression	Value	Description
E1	18e9	1.8E10	
nu1	0.3	0.3	
rho1	1800	1800	
E2	1e9	1E9	
nu2	0.3	0.3	
rho2	900	900	

Rysunek 8 Parametry materiału.

Kolejnym etapem analizy było nałożenie siatki modelu.

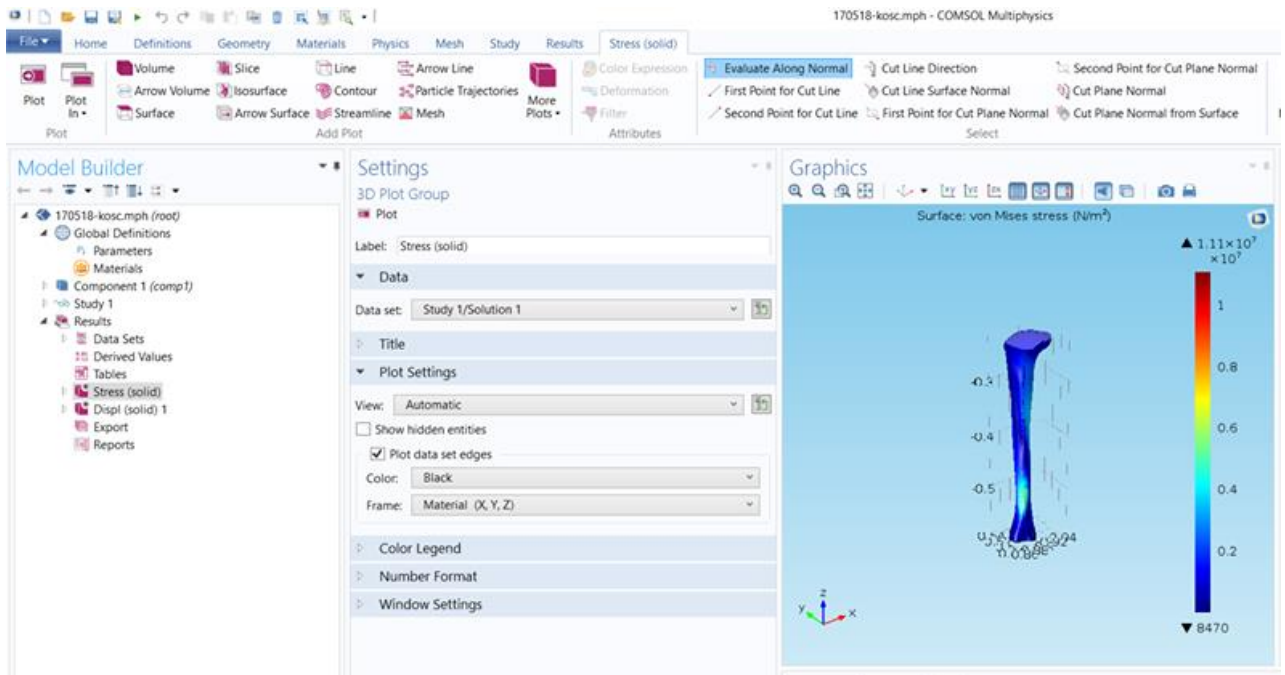


Rysunek 9 Nałożenie siatki modelu.

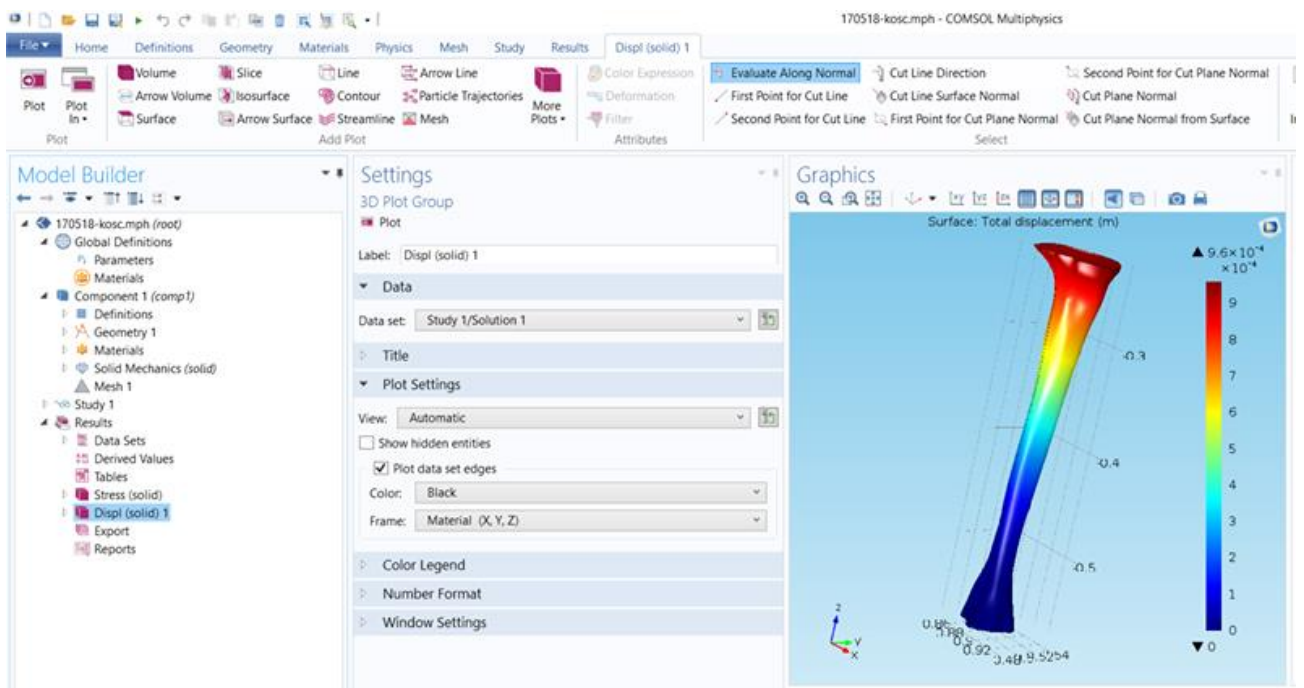
Model został obciążony siłą o wartości 1200N działając wzdłuż osi długiej kości. Do obliczenia wartości siły przyjęto masę człowieka wynoszącą 100 [kg], przyspieszenie ziemskie  $9,81[m/s^2]$  oraz współczynnik bezpieczeństwa wynoszący 1,2.

$$100 \cdot 9,81 \cdot 1,2 = 1177,2 \text{ N}$$

Otrzymany wynik został zaokrąglony do wartości 1200N.



Rysunek 10 Naprężenia występujące po przyłożeniu siły.



Rysunek 11 Odształcenia występujące po przyłożeniu siły.

## 8. Wnioski

Przeprowadzona analiza wykazała występowanie naprężeń na poziomie 4 [GPa] oraz maksymalne odkształcenie wynoszące 0,0096 [mm]. Kość jest zdolna do przenoszenia naprężeń do 18 [GPa], a więc wynik uzyskany w przebiegu analizy 4 [GPa] nie stanowi zagrożenia dla zaprojektowanego modelu. Przemieszczenie 0,0096 [mm] również jest akceptowalne.

Podział modelu na dwa materiały o różnych właściwościach wytrzymałościowych umożliwił symulację analogiczną do zachowania naturalnej budowy anatomicznej kości. Kość zbudowana jest z dwóch warstw: zewnętrznej korowej i wewnętrznej gąbczastej, różniących się właściwościami mechanicznymi. Z rysunku nr 11 widać, iż pod wpływem przyłożonej siły, największemu przemieszczeniu uległa głowa kości, do której siła była bezpośrednio przyłożona; wartość przemieszczenia zmniejsza się w sposób gradientowy i dla trzonu kości jest już mniejsza. Wartość przemieszczenia zmienia się, malejąc w minimalnym stopniu w kierunku dalszego końca kości.

Staw kolanowy jest najbardziej skomplikowanym układem mechanicznym człowieka. Łączy on ze sobą koniec dalszy kości udowej, głowę kości piszczelowej oraz rzepkę, umożliwiając ruch pomiędzy nimi, a dzięki temu ruch całej kończyny. Dodatkowo spełnia on funkcje podporową podczas stania. Staw kolanowy jest jednym z najbardziej obciążonych stawów w ciele człowieka. Z tego względu podczas symulacji siła obciążająca została przyłożona w bliższym końcu kości piszczelowej, analogicznie do kierunku występujących tam obciążeń. Pomimo tego, że w skład podudzia wchodzi zarówno kość piszczelowa, jak i kość strzałkowa, analizie wytrzymałościowej została poddana tylko kość piszczelowa, ponieważ to głównie ona przenosi obciążenia występujące w kończynie. Kość strzałkowa jest elementem stawu skokowego, którego analiza nie była celem projektu.

Przyjęte warunki symulacji miały za zadanie określić wynik skrajnego obciążenia modelu. Dlatego została użyta maksymalna masa pacjenta 100kg oraz współczynnik krytyczny gwarantujący duży margines bezpieczeństwa równy 1,2.

Wobec powyższego pojawiające się podczas symulacji przemieszczenia oraz naprężenia nie stanowią realnego zagrożenia dla poprawnego funkcjonowania kości piszczelowej.

## 9. Bibliografia

1. P. Abrahams "Atlas anatomiczny" Świat Książki, Kraków, 2011
2. D. Tejszerska „Biomechanika narządu ruchu człowieka” , Politechnika Śląska, Gliwice 2011
3. Ignasiak Z.: *Anatomia układu ruchu*. Wyd. Elsevier Urban & Partner, Wrocław 2007.
4. Woźniak W.: *Anatomia człowieka*. Wyd. Medyczne Urban & Partner, Wrocław 2001
5. Gabryszewski Z.: „Teoria sprężystości i plastyczności”, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2001
6. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., *The Finite Element Method, Vol. 1: The Basis*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000
7. Dacko M, Borkowski W., Dobrociński S, Niezgoda T., Wieczorek M.: *Metoda Elementów Skończonych w mechanice konstrukcji*, Arkady, Warszawa 1994