



Modelowanie i symulacja zagadnień biomedycznych

Analiza cieplna materiału amalgamatowego

Wykonali:

Stanisław Basarab
Tomasz Pawłowski

Prowadzący:

Dr hab. Tomasz Stręk, prof. PP

Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania
Inżynieria Biomedyczna
Budowa i eksploatacja urządzeń medycznych
Rok III, Semestr VI
Rok akademicki 2016/2017

Spis treści

1. Cel projektu.....	3
2. Metoda elementów skończonych.....	3
3. Podstawy teoretyczne.....	4
3.1. Analiza swobodnego przepływu ciepła	4
3.2. Przedmiot badań.....	6
4. Analiza modelu materiału amalgamatu w programie COMSOL.....	9
5. Wnioski.....	14
6. Źródła.....	19

1. Cel projektu

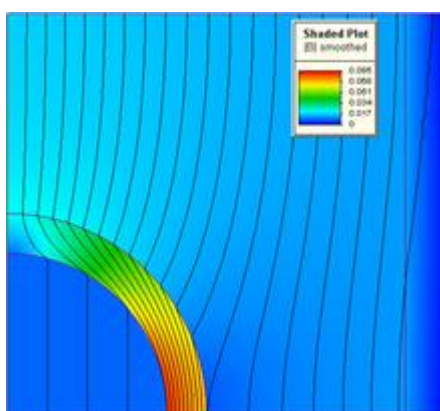
Celem projektu jest ocena materiału amalgamatowego w zastosowaniach stomatologicznych pod względem przewodnictwa cieplnego. Analizę przeprowadzono za pomocą programu COMSOL.

2. Metoda elementów skończonych MES

Metoda Elementów Skończonych albo Metoda Elementu Skończonego (w skrócie MES, [ang.](#) finite element method, w skrócie FEM) – zaawansowana metoda rozwiązywania układów równań różniczkowych, opierająca się na podziale dziedziny (tzw. dyskretyzacja) na skończone elementy, dla których rozwiązanie jest przybliżane przez konkretne funkcje, i przeprowadzaniu faktycznych obliczeń tylko dla węzłów tego podziału.

Metodą pokrewną jest metoda elementów brzegowych.

Jeśli obliczany model posiada symetrię kształtu i wymuszenia, wówczas można obliczyć tylko część obiektu celem szybszego uzyskania wyników, tak jak to przedstawiono na rysunku po prawej stronie.



Zdj nr 1. Przykład dwuwymiarowego rozwiązania magnetostaticznego (linie oznaczają kierunek indukcji magnetycznej, a kolor jej wartość)

Za pomocą tej metody bada się w mechanice komputerowej (CAE) wytrzymałość konstrukcji, symuluje odkształcenia, naprężenia, przemieszczenia, przepływ ciepła, przepływ cieczy.

Obliczenia MES mogą być przeprowadzane w przestrzeni dwuwymiarowej (2D), gdzie dyskretyzacja sprowadza się najczęściej do podziału obszaru na trójkąty. Rozwiązanie takie pozwala na obliczenie wartości pojawiających się w przekroju danego układu. Związane są z tym jednak pewne ograniczenia wynikające ze specyfiki rozwiązywanego problemu (np. kierunek przepływu tylko przenikający modelowaną powierzchnię, itp.)

Z uwagi na postęp techniki komputerowej w ostatnich latach większość pakietów symulacyjnych wyposażona jest w możliwość rozwiązywania zagadnień w przestrzeni trójwymiarowej (3D). Dyskretyzacja zazwyczaj polega na podziale obszaru na czworościany. Modelowanie takie pozbawione jest fundamentalnych ograniczeń technologii 2D, ale jest znacznie bardziej wymagające pod względem pamięci i mocy obliczeniowej komputera. [1]

3. Podstawy teoretyczne

3.1 Analiza swobodnego przepływu ciepła:

Przewodnictwo cieplne bazuje na prawie Fouriera oraz na prawie zachowania energii. Energia cieplna jest transportowana w ciele stałym dzięki przewodnictwu cieplnemu. Przypuśćmy, że temperatura nie jest jednakowa w ciele stałym, wtedy energia cieplna jest transportowana wewnątrz ciała do momentu, aż temperatura ta będzie jednakowa w każdym punkcie ciała. Jeżeli nie występuje transport masy, a jedynie transport ciepła, to zjawisko jest nazywane przewodnictwem ciepła. Stosunek transportu do jednostki powierzchni nazywamy jest strumieniem. Związek pomiędzy strumieniem ciepła a gradientem temperatury nazywany jest prawem Fouriera, którego forma to:

$$\overline{q} = -\lambda \cdot \text{grad}T \quad \text{lub w 2D} \quad q_x = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}; \quad q_y = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y};$$

gdzie:

q – jest wektorem strumienia ciepła w $[\text{W}/\text{m}^2]$

λ - jest współczynnikiem przewodnictwa w $[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$

T – jest temperatura w K.

Na podstawie wzoru:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -W$$

Jest to równanie dla swobodnego przepływu rozkładu temperatury przy udziale źródeł ciepła. Jest współczynnikiem przewodnictwa jest stały, otrzymujemy:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = -\frac{W(x,y)}{\lambda}$$

Jeżeli mamy do czynienia z brakiem wytworzenia energii wewnętrznej (jest ona równa 0), to równaniem rządzące staje się równaniem Laplace'a (2D)

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

Równanie rządzące jest uzupełniane warunkami brzegowymi, które dla poniższego rysunku przyjmują postać:

1) Warunek brzegowy Dirichleta - znana temperatura $T_b(x,y)$ na części brzegu Γ_1 :

$$T(x,y) = T_b(x,y)$$

2) Warunek brzegowy Neumana - znany strumień ciepła $q_x(x,y)$ na części brzegu Γ_2 :

$$-\lambda \frac{\partial T(x, y)}{\partial n} = q_b(x, y)$$

gdzie: n – jest wektorem normalnym jednostkowym skierowanym na zewnątrz, od brzegu Γ_2

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y$$

Pochodna normalna dana jest wzorem:

3) Warunek brzegowy Robina – znana liniowa kombinacja strumienia ciepła i temperatury na części

$$\text{brzegu } \Gamma_2: \quad -\lambda \frac{\partial T(x, y)}{\partial n} = h[T(x, y) - T_a]$$

gdzie: T_n – jest temperatura otoczenia h jest konwekcją ciepła

W metodzie tej aproksymowanie rozwiązania wyrażone jest przez liniową kombinację rozwiązań podstawowych z punktami źródłowymi $\{x_{sj}, y_{sj}, j=1, 2, \dots, N\}$ umieszczonymi poza obszarem (dziedzina) problemu

$$T(x, y) = \sum_{i=1}^N c_j \varphi(x, y, x_{sj}, y_{sj})$$

gdzie: $\varphi(x, y, x_{sj}, y_{sj}) = \ln \left[(x - x_{sj})^2 + (y - y_{sj})^2 \right]$ jest podstawowym rozwiązaniem równania Laplace'a (2D), a $\{c_j, j=1, 2, \dots, N\}$ są nieznanymi współczynnikami.

$$\sum_{j=1}^N c_j \varphi(x_1, y_1, x_{sj}, y_{sj}) = T_b(x_1, y_1) \quad i=1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N c_j \varphi(x_k, y_k, x_{sj}, y_{sj}) = q_b(x_k, y_k) \quad k=1, 2, \dots, N$$

$$\sum_{j=1}^N c_j \left[\frac{\varphi(x_l, y_l, x_{sj}, y_{sj})}{\partial n} + \frac{h}{\lambda} \varphi(x_l, y_l, x_{sj}, y_{sj}) \right] = \frac{T_a \cdot h}{\lambda} \quad l=1, 2, \dots, N$$

Przewodzenie ciepła – proces wymiany ciepła między ciałami o różnej temperaturze pozostającymi ze sobą w bezpośrednim kontakcie. Polega on na przekazywaniu energii kinetycznej bezładnego ruchu cząsteczek w wyniku ich zderzeń. Proces prowadzi do wyrównania temperatury między ciałami.

Gęstość strumienia ciepła - q_r to wielkość wektorowa, opisująca szybkość i kierunek przepływu ciepła. Jej wartość określa ilość ciepła przepływającego w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni prostopadłej do kierunku rozchodzenia się ciepła. Każdemu punktowi w przestrzeni możemy przyporządkować określoną temperaturę. Mówimy, że w przestrzeni określone jest skalarnie pole temperatury $T = T(x, y, z, t)$.

Gradient temperatury jest wektorem wskazującym kierunek najszybszego wzrastania temperatury. Jeśli jakiś element ośrodka charakteryzuje się dużymi gradientami temperatury oznacza to, że w tym obszarze występują znaczne różnice temperatur. W stanie stacjonarnym (ustalonym) wielkości

charakteryzujące układ nie zmieniają się w czasie, a więc np. $T = T(x, y, z)$. W stacjonarnym przypadku jednowymiarowym $T = T(x)$, zaś $dx = dT \cdot \text{grad } T$.

Współczynnik przewodzenia ciepła λ charakteryzuje łatwość przewodzenia ciepła przez dany materiał. Dobrymi przewodnikami ciepła nazywamy materiały, dla których wartość współczynnika przewodzenia ciepła duża, natomiast materiały będące izolatorami cieplnymi charakteryzują się małymi wartościami λ .

Matematyczny model przewodnictwa cieplnego ma następującą postać:

$$\delta_{ts} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla T) = Q$$

gdzie:

δ_{ts} - współczynnik czasowego skalowania:

ρ - gęstość:

C_p - pojemność cieplna:

k – tensor przewodności cieplnej:

Q - źródło ciepła

3.2. Przedmiot badań

Amalgamat (ortęć) – ogólna nazwa stopów metali, w których jednym z podstawowych składników jest rtęć. Tworzy się poprzez rozpuszczenie innych metali w rtęci w warunkach otoczenia. Stopy te można również uważać za roztwory, przy czym mogą to być roztwory o ciekłym lub stałym stanie skupienia. Amalgamaty tworzy większość metali, do wyjątków należy żelazo, które może być wykorzystywane do produkcji naczyń do przechowywania amalgamatów. Po ogrzaniu rtęć wyparowuje całkowicie z amalgamatów, co wykorzystywane jest podczas ekstrakcji srebra lub złota z rudy za pomocą rtęci.

W dentystyce wykorzystywany jest amalgamat stomatologiczny. Natomiast amalgamat sodu po połączeniu z wodą jest stosowany jako środek redukujący, wydzielający wodór atomowy (in statu nascendi). Amalgamat talu stosowany jest w termometrach do pomiaru niskich temperatur, ponieważ krzepnie w temperaturze $-58\text{ }^{\circ}\text{C}$ (czysta rtęć przy $-39\text{ }^{\circ}\text{C}$). [2]



Zdj. nr 2. - Amalgamat w zębie

Przewodność cieplna jest to zdolność substancji do przewodzenia ciepła. Od materiałów stosowanych do wypełnień stomatologicznych wymaga się jak najniższej przewodności cieplnej, aby ciepły posiłek bądź napój nie podrażniał zakończeń nerwowych w zębie na jego styku z plombą. Metale wykazują stosunkowo duży współczynnik przewodzenia ciepła, dlatego warto poddać analizie jego przepływ w plombie amalgamatowej.

Po opracowaniu ubytku zęba przez stomatologa odkrywana jest zazwyczaj miazga zębowa. Miazga zębów z obnażoną zębiną reaguje żywo na niskie i wysokie temperatury. Jeśli bodźce termiczne powtarzają się często i przekraczają próg tolerancji miazgi, wówczas powstaje proces zapalny. Mechanizm działania bodźców termicznych tłumaczy się ich wpływem na nerwy naczynioruchowe, które doprowadzają do gwałtownego przekrwienia lub niedokrwienia i w ten sposób powstają zaburzenia w odżywianiu zęba, a następnie od fazy przekrwienia dochodzi do zapalenia miazgi. Dlatego tak ważna jest odpowiedź na pytanie czy po wypełnieniu ubytku plombą z amalgamatu będzie ona przewodziła ciepło do stykającej się z nią miazgi dając przykre odczucia pacjentowi mogące również zagrażać jego zdrowiu. Drażnienie zbyt wysoką lub niską temperaturą zakończeń nerwowych w miazdze wywołuje ból.

Właściwości amalgamatu niezbędne do symulacji to:

- przewodność cieplna $k = 23 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$
- gęstość $\rho = 8 \text{ g/cm}^3$
- pojemność cieplna przy stałym ciśnieniu $c = 210 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$

Unerwienie zębów szczęki [3]

Za unerwienie górnej grupy zębów odpowiedzialny jest nerw szczękowy. Dzieliąc się na liczne gałęzie, zaopatruje czuciowo środkową część twarzy. Po odejściu od zwoju trójdzielnego przebiega w bocznej części zatoki jamistej i przez otwór okrągły dochodzi do dołu skrzydłowo-podniebiennego. Większa część jego włókien przebiega przez szczelinę oczodołową dolną, dalej jako nerw podoczodołowy przez jednoimienny kanał i ostatecznie kończy się na przedniej powierzchni trzonu szczęki tworząc tzw. gęsią stopkę mniejszą (pes anserinus minor).

Nerw podoczodołowy (nervus infraorbitalis) oddaje gałęzie zębodołowe górne, które dzielimy na trzy grupy:

- gałęzie zębodołowe górne przednie
- gałąź zębodołowa górna środkowa
- gałęzie zębodołowe górne tylne

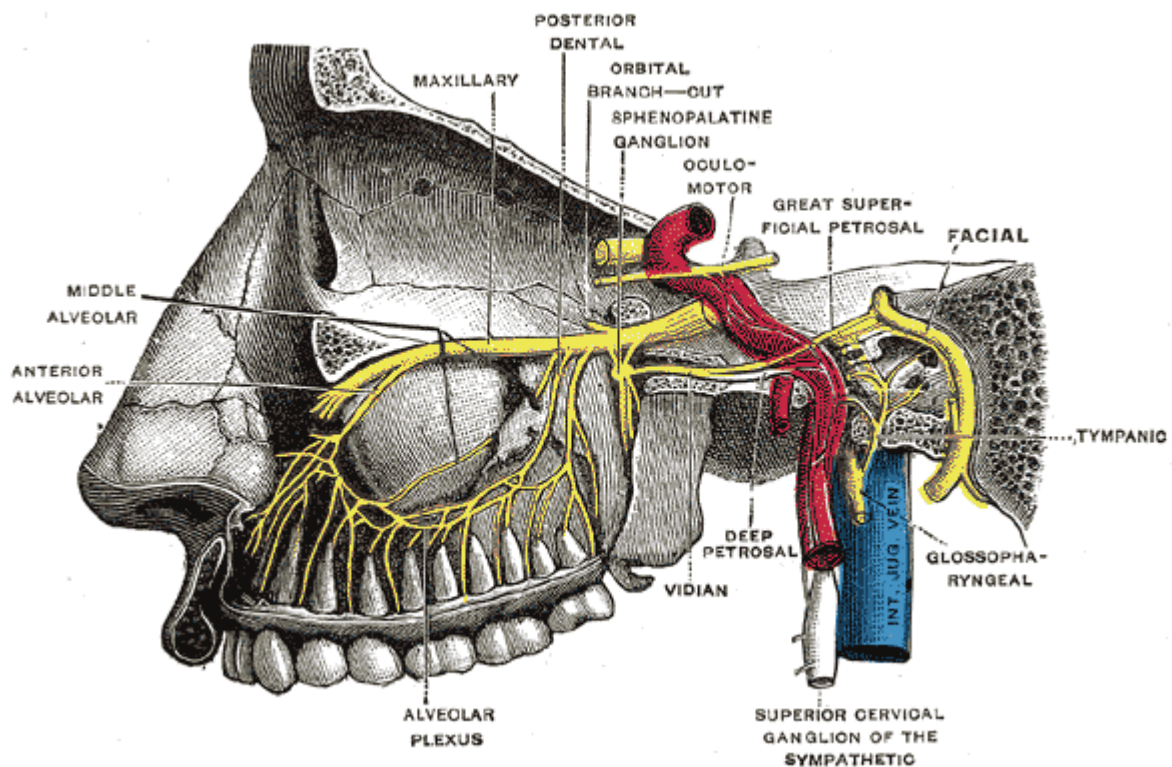
Gałęzie tylne (rami alveolares superiores posteriores) odchodzą od nerwu podoczodołowego zazwyczaj jeszcze przed jego wejściem do oczodołu. W postaci kilku delikatnych włókien wchodzi przez otwory w guzie szczęki do kanałów zębodołowych. Jedna gałązka przebiega na zewnętrznej powierzchni kości i zaopatruje dziąsła okolicy zębów trzonowych od strony zewnętrznej oraz błonę śluzową policzka. Pozostałe łączą się z gałęziami zębodołowymi przednimi i środkową tworząc spłot zębowy górny. Gałęzie tylne odpowiadają za unerwienie zębów trzonowych i otaczających je dziąseł.

Gałąź zębodołowa górna środkowa (ramus alveolaris superior medius) jest zazwyczaj pojedynczym nerwem zaopatrującym zęby przedtrzonowe górne z ich dziąsłami od strony policzkowej. Odchodzi od nerwu podoczodołowego w obrębie bruzdy podoczodołowej. Natomiast w obrębie kanału podoczodołowego odchodzą gałęzie przednie (rami alveolares superiores anteriores). Odpowiadają one za unerwienie siekaczy, kła oraz oczywiście blisko położonych dziąseł. Warto także wspomnieć, że jedna z gałęzi przednich uczestniczy w unerwieniu błony śluzowej jamy nosowej.

Pod oddaniem wszystkich wymienionych wyżej gałęzi, nerw podoczodołowy dzieli się wachlarzowato (jest to wyżej wspomniana gęsia stopka mniejsza). Drobne odgałęzienia unerwiają min. skórę i błonę śluzową wargi górnej i dziąsła.

Gałęzie zębodołowe górne przednie, środkowa i tylne w wyrostku zębodołowym szczęki zespalają się ze sobą tworząc splot zębowy górny (plexus dentalis superior). Sploty lewej i prawej strony łączą się ze sobą. Powstaje w ten sposób łuk wypukły ku przodowi i ku dołowi, od którego odchodzą gałęzie zębodołowe górne (przechodzą przez otwory szczytowe i unerwiają miążgę poszczególnych zębów górnych), gałęzie dziąsłowe górne (unerwiają czuciowo policzkową i wargową powierzchnię dziąseł, brodawki międzyzębowe i ozębną) oraz gałęzie do błony śluzowej zatoki szczękowej.

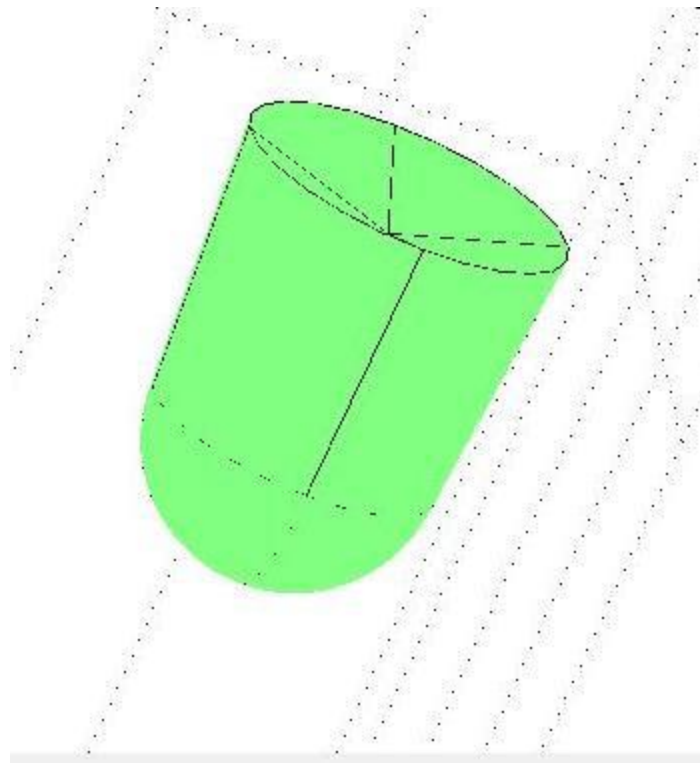
Błonę śluzową podniebienia i dziąsła od strony wewnętrznej zaopatrują inne gałęzie nerwu szczękowego: nerwy podniebienne (nervi palatini) przechodzące z dołu skrzydłowo-podniebiennego przez kanał skrzydłowo-podniebny oraz kanały podniebienne, a także nerw przysieczny (nervus incisivus), będący przedłużeniem gałęzi nosowych tylnych, przebiegającym na powierzchni dolnej podniebienia przez kanał przysieczny.



Zdj. nr 3. Schemat unerwienia zębów szczęki

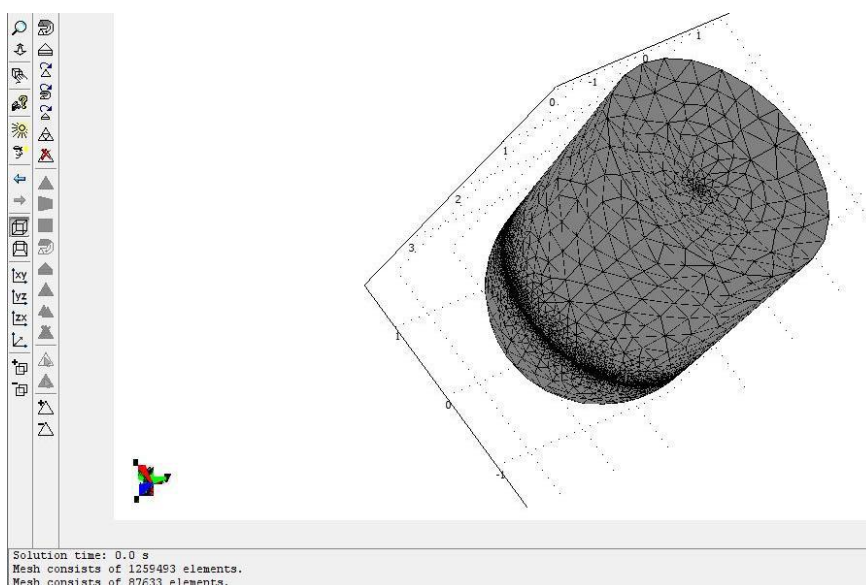
4. Analiza modelu materiału amalgamatu w programie COMSOL

W programie COMSOL zamodelowano bryłę w kształcie przybliżonym do wypełnienia zębowego o długości równej 4 mm.



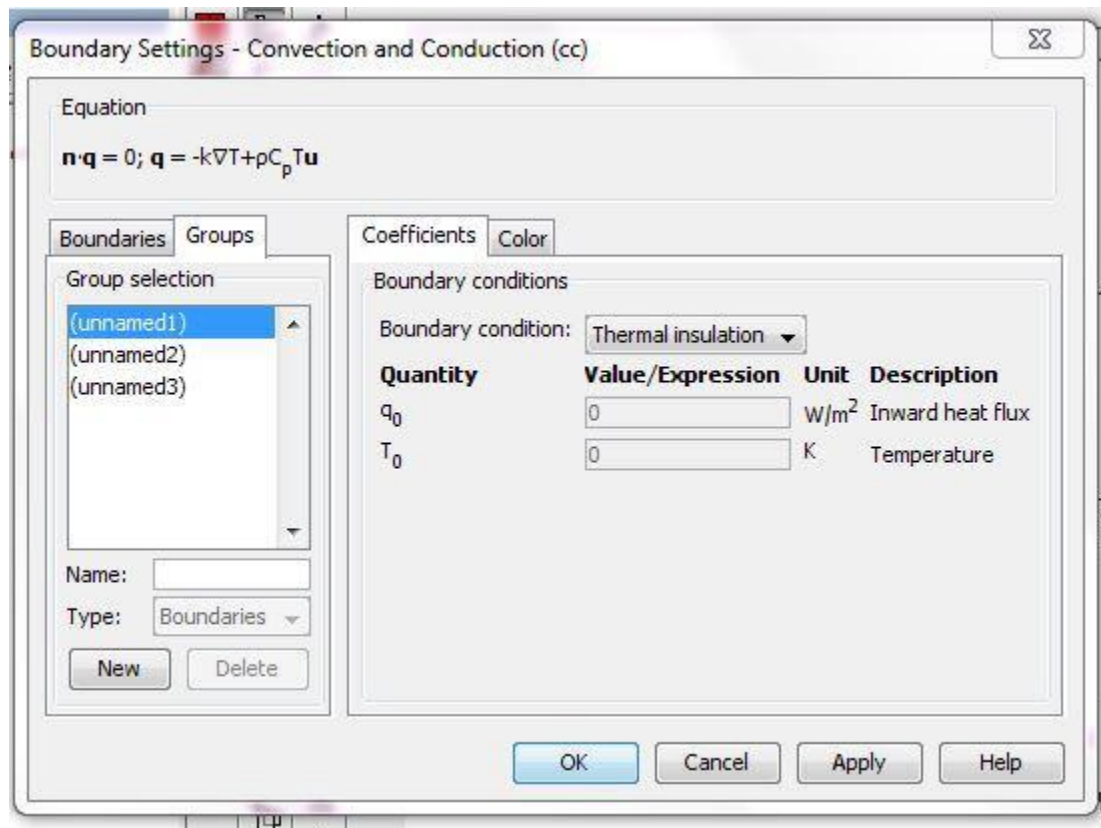
Zdj. nr 4. Model wypełnienia zęba amalgamatem

Następnie zbadano przepływ ciepła. Na model 3D nałożono siatkę przy użyciu opcji Initialize Mesh. Program podzielił model na 87633 czworościanów.



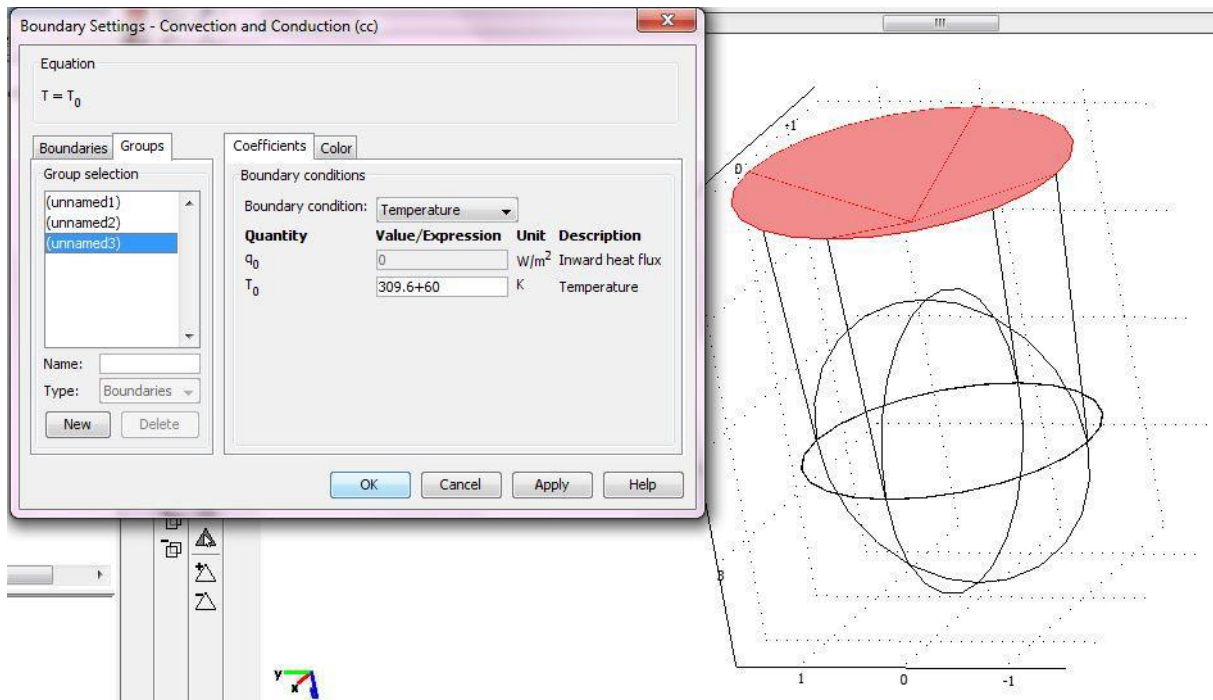
Zdj. nr 5. Siatka na modelu 3D w programie COMSOL

Kolejnym krokiem było ustawienie ścian obiektu, które mają kontakt ze wnętrzem zęba jako izolację termiczną w zakładce Boundary Settings.



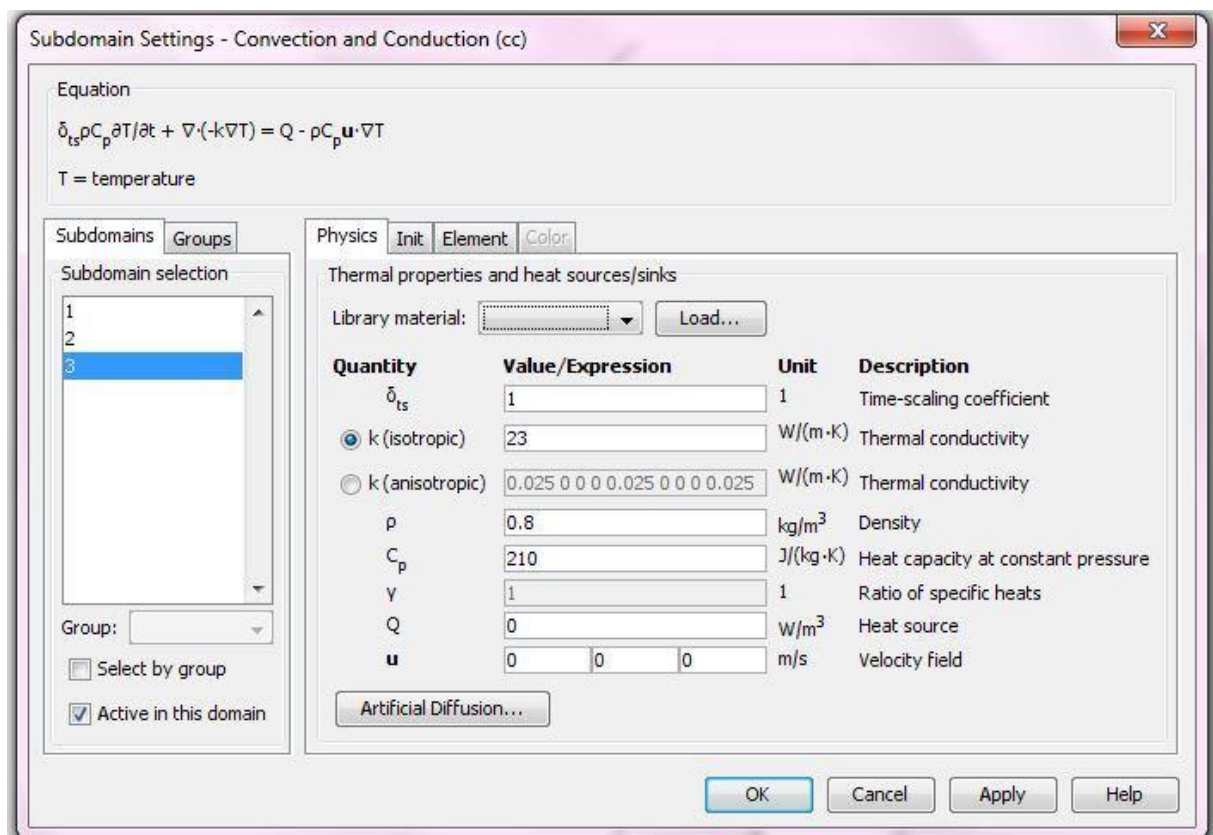
Zdj. nr 6. Ustawienia w zakładce Boundary Settings.

Cześć plomby ma kontakt z ciepłym posiłkiem, ustawiono więc opcję Temperature i wartości temperatury $T_0 = 359,6$ (Przyjmuje się, że temperatura w jamie ustnej to $36,6$ stopni Celsjusza, a temperatura posiłku wynosi 50 stopni Celsjusza).



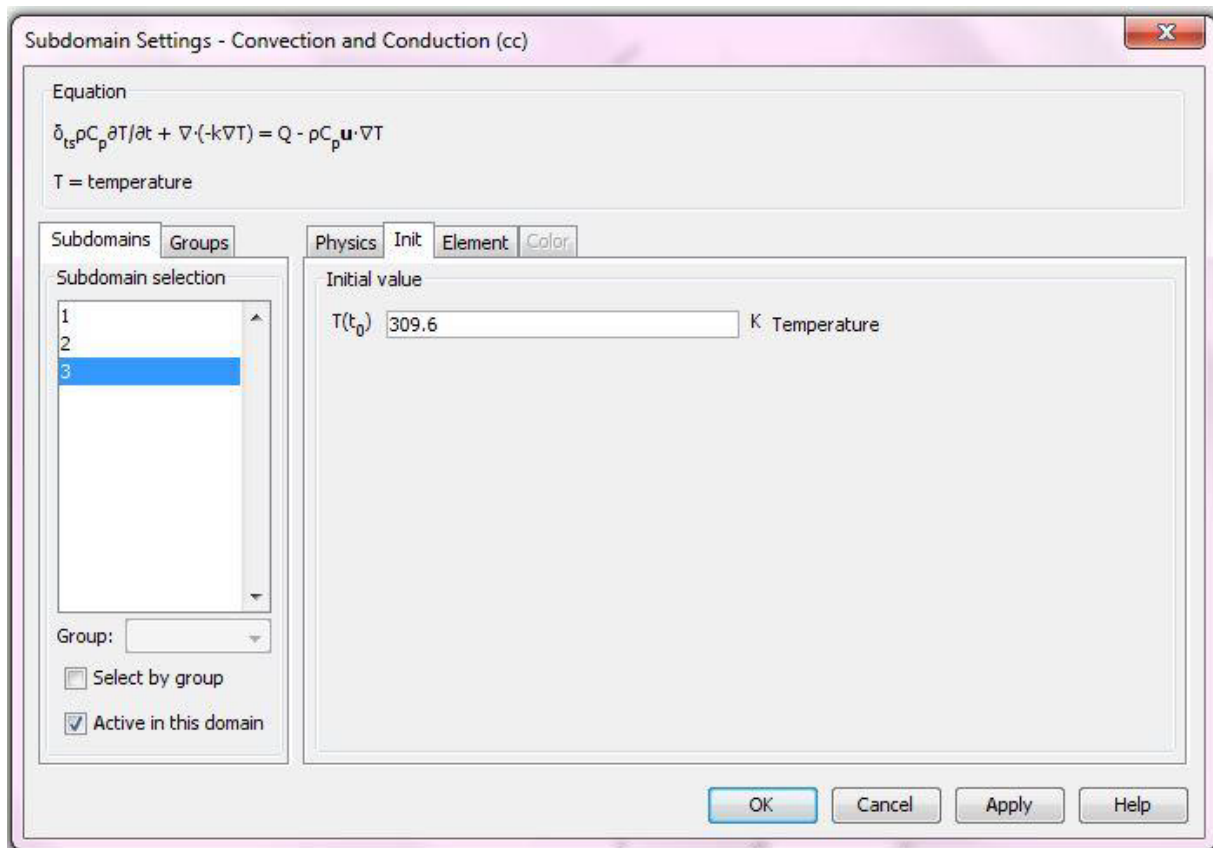
Zdj. nr 7. Ustawienia temperatury dla materiału.

Następnie w zakładce Subdomain Setting uzupełniono parametry materiału amalgamatowego.



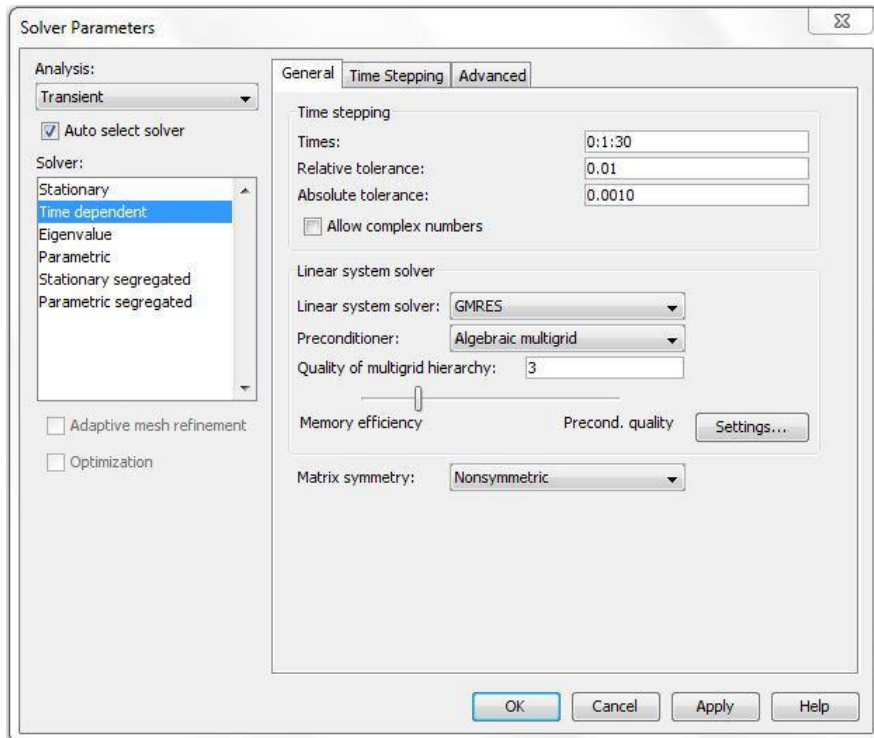
Zdj. nr 8. Zakładka Subdomain Settings i parametry amalgamatu.

Następnie ustawiono temperaturę początkową, która wynosiła 36,6 stopni Celsjusza.

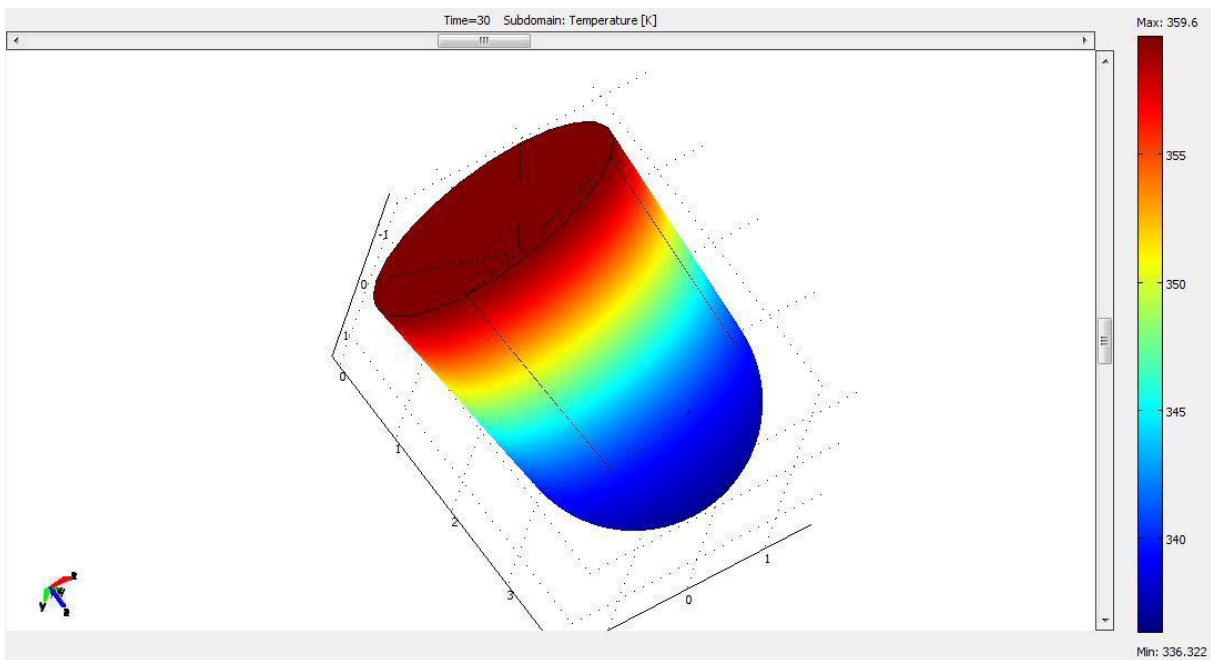


Zdj. nr 9. Temperatura początkowa ustawiona na 36,6 stopni Celsjusza. (309,6 K)

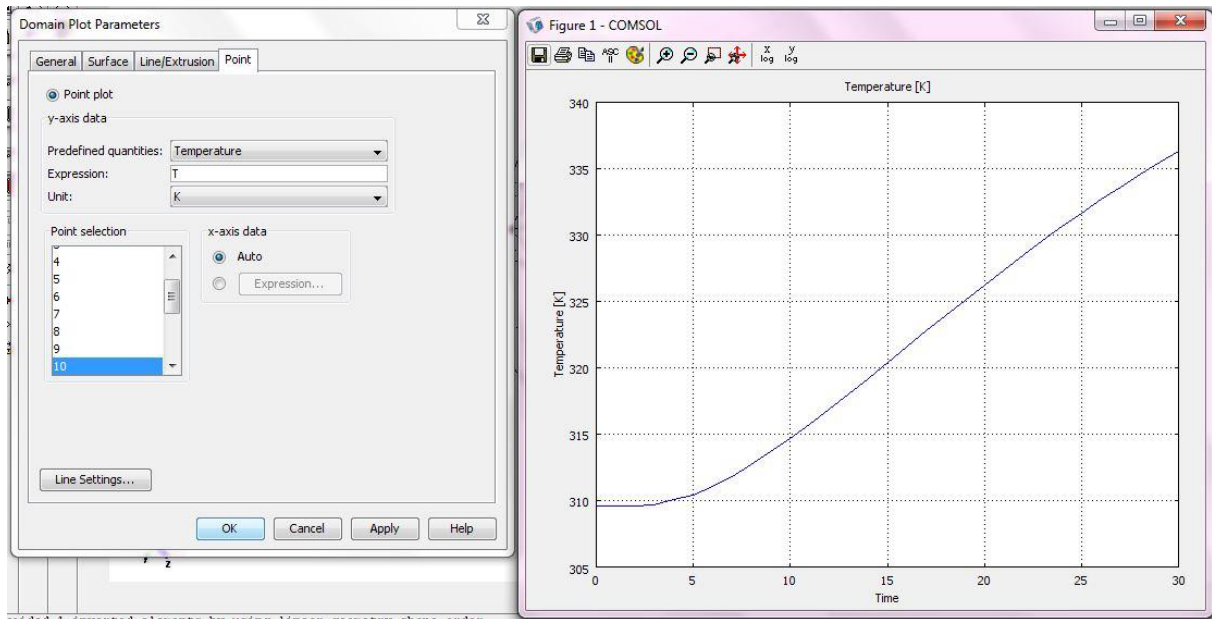
W zakładce Solver Parameters ustawiono czas symulacji na 30 sekund i krok pomiaru na 1 sekundę:



Zdj. nr 10. Ustawienia zakładki Solver Parameters.



Zdj. nr 11. Wyniki symulacji



Zdj. nr 12. Wykres temperatury od czasu najgłębszego punktu w zębie.

5. Wnioski:

Symulacja przepływu ciepła w plombie została przeprowadzona dla zetknięcia się jej powierzchni z temperaturą 50°C w czasie 30 sekund. Temperatura osiągnięta na dnie plomby po tym czasie wynosi 336,3K czyli 63,3°C. Jest to wysoka wartość, lecz warto mieć na uwadze, iż w rzeczywistości bezpośredni styk zęba z gorącą substancją jest krótszy. Temperatura najgłębszego punktu dla krótszego czasu może być odczytana z wykresu.

Amalgamat jest dobrym przewodnikiem ciepła, jednak w rzeczywistości plomba nie powinna wywoływać u pacjenta uczucia dyskomfortu.

6. Źródła:

[1] https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_element%C3%B3w_sko%C5%84czonych

[2] <https://pl.wikipedia.org/wiki/Amalgamat>

[3] http://portal.zemby.pl/index.php?option=com_content&task=view&id=64&Itemid=51