



Politechnika Poznańska
Wydział Inżynierii Mechanicznej



Instytut Mechaniki Stosowanej
Zakład Mechaniki Technicznej

mgr inż. Jakub Michalski

Odporność na przebicie płyty warstwowej
z rdzeniem auksetycznym

Rozprawa doktorska

Promotor: dr hab. Tomasz Stręk, prof. PP

Poznań, 2023

Podziękowania

Serdecznie dziękuję:

Promotorowi,

Panu dr. hab. Tomaszowi Strękowski, prof. PP

za cenne uwagi i sugestie dotyczące pracy.

Panu dr hab. inż. Piotrowi Paczosowi, prof. PP

za pomoc w wykonaniu testów fizycznych.

Rodzicom,

za okazane wsparcie podczas całej mojej edukacji.

SPIS TREŚCI

| | |
|--|-----------|
| STRESZCZENIE | 7 |
| ABSTRACT | 8 |
| 1 WSTĘP | 9 |
| 1.1 Wprowadzenie | 9 |
| 1.2 Motywacja, cel i teza pracy | 10 |
| 1.2.1 Motywacja..... | 10 |
| 1.2.2 Cel pracy | 11 |
| 1.2.3 Teza pracy..... | 11 |
| 1.3 Układ pracy..... | 12 |
| 2 PŁYTY WARSTWOWE | 14 |
| 2.1 Budowa i rodzaje | 14 |
| 2.2 Mechanika..... | 15 |
| 2.3 Zastosowania..... | 18 |
| 2.4 Wytwarzanie..... | 20 |
| 3 AUKSETYKI..... | 22 |
| 3.1 Charakterystyka..... | 22 |
| 3.2 Rodzaje struktur..... | 23 |
| 3.3 Zastosowania..... | 26 |
| 3.4 Odporność na obciążenia udarowe | 27 |
| 4 ZASTOSOWANE METODY OBLICZENIOWE | 30 |
| 4.1 Metoda elementów skończonych (MES)..... | 30 |
| 4.1.1 Podstawy MES..... | 30 |
| 4.1.2 MES w dynamice..... | 34 |
| 4.1.3 Jawne całkowanie równań ruchu..... | 35 |
| 4.2 Model plastyczności Johnsona-Cooka | 37 |
| 4.2.1 Wzmocnienie..... | 37 |
| 4.2.2 Zależność od szybkości odkształceń..... | 38 |
| 4.2.3 Zniszczenie dynamiczne..... | 38 |
| 5 ANALIZY PRZEBICIA PŁYT HOMOGENICZNYCH | 40 |
| 5.1 Opis problemu | 40 |
| 5.2 Wyniki dla różnych wartości współczynnika Poissona | 43 |
| 6 ANALIZY PRZEBICIA PŁYT Z RDZENIEM ANTY-TETRA-CHIRALNYM..... | 47 |
| 6.1 Opis problemu | 47 |
| 6.2 Wyniki – porównanie płyt z rdzeniem ATCH i nieauksetycznych | 52 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 7 | ANALIZY PRZEBICIA PŁYT Z RDZENIEM TYPU „4-STAR” | 77 |
| 7.1 | Opis problemu | 77 |
| 7.2 | Wyniki – porównanie płyt z rdzeniem 4-star i nieauksetycznych | 80 |
| 7.3 | Redukcja współczynnika Poissona struktury 4-star | 86 |
| 7.4 | Analiza przebicia struktury 4-star o zredukowanym wsp. Poissona | 90 |
| 7.5 | Wyniki dla struktury 4-star o zredukowanym wsp. Poissona | 92 |
| 7.6 | Symulacja testu przebicia bijakiem | 95 |
| 8 | TESTY FIZYCZNE PŁYT WYKONANYCH TECHNIKĄ PRZYROSTOWĄ | 98 |
| 8.1 | Opis próbek | 98 |
| 8.2 | Test wytrzymałości statycznej na ściskanie | 99 |
| 8.3 | Test przebicia pociskiem z pistoletu na CO ₂ | 102 |
| 8.4 | Test przebicia bijakiem | 104 |
| 9 | PODSUMOWANIE I WNIOSKI | 107 |
| | LITERATURA | 109 |

STRESZCZENIE

Niniejsza praca jest poświęcona badaniom odporności płyty 3-warstwowej z rdzeniem auksetycznym na uderzenie pocisku skutkujące przebicciem konstrukcji. W pierwszej części pracy przedstawiono budowę i rodzaje płyt warstwowych oraz opisano podstawy ich mechaniki, wymieniono zastosowania i scharakteryzowano metody wytwarzania. Kolejna część została poświęcona materiałom i strukturom auksetycznym – ich charakterystyce, historii, rodzajom, zastosowaniom i odporności na uderzenia udarowe, będącej przedmiotem rozważań pracy. Następnie opisana została główna metoda obliczeniowa zastosowana w analizach omawianych konstrukcji – metoda elementów skończonych (MES) w dynamice z jawnym całkowaniem równań ruchu. Wszystkie symulacje tego typu zostały przeprowadzone w programie Abaqus. Pozostałe, wstępne analizy MES były statyczne i wykonane w programie Comsol Multiphysics. W tej części pracy opisany został również model materiałowy Johnsona-Cooka stosowany w analizach dynamicznych. Resztę pracy stanowi przede wszystkim opis przeprowadzonych badań i uzyskanych wyników. W pierwszej kolejności zasymulowane zostało przebiccie płyt homogenicznych o różnych wartościach współczynnika Poissona. Następnie rozważane były płyty z rdzeniem anty-tetra-chiralnym, których odporność na przebiccie porównano z tą określoną dla płyt nieauksetycznych z rdzeniem w postaci klasycznego plastra miodu. Ostatnią grupą badanych struktur były płyty z rdzeniem w postaci struktury 4-star. Uzyskane dla nich wyniki porównano z najbliższymi nieauksetycznymi odpowiednikami. Dokonano również doboru parametrów geometrycznych komórki jednostkowej struktury 4-star w celu minimalizacji współczynnika Poissona. Ostatnim etapem było przeprowadzenie testów fizycznych na płytach wytworzonych z żywicy techniką przyrostową. Jeden z tych eksperymentów został zasymulowany dla płyt aluminiowych.

ABSTRACT

The work focuses on the study of resistance of a 3-layered sandwich plate with an auxetic core to impact resulting in a puncture. The first part of the work described the design and types of sandwich plates as well as the fundamentals of their mechanics, applications and manufacturing methods. The second part of the work focuses on auxetic materials and structures – their characteristics, history, types, applications and impact resistance which is the scope of this work. The next part contains the description of the main numerical method used for analyses of considered structures – the finite element method in dynamics with explicit time integration of equations of motion. All the simulations of this kind were performed in Abaqus FEA software. The remaining ones, being preliminary static studies, were carried out in Comsol Multiphysics. In this part of the work, the Johnson-Cook material model used in dynamic analyses was also described. The rest of the work consists of a discussion about performed studies and their results. The homogenous plate was analyzed first with different values of Poisson's ratio. Then the plates with anti-tetra-chiral cores were considered and compared with non-auxetic plates having a hexagonal honeycomb core. The last group of tested structures included plates with cores composed of 4-star structures. Results obtained for them were compared with the ones obtained for their closest non-auxetic counterparts. In addition, the selection of geometric parameters of a unit cell of a 4-star structure was carried out to minimize Poisson's ratio. The final stage of work involved physical testing of samples obtained from a resin using additive manufacturing. One of those experiments was simulated for aluminum plates.

1 WSTĘP

1.1 Wprowadzenie

Płyty warstwowe mają wiele zastosowań ze względu na swoje szczególne właściwości – są lekkie a przy tym można dla nich łatwo uzyskać pożądane właściwości mechaniczne dobierając odpowiednią strukturę tworzącą rdzeń. Jednym ze szczególnie interesujących obszarów zastosowań tego typu konstrukcji jest ochrona obiektów i osób przed wybuchami czy uderzeniami pocisków. Niewielka masa płyt warstwowych z porowatym rdzeniem ułatwia ich użycie w praktyce, również do konstrukcji opancerzenia pojazdów wojskowych i cywilnych. Dotyczy to także pojazdów latających, w przypadku których redukcja masy jest szczególnie istotna.

Spośród wielu typów struktur jakie można zastosować w formie rdzeni płyt warstwowych, wyróżnić można struktury auksetyczne, a więc charakteryzujące się ujemnym efektywnym współczynnikiem Poissona. Ich specyficzne właściwości mechaniczne mogą znacząco poprawić własności płyt warstwowych w stosunku do przypadków, w których używany jest rdzeń w formie struktury nieauksetycznej. Auksetyki wykazują przewagę w wielu przypadkach, dla różnych typów obciążeń, warunków pracy konstrukcji i form jej odpowiedzi. Są one w dalszym ciągu badane by zweryfikować ich zachowanie w nierozważanych dotychczas sytuacjach. Pierwotnie badania koncentrowały się na obciążeniach statycznych, ale w ostatnich latach można zaobserwować znaczny wzrost zainteresowania tematyką odpowiedzi auksetyków na różne typy obciążeń dynamicznych, zwłaszcza drgań.

W opublikowanych do tej pory przez autora niniejszej rozprawy pracach [Michalski2019, Michalski2020] wykazano przewagę wybranych struktur auksetycznych w zakresie zmęczenia i obciążenia wybuchem. Zbadano również przypadki pęknięcia zmęczeniowego i drgań ustalonych, ale dla tych zjawisk przewaga auksetyków jest trudna do wykazania i może występować jedynie w określonych zakresach obciążeń. Innym istotnym zagadnieniem jest odporność na uderzenia i przebicie. Tej ostatniej właściwości jest poświęcona niniejsza praca. Odporność na przebicie jest tu rozumiana jako zdolność struktury do absorpcji energii uderzenia pocisku, a co za tym idzie spowolnienia pocisku przebijającego strukturę.

Badania fizyczne struktur pod kątem wymienionych wcześniej obciążeń o charakterze silnie dynamicznym są utrudnione z kilku względów. Przede wszystkim wiążą się one ze znacznymi kosztami, wynikającymi z konieczności odpowiedniego wykonania próbek oraz

zastosowania specjalistycznego sprzętu do przeprowadzenia testów i dokonania pomiarów. Ponadto, towarzyszy im pewne ryzyko uszkodzeń wyposażenia laboratorium a nawet obrażeń uczestników eksperymentu (dotyczy to szczególnie badań odporności na wybuchy). Testy fizyczne, pomimo swoich zalet, są też czasochłonne, często trudne w interpretacji i nie pozwalają dokonać dogłębnej oceny odpowiedzi całej konstrukcji. Wszystkie te wady eliminuje wykorzystanie symulacji numerycznych, głównie opartych o metodę elementów skończonych.

W tej pracy zastosowano wyżej wymienioną metodę numeryczną do obliczeń z zakresu dynamiki nieliniowej przy użyciu algorytmu jawnego całkowania równań ruchu po czasie. Zbadane zostały płyty warstwowe z rdzeniami zbudowanymi ze struktur auksetycznych i nieauksetycznych różnego typu, których wyniki zestawiono i porównano ze sobą. Sprawdzone zostały także różne warianty i przypadki uderzeń pocisku z uwzględnieniem przebiecia. Wszystkie analizy dynamiczne przeprowadzono w programie Abaqus 2022, w ramach grantu obliczeniowego nr 577 w Poznańskim Centrum Superkomputerowo-Sieciowym (PCSS). Z kolei analizy statyczne służące doborowi wymiarów jednej z komórek jednostkowych przeprowadzono w programie COMSOL.

Finalnie przeprowadzono również uproszczone testy fizyczne na próbkach z żywicy w laboratorium Zakładu Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji Politechniki Poznańskiej. Służyły one weryfikacji zależności zaobserwowanych na podstawie analizy wyników opisanych wyżej symulacji dynamicznych. Symulację jednego z tych testów przeprowadzono dla płyt aluminiowych.

1.2 Motywacja, cel i teza pracy

1.2.1 Motywacja

Przed materiałami i strukturami stosowanymi w różnych dziedzinach inżynierii, szczególnie takich jak inżynieria wojskowa czy lotnicza, stawiane są coraz większe wymagania. Dotyczy to zwłaszcza masy i wytrzymałości bądź odporności na różnego rodzaju obciążenia, często w trudnych warunkach pracy. Oczywiście istotne są również inne kryteria, takie jak łatwość i koszty wytwarzania, ale te są w znacznym stopniu zależne od charakteru danego projektu. W związku z zapotrzebowaniem na takie materiały i struktury, opracowywane są ich nowe warianty o specjalnych właściwościach. Coraz częściej są to auksetyki, których obszar zastosowań stale się zwiększa. Użycie ich w charakterze rdzeni płyt warstwowych może

skutkować znacznym polepszeniem właściwości płyt w porównaniu z użyciem stosowanych dotychczas rdzeni nieauksetycznych. Konieczne jest jednak badanie właściwości istniejących struktur i opracowywanie nowych, aby zwiększyć potencjał auksetyków w tych zastosowaniach.

1.2.2 Cel pracy

Pierwszym celem pracy jest zbadanie odporności na przebicie płyt warstwowych z rdzeniem auksetycznym, biorąc pod uwagę różne rodzaje tego typu struktur, które dotychczas nie były badane pod kątem zastosowania w płytach warstwowych w celu zwiększenia odporności na uderzenie z przebiciem. Drugim celem pracy jest porównanie wyników uzyskanych dla wybranych typów rdzeni auksetycznych z wynikami uzyskanymi dla ich najbliższych nieauksetycznych odpowiedników. Takie porównania są często pomijane a mogą stanowić istotne źródło informacji o przewadze auksetyków nad klasycznymi strukturami w dziedzinie odporności na uderzenia. Pozwalają też dokładniej zaobserwować wpływ samego efektywnego współczynnika Poissona na omawianą właściwość. Kolejnym celem pracy jest dobór parametrów geometrycznych wybranego typu struktury auksetycznej tworzącej rdzeń płyty warstwowej celem zwiększenia odporności na przebicie. Finalnym celem jest potwierdzenie uzyskanych zależności przy pomocy uproszczonych testów fizycznych.

1.2.3 Teza pracy

Płyty warstwowe z rdzeniem w postaci struktury auksetycznej mają zwiększoną odporność na uderzenia z przebiciem w stosunku do płyt z rdzeniem nieauksetycznymi. Czyni to je potencjalnymi kandydatami do zastosowania w lekkich konstrukcjach ochronnych i wzmacniających. Mogą one być wykorzystywane w inżynierii mechanicznej, między innymi jako elementy osłon balistycznych w konstrukcjach z branży wojskowej i lotniczej. Ponadto, zmieniając efektywny współczynnik Poissona poprzez odpowiedni dobór parametrów geometrycznych struktur, można uzyskać większą poprawę odporności płyty warstwowej na przebicie.

1.3 Układ pracy

Praca dotyczy badań odporności na przebicie płyty warstwowej z rdzeniem auksetycznym. Do określenia tej właściwości dla różnych wariantów płyty i różnych przypadków uderzeń, zastosowana została metoda elementów skończonych. Symulacje dynamiczne przeprowadzono w programie Abaqus/Explicit (algorytm jawnego całkowania równań ruchu), podczas gdy weryfikację współczynnika Poissona dla różnych geometrii rdzenia i jego redukcję dla wybranej struktury wykonano w programie COMSOL.

Rozdział drugi zawiera opis płyt warstwowych, z uwzględnieniem ich budowy i typów. Opisano w nim również podstaw mechaniki tego typu konstrukcji, wymieniono obszary ich zastosowań i scharakteryzowano metody wytwarzania.

W trzecim rozdziale opisane zostały materiały i struktury auksetyczne. Oprócz właściwości mechanicznych omówiono też inne charakterystyczne cechy auksetyków. Uwzględnione zostały również najczęściej spotykane formy struktur auksetycznych i ich główne zastosowania. Na końcu rozdziału przedstawiono wyniki dotychczasowych badań odporności auksetyków na obciążenia dynamiczne, szczególnie wybuchy i uderzenia.

Rozdział czwarty obejmuje charakterystykę metod numerycznych użytych w badaniach. Jego pierwszą część stanowi ogólny opis metody elementów skończonych, w dalszej kolejności przedstawione zostało jej zastosowanie w dynamice i algorytm jawnego całkowania równań ruchu po czasie. Ostatnia część tego rozdziału zawiera opis modelu materiałowego Johnsona-Cooka, użytego we wszystkich analizach dynamicznych.

Na dalszą część pracy składa się opis przeprowadzonych badań i uzyskanych z nich wyników. Piąty rozdział przedstawia wstępne analizy przebicia wykonane na płytach homogenicznych z różnym współczynnikiem Poissona. Stanowią one pierwszy dowód na poparcie tezy o przewadze auksetyków w kwestii odporności na przebicie.

W rozdziale szóstym skupiono się na opisie symulacji wykonanych na płytach z rdzeniem w postaci struktury anty-tetra-chiralnej. Wyniki tych analiz porównano z obliczeniami dla rdzenia mającego formę klasycznego plastra miodu. Sprawdzone zostały różne warianty struktur, w tym z większą niż początkowo liczbą komórek jednostkowych. Wzięto też pod uwagę różne warunki przebicia, takie jak pocisk pod kątem innym niż prosty czy uderzenie w miejsce odsunięte od środka płyty. Dodatkowymi analizami wykluczono istotny wpływ nieuniknionej różnicy w masach struktury auksetycznej i nieauksetycznej na uzyskane wyniki.

Siódmy rozdział zawiera omówienie analiz przeprowadzonych na płytach z rdzeniem

w postaci struktury 4-star. Tu porównania dokonano z najbliższymi nieauksetycznymi odpowiednikami uzyskując jeszcze mniejszą różnicę mas niż w poprzednim przypadku i dodatkowo wykluczając jej znaczący wpływ symulacjami zakładającymi wyrównaną masę struktur. Ponadto, dobrano parametry geometryczne struktury 4-star w celu redukcji współczynnika Poissona. Finalnie przeprowadzono również symulację jednego z testów fizycznych opisanych w kolejnym rozdziale, ale dla materiału innego niż użyty w eksperymentach.

Ósmy rozdział zawiera opis przeprowadzonych testów fizycznych na próbkach uzyskanych techniką przyrostową z żywicy. Badania te miały na celu dodatkowe potwierdzenie zależności obserwowanych w analizach numerycznych.

Ostatnią część pracy stanowią wnioski sformułowane na podstawie wyników uzyskanych dla różnych przypadków oraz bibliografia.

2 PŁYTY WARSTWOWE

2.1 Budowa i rodzaje

Materiały kompozytowe są obecnie powszechnie wykorzystywane w wielu dziedzinach inżynierii. Łączenie na różne sposoby dwóch lub więcej składników pozwala uzyskać nowe właściwości. Często celem zastosowania kompozytów jest znaczna poprawa stosunku wytrzymałości i sztywności do masy, ale mają one też inne cechy wyróżniające je spośród wielu materiałów inżynierskich. Klasyfikacji kompozytów dokonuje się na różne sposoby. Jednym z podstawowych jest podział ze względu na formę wzmocnienia. Wyróżnić tu można kompozyty wzmocniane cząstkami, włóknami i kompozyty strukturalne. Ta ostatnia grupa obejmuje kompozyty warstwowe, do których należą przede wszystkim powszechnie stosowane laminaty oraz kompozyty z rdzeniem w postaci pianki lub struktury plastra miodu. Omawiane tu płyty warstwowe należą do tej ostatniej grupy [Dobrzański2002].

Płyty warstwowe zwykle składają się z trzech części, chociaż stosowane są również warianty z większą liczbą warstw [Magnucka-Blandzi2018]. Zewnętrzne warstwy stanowią dwie okładziny, które są cienkie, ale muszą zapewniać odpowiednią sztywność. Wewnątrz znajduje się rdzeń, z reguły o grubości większej niż okładziny. Jest on najczęściej strukturą porowatą, co zapewnia niską masę. Jednocześnie kształt struktury tworzącej rdzeń nadaje mu odpowiednie właściwości mechaniczne. Warstwy te są często połączone spoiwem (tworzywem adhezyjnym), ale zależy to od sposobu wytwarzania. Spotkać można płyty wykonane z różnych materiałów, w zależności od potrzeb. W niektórych zastosowaniach wystarczające jest użycie kartonu, którego wytrzymałość i sztywność w odniesieniu do masy zwiększa się znacząco dzięki odpowiedniej strukturze rdzenia. Ze względu na łatwość wytwarzania, często są również spotykane płyty warstwowe wykonane z tworzyw sztucznych przy pomocy technik addytywnych. Do profesjonalnych zastosowań wykorzystuje się jednak zwykle płyty metalowe, niejednokrotnie aluminiowe. Często też rdzeń jest wykonany z innego materiału (zwykle o niskiej gęstości) niż okładziny. Rdzenie w postaci pianek komórkowych mogą być wykonane między innymi z pianek polimerowych (poliuretan, polistyren czy polichlorek winylu), ale także aluminiowych. W niektórych przypadkach zamiast struktur plastra miodu i pianek stosuje się drewno balsa. Płyty o zastosowaniu budowlanym mogą też mieć rdzeń z wełny mineralnej.

Struktury plastra miodu tworzące rdzenie płyt warstwowych mogą mieć różne postaci. Podstawową, najczęściej spotykaną formą jest klasyczna struktura odpowiadająca naturalnej

formie plastra miodu, zbudowana z sześciokątnych komórek (ang. hexagonal honeycomb core) ułożonych pionowo lub poziomo. Ma ona wiele zastosowań, nie tylko w formie rdzeni płyt warstwowych. Kształt naturalnego plastra miodu budził zainteresowanie badaczy już w starożytności. Obecnie struktury tego typu można spotkać w wielu konstrukcjach. Inną powszechną formą rdzenia płyt warstwowych jest struktura z pionowymi prostokątnymi żebrami ułożonymi w dwóch prostopadłych kierunkach (ang. square honeycomb core). Niekiedy rdzenie mają postać struktury falistej (ang. corrugated), z reguły sinusoidalnej (ang. sinusoidal honeycomb core), ale stosuje się również wiele innych form rdzeni, w tym dodatkowo wzmocnione i auksetyczne, omówione w kolejnym rozdziale.

2.2 Mechanika

Mechanika konstrukcji warstwowych to temat intensywnie zgłębiany przez badaczy już od zakończenia II wojny światowej. Na wzrost zainteresowania tą dziedziną znaczący wpływ miał rozwój lotnictwa. Brane pod uwagę były głównie trójwarstwowe pręty, belki, płyty i powłoki [Magnucki2012]. Współczesne prace rozwijają tamte badania, zwiększając poziom skomplikowania zagadnień np. o nieliniowe modele materiałów, zagadnienia dynamiczne czy nowe formy rdzeni. Korzystają one zwykle z metod numerycznych, głównie metody elementów skończonych [Kubik1993, Magnucki2001, Romanów1995].

Przewagę płyt warstwowych nad litymi można łatwo wykazać porównując ich sztywności i naprężenia giętne [Muc2005, Magnucki2012]. Zakładając materiał liniowo sprężysty i jednorodny rdzeń, sztywność litej płyty o grubości $2t_0$ można opisać wzorem (2.2.1) [Muc2005]:

$$D_{lit} = \frac{E(2t_0)^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{2Et_0^3}{3(1-\nu^2)}, \quad (2.2.1)$$

gdzie: E – moduł Younga, t_0 – grubość pojedynczej okładziny, ν – współczynnik Poissona.

Z kolei dla płyty warstwowej wzór ma postać (2.2.2) [Muc2005]:

$$D_{war} = \frac{2Et_0 \left(\frac{t_r}{2}\right)^2}{(1-\nu^2)} = \frac{Et_0 t_r^2}{2(1-\nu^2)}, \quad (2.2.2)$$

gdzie t_r oznacza grubość rdzenia. W przypadku konstrukcji warstwowych przyjmuje się, że rdzeń ma zawsze większą grubość od okładziny. Stosunek tych sztywności na zginanie wynosi (2.2.3) [Muc2005]:

$$\frac{D_{war}}{D_{lit}} = \frac{3}{4} \left(\frac{t_r}{t_o} \right)^2. \quad (2.2.3)$$

Z kolei naprężenia gnące od momentu M wynoszą dla płyty litej (2.2.4) [Muc2005]:

$$\sigma_{lit} = \pm \frac{6M}{(2t_o)^2} = \pm \frac{3M}{2t_o^2}, \quad (2.2.4)$$

zaś dla płyty warstwowej (2.2.5) [Muc2005]:

$$\sigma_{war} = \pm \frac{M}{t_o t_r}. \quad (2.2.5)$$

A więc stosunek naprężeń gnących wynosi (2.2.6) [Muc2005]:

$$\frac{\sigma_{war}}{\sigma_{lit}} = \frac{2t_o}{3t_r}. \quad (2.2.6)$$

W praktyce oznacza to, iż płyta z rdzeniem 10 razy grubszym od pojedynczej okładziny będzie miała 75-krotnie większą sztywność i 15-krotnie mniejsze naprężenia gnące niż odpowiadająca jest płyta lita (o grubości odpowiadającej obu okładzinom, bez rdzenia). Wzrost masy, dzięki lekkości rdzenia, jest przy tym niewielki.

W mechanice płyt warstwowych stosuje się modele o różnych stopniach uproszczenia. Najprostszy model zastępuje konstrukcję wielowarstwową ekwiwalentną płytą anizotropową. Niejednokrotnie do obliczeń płyt warstwowych stosuje się bardziej rozbudowaną teorię laminatów – klasyczną lub uwzględniającą ścinanie (teorie różnych rzędów). Przedstawione w pracy podejście jest oparte o podstawową teorię zginania płyt przy założeniu małych deformacji opracowaną przez S.P. Timoshenko i S. Woinowskiego-Kriegera, dodatkowo uwzględniające wpływ odkształceń stycznych, na podstawie pracy C. Libove i S.B. Batdorfa. Założono, iż płyta ma właściwości ortotropowe z głównymi osiami ortotropii x oraz y .

Równanie równowagi sił w kierunku z prostopadłym do płyty ma postać (2.2.7) [Zenkert1995]:

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + q + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0, \quad (2.2.7)$$

gdzie: T – siły tnące, q – obciążenie ciągłe, N – siły normalne, w – ugięcie. Z równowagi momentów M można wyznaczyć (2.2.8, 2.2.9) [Zenkert1995]:

$$T_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y}, \quad (2.2.8)$$

$$T_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}. \quad (2.2.9)$$

Z kolei momenty można przedstawić jako (2.2.10 – 2.2.12) [Zenkert1995]:

$$M_x = -\frac{D_x}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{T_x}{S_x} \right) + \nu_{yx} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{T_y}{S_y} \right) \right], \quad (2.2.10)$$

$$M_y = -\frac{D_y}{1 - \nu_{xy}\nu_{yx}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{T_y}{S_y} \right) + \nu_{xy} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{T_x}{S_x} \right) \right], \quad (2.2.11)$$

$$M_{xy} = -\frac{D_{xy}}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{T_y}{S_y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{T_x}{S_x} \right) \right], \quad (2.2.12)$$

gdzie: D – sztywności giętne i skrętna, ν – współczynniki Poissona, S – sztywności styczne. Te sześć podstawowych równań pozwala wyznaczyć przemieszczenia, siły i momenty gnące w płycie. Poszczególne sztywności definiowane są następująco, przy założeniu, że rdzeń nie przenosi momentów a okładziny mają jednakową grubość t_o i są wykonane z tego samego materiału o modułach Younga E_o i modułach Kirchhoffa G_o zaś rdzeń ma grubość t_r i moduły Kirchhoffa G_r (2.2.13 – 2.2.17) [Zenkert1995]:

$$D_x = \int z_x^2 E_x dz_x = \frac{E_{xo} t_o d^2}{2}, \quad (2.2.13)$$

$$D_y = \int z_y^2 E_y dz_y = \frac{E_{y0} t_o d^2}{2}, \quad (2.2.14)$$

$$D_{xy} = \int 2z^2 G_{xy} dz = G_{xy0} t_o d^2, \quad (2.2.15)$$

$$S_x = \frac{G_{rx} d^2}{t_r}, \quad (2.2.16)$$

$$S_y = \frac{G_{ry} d^2}{t_r}, \quad (2.2.17)$$

gdzie d oznacza odległość między centroidami okładzin. Oczywiście, w przypadku płyty izotropowej dwie sztywności giętne zastępowane są jedną (D), podobnie jak sztywności styczne i współczynniki Poissona. Sztywność skrętna przyjmuje zaś postać (2.2.18) [Zenkert1995]:

$$D_{xy} = \frac{D}{1 + \nu}. \quad (2.2.18)$$

Równania redukują się wtedy do klasycznych równań płyt Mindlina-Reissnera.

2.3 Zastosowania

Płyty warstwowe mają szereg zalet, dzięki czemu znajdują wiele zastosowań w różnych dziedzinach inżynierii. Ich najważniejszą cechą jest bardzo dobry stosunek masy do nośności. Charakteryzują się też dużą sztywnością i odpornością na zmęczenie. Szerokie możliwości doboru materiałów na poszczególne części płyt warstwowych pozwalają dalej redukować masę i polepszać określone właściwości, nie tylko mechaniczne jak wibroizolacja, ale też inne jak np. termoizolacja przy użyciu wełny mineralnej jako rdzenia). Obecność okładzin umożliwia też odpowiednie przygotowanie powierzchni do specjalnych zastosowań np. w inżynierii lotniczej [Magnucki2012].

Oczywiście konstrukcje tego typu mają również pewne wady. Można do nich zaliczyć podatność na wyboczenie (ze względu na cienkościenność i imperfekcje), utrudnione

obliczenia projektowe wymagające wielu uproszczeń i założeń, niekiedy problematyczne wytwarzanie, złożone formy zniszczenia czy wrażliwość na określone typy obciążeń, jak obciążenia skupione i termiczne. W wielu przypadkach jednak zalety płyt warstwowych znacznie przeważają nad ich wadami. Ponadto, właściwy dobór materiałów do danego zastosowania często pozwala znacznie ograniczyć lub wyeliminować wymienione problemy [Magnucki2012].

Konstrukcje warstwowe, w tym płyty, często znajdują zastosowania w budownictwie. Dotyczy to przede wszystkim płyt z wypełnieniem w postaci wełny mineralnej, ale również pianek, często poliuretanowych lub styropianowych. Wynika to z konieczności zapewnienia termoizolacji budynku. Stosowane są głównie do budowy elewacji, ścian i dachów, często dla budynków przemysłowych, takich jak hale [Hop1980, Sawicki2010].

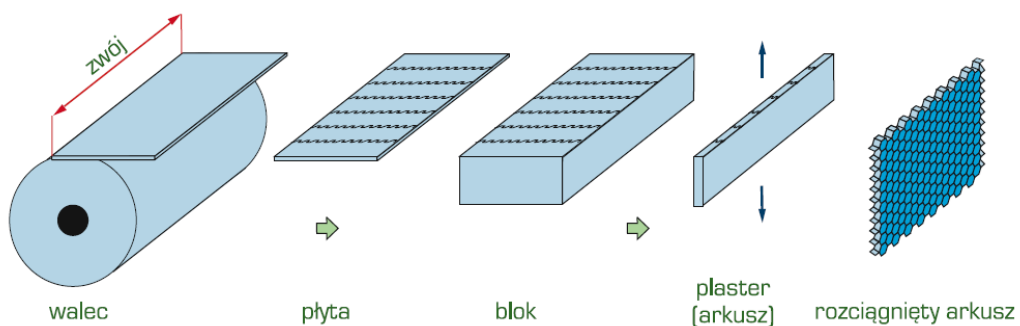
Płyty z rdzeniem w postaci struktury plastra miodu mają inne zastosowania. Już w latach 40. XX wieku panele warstwowe z klasycznym sześciokątnym plastrem miodu zostały zastosowane w lotnictwie wojskowym. Celem była redukcja masy samolotów, a co za tym idzie zwiększenie ich zasięgu. Od tego czasu są one intensywnie wykorzystywane w branży lotniczej ze względu na wymienione wcześniej zalety. W 2000 roku prawie każdy komercyjny i wojskowy samolot w seryjnej produkcji miał zastosowane panele z rdzeniem w postaci plastra miodu. Do dzisiaj praktycznie wszystkie samoloty wykorzystują tego typu konstrukcje w jakimś stopniu. Są one zwykle wykonane z aluminium lub kompozytów i stanowią komponenty poszycia, wnętrza i powierzchni sterowych. Takie panele są również stosowane w konstrukcji śmigłowców, m.in. w wirnikach. Korzysta z nich także branża kosmiczna (sztuczne satelity) [Dobrzański2002].

Nie tylko statki powietrzne i kosmiczne są budowane z użyciem płyt warstwowych. Również w branży motoryzacyjnej spotyka się komponenty z panelami przekładkowymi. Rdzenie w postaci plastra miodu mogą np. znajdować się we wnętrzach kamperów, ale ich głównym zastosowaniem, ze względu na dobrą absorpcję energii, jest ochrona przed zderzeniami samochodów. Ich niska masa jest również istotna w przypadku samochodów elektrycznych. Ponadto, są one stosowane w pojazdach wojskowych, do ochrony przed uderzeniami pocisków (co stanowi obiekt zainteresowania tej pracy) czy wybuchami [Michalski2020].

Zastosowanie rdzeni auksetycznych, omówionych w kolejnym rozdziale, może znacząco zwiększyć liczbę aplikacji płyt warstwowych. Wynika to z faktu, iż auksetyki mają pewne szczególne cechy, które w połączeniu z zaletami konstrukcji warstwowych stanowią istotną alternatywę dla struktur stosowanych obecnie w różnych dziedzinach inżynierii.

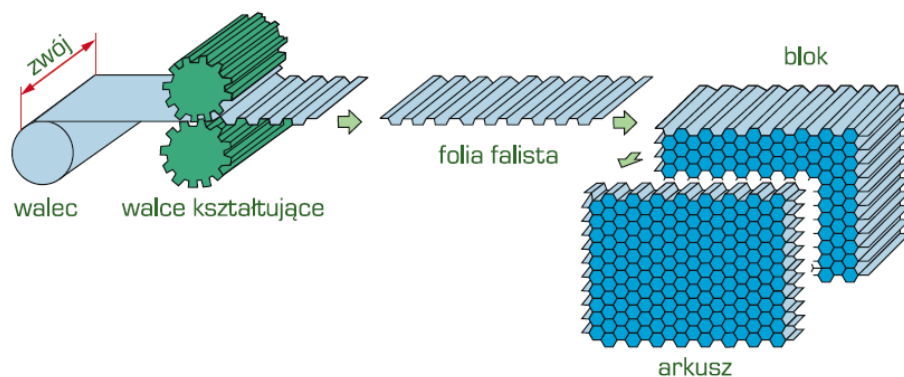
2.4 Wytwarzanie

Metody wytwarzania płyt warstwowych są silnie uzależnione od materiałów użytych do ich konstrukcji oraz zastosowań. W przypadku płyt z rdzeniami w postaci struktury plastra miodu, największe wyzwanie stanowi produkcja samego rdzenia. Jedną z metod jego wytwarzania jest rozciąganie. Stosuje się je głównie dla rdzeni metalowych, ale również niektórych niemetalu. Proces ten, dla metali takich jak aluminium, polega na nadrukowaniu poprzecznych lub wzdłużnych wstęg kleju i ułożeniu płyt w stos, który jest prasowany w podwyższonej temperaturze, dzięki czemu klej ulega utwardzeniu. Tak przygotowany blok tnie się na arkusze i rozciąga, co w wyniku odkształceń plastycznych prowadzi do powstania utrwalonej struktury plastra miodu. Proces ten jest przedstawiony na poniższym schemacie (Rys. 2.4.1). W przypadku niemetalu, takich jak taśma aramidowa, proces przebiega podobnie, ale po rozciągnięciu konieczne jest dodatkowo zanurzenie w żywicy i umieszczenie w piecu aby utrwalić strukturę. Tak przygotowany blok okrawa się i wycina z niego plastry o określonej grubości [Dobrzański2002].



Rys. 2.4.1 Proces wytwarzania metalowych rdzeni w postaci plastra miodu poprzez rozciąganie [Dobrzański2002].

Drugą powszechnie stosowaną dla tego typu konstrukcji metodą wytwarzania to fałdowanie. Polega ono na formowaniu arkuszy blachy lub folii za pomocą specjalnych walców kształtujących. Tak pofałdowane płyty łączą się ze sobą za pomocą utwardzanego termicznie kleju. Możliwe jest również zgrzewanie lub lutowanie arkuszy. Dodatkowe procesy formowania mogą być konieczne w zależności od potrzeb. Ten proces został przedstawiony na rysunku 2.4.2 [Dobrzański2002].



Rys. 2.4.2 Proces wytwarzania metalowych rdzeni w postaci plastra miodu poprzez fałdowanie [Dobrzański2002].

W przypadku innych typów materiałów rdzeni proces wytwarzania może mieć zupełnie inny przebieg. Przykładowo, rdzenie polimerowe są zwykle produkowane poprzez wytłaczanie lub wtryskiwanie. Szczególnie przydatne mogą też być metody przyrostowe, których różne warianty pozwalają na precyzyjne wytwarzanie rdzeni o nawet bardzo skomplikowanych, niestandardowych kształtach.

Rdzenie w postaci pianek metalowych mogą być wytwarzane m.in. na drodze metalurgii proszków lub poprzez wtrysk gazu bądź dodatek środka spieniającego do stopionego metalu. Podobne sposoby wykorzystuje się w przypadku pianek polimerowych.

Po wytworzeniu rdzenia zwykle zachodzi konieczność połączenia go z okładzinami. Stosuje się wtedy najczęściej specjalne kleje, np. epoksydowe. Dla płyt wykonanych w całości z termoplastów rozwiązaniem może być też zgrzewanie. W niektórych przypadkach jednak nie ma konieczności łączenia warstw, ponieważ płyta jest wykonywana od razu w całości.

3 AUKSETYKI

3.1 Charakterystyka

Auksetyki należą do metamateriałów, czyli materiałów, których cechy są zależne nie tylko od budowy cząsteczkowej, ale też od struktury w większej skali. Innymi słowy, ich szczególne właściwości wynikają nie z cech samych materiałów, z których są wykonane tylko z utworzonej z nich struktury. Auksetyki charakteryzuje ujemny współczynnik Poissona, czyli ujemny stosunek odkształceń poprzecznych do wzdłużnych. W praktyce oznacza to, iż deformują się w niekonwencjonalny sposób – ulegają poszerzeniu podczas rozciągania i zwężeniu podczas ściskania. Wpływa to na ich odpowiedź w wielu różnych przypadkach obciążeń, często jest ona korzystniejsza niż w przypadku standardowych materiałów. Często rozważa się również metamateriały o ujemnych właściwościach innego typu, ale auksetyki są najpopularniejszymi „negatywnymi” metamateriałami [Lim2020].

Historia auksetyków rozpoczyna się od obserwacji, iż współczynnik Poissona może przyjmować ujemne wartości. Już Saint-Venant w 1848 r. zasugerował, iż jest to możliwe dla ciał anizotropowych. Z kolei Fung w swojej książce o mechanice ciał stałych z 1965 r. określił możliwy zakres współczynnika Poissona jako -1 do 0.5 dla ciał izotropowych. Eksperymenty prowadzone głównie w kolejnych latach wykazały ujemną wartość współczynnika Poissona dla szeregu naturalnych struktur, takich jak niektóre minerały i tkanki biologiczne. Badania nad auksetykami przyspieszyły w latach 80. XX w. Zaczęto tworzyć sztuczne struktury o specjalnych kształtach, które wykazywały ujemny współczynnik Poissona. Należała do nich m.in. powszechna struktura typu re-entrant, opracowana przez Gibsona w 1982 r. Jednak nazwa „auksetyk” została wprowadzona do użycia dopiero w 1991 r. przez Evansa. Słowo to pochodzi z języka greckiego i oznacza tendencję do powiększania się. Od tego czasu auksetyki stały się tematem wielu badań, prac i konferencji naukowych [Lim2015].

Specyficzny charakter auksetyków powoduje istotne zmiany w ich zachowaniu w różnych warunkach obciążeń w stosunku do materiałów o dodatnim współczynniku Poissona. Często są to zmiany na korzyść auksetyków a w niektórych przypadkach zachowanie zupełnie odmienne od standardowego. Przykładowo, ujemny współczynnik Poissona może być korzystny w niektórych przypadkach koncentracji naprężeń. W mechanice pękania często trudno zaobserwować wyraźną przewagę auksetyków, jest ona niekiedy ograniczona do pewnego zakresu obciążeń [Michalski2021, inni autorzy]. Może to jednak wynikać z niewystarczającej liczby badań prowadzonych w tej dziedzinie. Z kolei w przypadku

zmęczenia niejednokrotnie dowiedziono, iż auksetyki wykazują przewagę nad materiałami o dodatnim współczynniku Poissona [Michalski2019, inni autorzy]. Łatwo również zaobserwować korzystny wpływ ujemnego współczynnika Poissona na zachowanie materiału w warunkach kontaktu, zarówno w rozważaniach teoretycznych (zagadnienie Hertza), jak i testach fizycznych bądź numerycznych [Lim2015, Stręć2017]. Widoczny tu w przypadku struktur komórkowych efekt kumulacji materiału jest szerzej omówiony w ostatnim podrozdziale. Auksetyki mogą też wykazywać przewagę w przypadku grubościennych cylindrów obciążonych ciśnieniem wewnętrznym czy tarcz wirujących oraz niektórych wariantów warunków brzegowych i obciążeń cienkich płyt i powłok. Również w przypadku naprężeń cieplnych można zaobserwować korzystny wpływ auksetyczności na odpowiedź konstrukcji w wielu rozważanych przypadkach. Teoretyczne rozważania na temat wyboczenia wskazują, iż przewaga auksetyków jest widoczna dla powłok cylindrycznych ściskanych osiowo. W przypadku drgań, będących istotnym problemem w projektowaniu wielu typów konstrukcji, można zaobserwować wyraźny wpływ auksetyczności dla wielu przypadków. W określonych warunkach zastosowanie auksetyków pozwala zredukować częstości drgań własnych. Często też istotnie wpływa na odpowiedź konstrukcji na drgania ustalone [Stręć2019]. Materiały auksetyczne, ze względu na swoje właściwości, w wielu przypadkach mogą być stosowane do skuteczniejszego tłumienia drgań [Lim2015]. Szczególnie interesująca, również z punktu widzenia niniejszej pracy, kwestia odporności auksetyków na obciążenia z grupy tzw. szybkiej dynamiki (wybuchy, zderzenia, uderzenia) jest szeroko omówiona w ostatnim podrozdziale.

3.2 Rodzaje struktur

Od lat 80. XX w. opracowano wiele typów struktur auksetycznych. Większość z nich tworzy plastry miodu składające się z wielu regularnie ułożonych (struktury periodyczne) komórek jednostkowych. Za pierwszą i do dziś najbardziej powszechną z nich można uznać strukturę „re-entrant” [Gibson1982]. Charakteryzuje ją ułożenie żeber do wewnątrz (wklęsły plaster miodu, struktura sześcioboczna). Zmiana kąta tych żeber tak, by były skierowane na zewnątrz, pozwala na łatwe przejście do struktury nieauksetycznej w postaci klasycznego plastra miodu z sześciokątnymi komórkami. Między innymi z tego względu (oraz z uwagi na prostotę geometrii i mechanizmu działania), struktura ta jest nadal powszechnie wykorzystywana w badaniach, przez co staje się coraz mniej interesująca dla bardziej zaawansowanych prac.

Istnieje bowiem o znacznie więcej struktur auksetycznych o znacznym potencjale zastosowania w praktyce i często nie są one jeszcze zbadane pod wieloma względami.

Kolejną powszechną grupą są struktury chiralne i anty-chiralne. Składają się one z pierścieni połączonych stycznymi do nich łącznikami (ligaments). Chiralność oznacza brak możliwości nałożenia struktury na jej odbicie lustrzane. Auksetyki tego typu odpowiadają na obciążenie obrotem łączników wokół pierścieni. Można wyróżnić kilka ich rodzajów ze względu na liczbę łączników przymocowanych do każdego pierścienia. Najczęściej spotykane są warianty tri-chiralne i tetra-chiralne, rzadziej heksa-chiralne (odpowiednio z trzema, czterema i sześcioma łącznikami). Ponadto, łączenie komórek jednostkowych z ich odbiciami lustrzanymi zamiast ich bezpośrednich kopii, pozwala uzyskać tzw. struktury anty-chiralne. Cechuje je możliwość nałożenia na nie ich odbicia lustrzanego. W tej pracy rozważane są struktury anty-tetra-chiralne [Lim2015]. Mniej typowym, ale często spotykanym rodzajem struktur chiralnych jest struktura sinusoidalna, której komórkę jednostkową można uzyskać jako postać drgań komórki siatki kwadratowej [Körner2015].

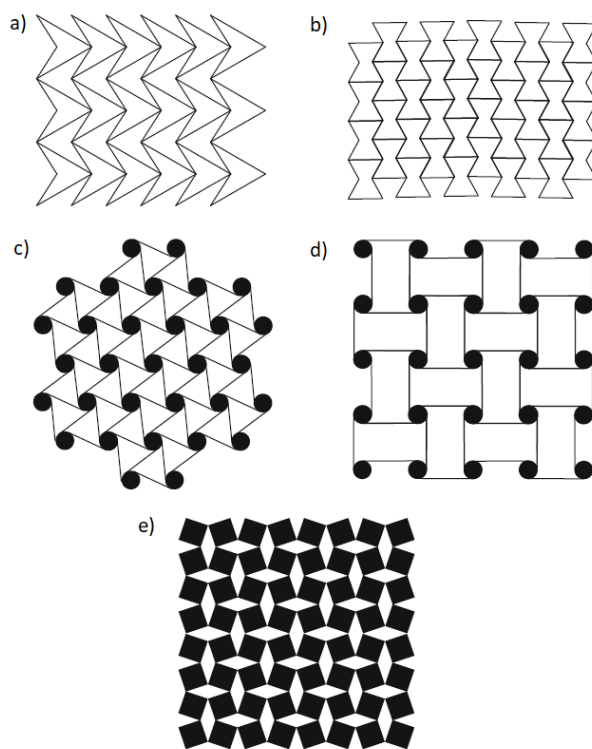
Innym powszechnym typem auksetyków są struktury typu obracające się kwadraty lub (rzadziej) prostokąty bądź trójkąty (ang. rotating squares/rectangles/triangles). Figury te są obrócone względem siebie i mają połączone wierzchołki. Pod wpływem obciążenia ulegają dalszemu obrotowi, wykazując cechy auksetyczne. Można je uzyskać m.in. poprzez dokonanie odpowiednich wycięć w arkuszu blachy lub łącząc pojedyncze figury tak, aby umożliwić ich obrót. Ten drugi sposób pozwala uzyskać połączenia bardziej zbliżone do modeli zakładających łączenie się figur punktowo – tylko w wierzchołkach [Lim2015].

Kolejnym przykładem auksetyków są struktury typu brakujące żebra (ang. missing rib), które powstają poprzez usunięcie lub przerwanie wybranych żeber z nieauksetycznej siatkowej struktury o komórkach jednostkowych w postaci rombów [Smith2000]. Opracowana została również struktura „missing rib”, bazująca na plastrze miodu z klasycznymi sześciokątnymi komórkami [Lim2014].

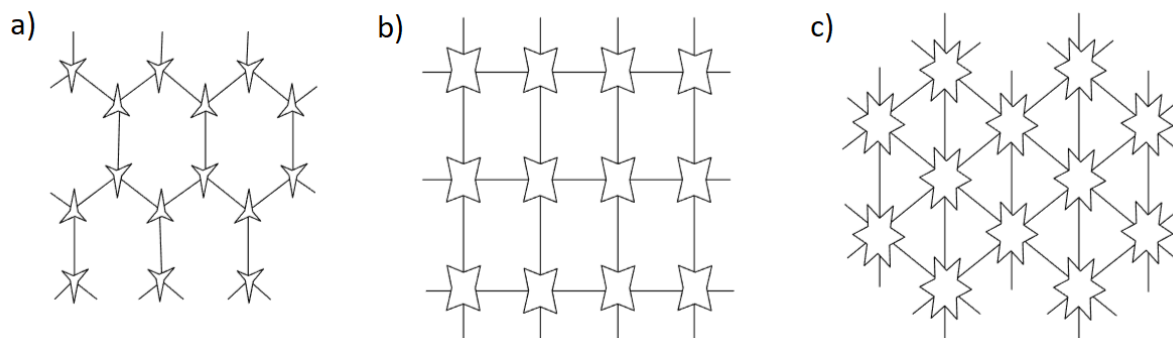
Często stosowane są też struktury double arrowhead, których komórki jednostkowe przypominają groty strzał. Są one multiplikowane w dwóch kierunkach, co skutkuje powstaniem ich odwróconych odpowiedników między nimi. Warte uwagi są również struktury gwiazdowe – n-star lub star-n, gdzie n oznacza liczbę ramion gwiazdy tworzącej komórkę jednostkową. Spotyka się warianty z trzema, czterema i sześcioma ramionami. W tej pracy omawiana jest struktura 4-star, a więc wersja z czterema ramionami. Z wierzchołków we wgłębieniach odchodzą łączniki, które w całej strukturze tworzą siatkę w kształcie zależnym od liczby ramion. Dla wariantu 3-star są to sześciokąty, dla 4-star kwadraty, zaś dla 6-star

trójkąty. Można więc stwierdzić, iż przykładowo 4-star to prostokątna siatka z 4-ramiennymi gwiazdami w połączeniach.

Omówione w tym podrozdziale wybrane struktury auksetyczne zostały w większości przedstawione na poniższych schematach (Rys. 3.2.1 – 3.2.3). Warto również dodać, iż te podstawowe typy struktur auksetycznych są często poddawane dodatkowym modyfikacjom, np. poprzez wprowadzenie wzmocnień. Dla niektórych z nich istnieją również trójwymiarowe wersje. Przykładem może tu być struktura re-entrant, która w przybliżeniu powstaje w specjalnym procesie modyfikacji standardowych pianek polimerowych lub metalowych na pianki auksetyczne. Polega on na trwałym przewróceniu żeber komórek do wewnątrz poprzez odpowiednio mocne ściśnięcie pianki w trzech kierunkach a następnie, w przypadku pianek polimerowych, podgrzaniu do temperatury mięknięcia i ochłodzeniu [Lakes1987]. Poza auksetycznymi piankami istnieją również włókna, tkaniny, polimery ciekłokrystaliczne i kompozyty o takich właściwościach.



Rys. 3.2.1 Podstawowe struktury auksetyczne: a) double arrowhead, b) re-entrant, c) heksa-chiralna, d) anty-tetra-chiralna, e) rotating squares [Lim2014].



Rys. 3.2.2 Struktury auksetyczne typu n-star: a) 3-star, b) 4-star, c) 6-star [Mir2014].

3.3 Zastosowania

Prace nad auksetykami zaczęły się stosunkowo niedawno i nadal intensywnie trwają, więc materiały te są obecnie dość rzadko stosowane w praktyce. Wykazano jednak szereg potencjalnych obszarów zastosowań i powstało wiele prototypów wyrobów auksetycznych. Jedną z dziedzin, w których auksetyki mogą być szczególnie przydatne jest bioinżynieria. Szczególnie częstym przykładem zastosowań medycznych są stenty, zarówno naczyniowe, jak i przełyku. Dzięki ujemnemu współczynnikowi Poissona mają one korzystne dla tych zastosowań właściwości mechaniczne. Rozciąganie tego typu stentów powoduje ich rozszerzenie się w kierunku promieniowym. Proponowane jest m.in. użycie struktur typu obracające się kwadraty. Inne zastosowania auksetyków związane z implantologią i protetyką obejmują sztuczne krążki międzykręgowe czy endoprotezy stawu biodrowego. Również śruby do kości mogą zyskać korzystne właściwości dzięki użyciu struktury auksetycznej. Rozważane jest także wprowadzanie struktur auksetycznych do komponentów protez kończyn, np. lejów protezowych. Inne biomedyczne zastosowania auksetyków to m.in. opatrunki a nawet szwy chirurgiczne [Ren2018, Lvov2022].

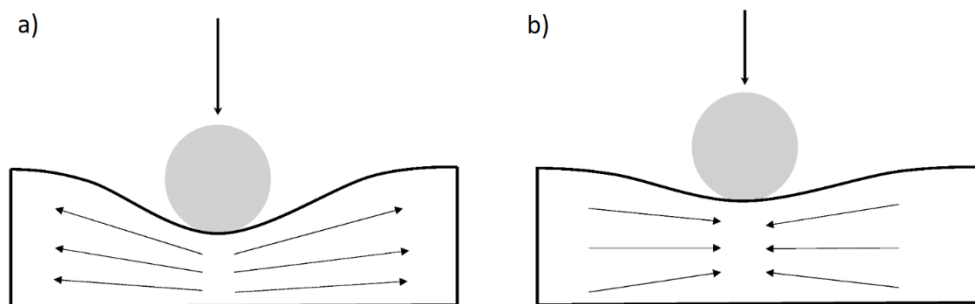
Auksetyki mogą być wykorzystywane również w sporcie. Dotyczy to szczególnie wyposażenia ochronnego, takiego jak ochraniacze, rękawice i kaski. Wynika to z ich odporności na wgniatanie i uderzenia oraz zwiększonego pochłaniania energii. Również buty sportowe mogą zawierać strukturę auksetyczną. Jeden z największych producentów wyposażenia sportowego opatentował i wprowadził na rynek buty z podeszwą ze strukturą typu obracające się trójkąty. Dzięki temu podeszwa rozszerza się podczas biegu lub chodu, zwiększając komfort użycia. Z kolei konkurencyjna firma opracowała buty piłkarskie z cholewką ze strukturą typu „double arrowhead” [Ren2018, Duncan2018, Sanami2014].

Auksetyki mogą znaleźć zastosowanie także w branży militarnej. Wynika to oczywiście ze wspomnianych wcześniej właściwości istotnych w zakresie ochrony przed pociskami i wybuchami. Dotyczy to opancerzenia pojazdów, ale też ochrony osobistej (hełmy, kamizelki kuloodporne, ochraniacze). Z kolei w branży motoryzacyjnej, jednym z obszarów zastosowań jest ochrona przed zderzeniami. Istotna jest też jednak redukcja drgań i hałasu, w przypadku której auksetyki mogą mieć przewagę nad standardowymi materiałami. Absorpcja drgań dotyczy także lotnictwa, gdzie dodatkowym utrudnieniem są trudne warunki pracy konstrukcji [Ren2018].

Dzięki swoim specyficznym właściwościom, auksetyki mogą być również wykorzystywane jako komponenty do konstrukcji czujników (głównie piezoelektrycznych) i aktuatorów. Wykazano, iż materiały auksetyczne znacznie zwiększają czułość sensorów. Kolejnymi obszarami zastosowań są filtry. Auksetyczność może zwiększyć ich wydajność dzięki innemu mechanizmowi otwierania porów. Auksetyki w formie włókien również mogą znaleźć wiele zastosowań, nie tylko w przemyśle tekstylnym, ale też biomedycznym (bandaże, opatrunki uwalniające leki) i innych. Dowiedziono także, iż gwoździe auksetyczne mają potencjał zastąpienia tradycyjnych gwoździ w niektórych przypadkach, ponieważ ich wbijanie może być łatwiejsze a wyciąganie trudniejsze [Ren2018].

3.4 Odporność na obciążenia udarowe

Jak wspomniano w poprzednich rozdziałach, jedną z istotnych cech auksetyków jest ich zwiększona odporność na obciążenia, które można ogólnie określić jako impulsowe. Należą do nich wybuchy, zderzenia i uderzenia, w tym z przebiciem. Wynika to przede wszystkim ze zdolności auksetyków do absorpcji energii. Drugim istotnym czynnikiem, który ma znaczący wpływ na odpowiedź konstrukcji auksetycznych w warunkach uderzenia lub wgniatania jest zjawisko polegające na tym, że auksetyk pod wpływem ściskania wgłębniakiem lub pociskiem zwęży się w kierunku prostopadłym do uderzenia, co powoduje kumulację materiału/struktury w miejscu uderzenia, a więc większą odporność na zlokalizowaną deformację i w efekcie mniejsze ugięcie struktury oraz dodatkową redukcję prędkości pocisku w przypadku uderzenia. Zjawisko to zostało w uproszczeniu przedstawione na poniższym schemacie (Rys. 3.4.1) [Wang2022].



Rys. 3.4.1 Zjawisko kumulacji materiału wokół miejsca uderzenia lub wgniatania w przypadku materiału: a) nieauksetycznego, b) auksetycznego [Wang2022].

Odporność auksetyków na opisywane tu obciążenia dynamiczne jest stosunkowo nowym tematem badań. Wynika to nie tylko z krótkiej historii samych materiałów auksetycznych, ale też z konieczności przeprowadzania zaawansowanych symulacji numerycznych, niejednokrotnie wymagających znacznej mocy obliczeniowej lub testów fizycznych, do których często konieczne jest specyficzne wyposażenie. Pierwsze badania z tej dziedziny były przeprowadzane w formie testów indentacji (wgniatania wgłębniaka). W 1998 r. Chan i Evans [Chan1998] wykonali takie eksperymenty na piankach standardowych i auksetycznych, obserwując opisane wyżej efekt kumulacji materiału wokół miejsca wgniatania. Z kolei Imbalzano [Imbalzano2017] przeprowadził analizy numeryczne uderzenia pocisku w płytę z rdzeniem w postaci belkowej struktury re-entrant 3D. Udowodniono, że płyta auksetyczna deformuje się w mniejszym stopniu niż odpowiadająca jej płyta homogeniczna o właściwościach nieauksetycznych. Podobna struktura była również badana przez Shaha [Shah2022], z myślą o zastosowaniu w pancerzach osobistych do ochrony balistycznej. Tu również wykazano przewagę płyty z rdzeniem auksetycznym nad płytą monolityczną. Z kolei Faraci [Faraci2021] zaproponował zastosowanie struktur re-entrant 3D w maskach ochronnych do celów sportowych. Carakapurwa [Carakapurwa2022] zbadał odporność różnych struktur auksetycznych na uderzenia, w kontekście ochrony baterii samochodów elektrycznych. Yang [Yang2018] zbadał struktury re-entrant i double arrowhead 2D w porównaniu z sześciokątnym plasterem miodu, symulując uderzenie przyłożoną siłą impulsową w analizie dynamicznej. Omawianym w tej pracy potencjalnym zastosowaniem były ochraniacze. Struktura double arrowhead była również badana pod względem odporności na wybuchy [Gao2020]. Novak w swoich pracach [Novak2019a, Novak2019b] wykazał, iż rdzeń auksetyczny może zwiększyć prędkość wymaganą do przebicia płyty za pomocą pocisku. Wykazano również potencjał auksetyków w zastosowaniach ochrony przed wybuchami. Imbalzano [Imbalzano2014] dokonał także porównania kilku wariantów rdzeni re-entrant i nieauksetycznych (plaster miodu

z sześciokątnymi komórkami) pod względem odporności na wybuchy, dodatkowo potwierdzając zalety auksetyków w tych warunkach obciążeń. Natomiast Al-Rifaie [Al-Rifaie2020] w swojej pracy zaproponował użycie gradientowych struktur auksetycznych do ochrony bram stalowych przed eksplozjami. Luo [Luo2020] zbadał wpływ rdzenia re-entrant płyty warstwowej na odporność ścian platform wierniczych na eksplozje. Gradientowy wariant tej struktury sprawdził wcześniej Jin [Jin2016], dowodząc jego użyteczności w przypadku ochrony przed wybuchami. Michalski [Michalski2020] potwierdził przewagę płyty warstwowej z rdzeniem ze strukturą anty-tetra-chiralną w stosunku do płyty z rdzeniem w postaci heksagonalnego plastra miodu w warunkach wybuchu. Natomiast w 2022 r. [Michalski2022] wykazał przewagę tej samej struktury auksetycznej nad jej nieauksetycznymi odpowiednikami w warunkach przebiccia. Innym przykładem mogą być analizy dynamicznego zgniatania. Zhang [Zhang2015] zweryfikował odpowiedź struktury re-entrant z różnymi kątami w komórce jednostkowej na tego typu obciążenie. Z kolei Gao [Gao2018] przeprowadził optymalizację auksetyka w postaci cylindrycznej mając na celu zwiększenie absorpcji energii. Li [Li2020] porównał struktury re-entrant, chiralną i ich nieauksetycznej odpowiedniki i zaproponował dodanie miękkiego, prawie nieściśliwego materiału jako osnowy, aby utworzyć auksetyczny kompozyt o wysokiej odporności na wgniatanie i uderzenia. Remennikov [Remennikov2019] zbadał kilka różnych struktur auksetycznych pod względem ich odporności na zgniatanie, nie dokonując jednak porównania z ich nieauksetycznymi odpowiednikami.

Jak można wywnioskować na podstawie powyższego przeglądu literatury, zdecydowana większość dotychczasowych badań nie uwzględniała przebiccia, a w wielu przypadkach również porównania z odpowiednikami nieauksetycznymi testowanych struktur. Ponadto, w większości przypadków skupiano się na strukturze re-entrant.

4 ZASTOSOWANE METODY OBLICZENIOWE

4.1 Metoda elementów skończonych (MES)

4.1.1 Podstawy MES

Zastosowana w tej pracy metoda elementów skończonych (MES) jest obecnie najpopularniejszą metodą numeryczną wykorzystywaną w praktyce. Jej historia sięga początku lat 40. XX wieku, gdy Hrennikoff i Courant opracowali podstawy matematyczne obecnej postaci tej metody. Był to efekt wielu lat pracy inżynierów nad obliczeniami statycznymi ustrojów prętowych w budownictwie i inżynierii lotniczej. Za pierwszą pracę dotyczącą zastosowania metody elementów skończonych we współczesnej formie uznaje się opublikowany w 1956 r. artykuł Turnera [Turner1956]. Jednak jej nazwa przyjęła się dopiero po pracy Clougha z 1960 r. [Clough1960]. W latach 60. XX wieku zaczęło się intensywne stosowanie MES w praktyce i powstało wiele programów korzystających z tej metody. W roku 1968 na potrzeby NASA, powstał znany do dziś program NASTRAN, zaś w kolejnych latach wypuszczane na rynek były inne dominujące obecnie środowiska tego typu – Ansys (1970 r.) i Abaqus (1978 r.). Ten ostatni program jest stosowany w niniejszej pracy. Oczywiście rozwój MES znacząco przyspieszyło pojawienie się komputerów PC w latach 80. XX w. [Rusiński2000, Madier2020]. Istotny wkład w rozwój MES miał brytyjski matematyk i inżynier polskiego pochodzenia – Olgierd Zienkiewicz. Jest on autorem pierwszej książki na temat tej metody [Zienkiewicz1967]. Jej pierwsza i kolejne wersje (w tym jedna wydana w Polsce) stanowią do dzisiaj podstawową literaturę na temat MES.

Metoda elementów skończonych jest w istocie metodą przybliżoną rozwiązywania zagadnień brzegowych i brzegowo-początkowych. Polega na dyskretyzacji, czyli podziale obszaru obliczeniowego na tzw. elementy skończone, które połączone w węzłach tworzą siatkę. Programy MES rozwiązują równania macierzowe uzyskane zazwyczaj przy pomocy metody ważonych residuów Galerkina z postaci słabej (w mechanice zasada prac przygotowanych) lub metodą wariacyjną Rayleigha-Ritza polegającą na minimalizacji funkcjonału, którym w mechanice jest minimum energii potencjalnej. W przypadku elementów prętowych możliwe jest również podejście bezpośrednie. Niezależnie od metody, uzyskiwane jest sformułowanie elementu skończonego. Poniżej przedstawiono zastosowanie metody ważonych residuów do zagadnienia trójwymiarowej sprężystości. Zakładane jest ciągle trójwymiarowe ciało sprężyste

o objętości Ω i powierzchni S . Występują w nim siły objętościowe F_b . Na powierzchni S_1 przyłożone są składowe przemieszczenia, zaś na powierzchni S_2 wektor naprężeń T . Punkty wyjścia stanowią równania różniczkowe równowagi (4.1.1.1 – 4.1.1.3) [Huebner2001]:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0, \quad (4.1.1.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y = 0, \quad (4.1.1.2)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0, \quad (4.1.1.3)$$

gdzie: σ – naprężenia normalne, τ – naprężenia styczne. Równania też można przedstawić w formie macierzowej (4.1.1.4) [Huebner2001]:

$$[L]^T \{\sigma\} - \{F_b\} = 0, \quad (4.1.1.4)$$

gdzie $\{F_b\} = [X \ Y \ Z]^T$, a macierz operatorów różniczkowych $[L]$ ma postać (4.1.1.5) [Huebner2001]:

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}. \quad (4.1.1.5)$$

Kolejnym istotnym równaniem jest zależność między naprężeniami i odkształceniami (4.1.1.6) [Huebner2001]:

$$\{\varepsilon\} = [L]\{\delta\}, \quad (4.1.1.6)$$

gdzie: $\{\varepsilon\}$ – wektor odkształceń, $\{\delta\}$ – wektor przemieszczeń. Ostatnim istotnym równaniem wejściowym jest równanie konstytutywne liniowej sprężystości (4.1.1.7) [Huebner2001]:

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} - [C]\{\varepsilon_0\}, \quad (4.1.1.7)$$

gdzie: $[C]$ – macierz modułu sprężystości, $\{\varepsilon_0\}$ – wektor odkształceń początkowych. Po podstawieniu zależności naprężeń i odkształceń do równania konstytutywnego a następnie do równania równowagi, otrzymuje się (4.1.1.8) [Huebner2001]:

$$[L]^T([C][L]\{\delta\} - [C]\{\varepsilon_0\}) - \{F_b\} = 0. \quad (4.1.1.8)$$

Po wyrażeniu tego równania w formie całkowej, przemnożeniu przez macierz 3x3 nie określonych jeszcze funkcji wagowych i pokałkowaniu przez części pierwszego członu równania, uzyskiwana jest postać słaba (4.1.1.9) [Huebner2001]:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} ([L][W]^T)^T [C][L]\{\delta\} d\Omega - \int_{\Omega} ([L][W]^T)^T [C]\{\varepsilon_0\} d\Omega + \\ + \int_{\Omega} [W]\{F_b\} d\Omega - \int_{S_2} [W]\{T\} d\Gamma = 0, \end{aligned} \quad (4.1.1.9)$$

gdzie: $\Gamma = S_1 + S_2$, zaś $\{T\}$ – wektor naprężeń wyrażony z pomocą macierzy $[n]$ składników wektora normalnego do powierzchni: (4.1.1.10) [Huebner2001]:

$$\{T\} = [n][C][L]\{\delta\}. \quad (4.1.1.10)$$

Kolejnym krokiem jest sformułowanie równań elementu z powyższej postaci słabej. Funkcje wagowe są określane poprzez przyrównanie ich macierzy do macierzy interpolacji. Jako iloczyn operatora $[L]$ i macierzy funkcji interpolacji (funkcji kształtu) $[N]$ powstaje macierz interpolacji odkształceń w elemencie $[B]$. Podstawienie tych wielkości do globalnej postaci słabej pozwala uzyskać postać słabą dla pojedynczego elementu (4.1.1.11) [Huebner2001]:

$$\int_{\Omega^{(e)}} [B]^T [C] [B] \{\delta\}^{(e)} d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} [B]^T [C] \{\varepsilon_0\}^{(e)} d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} [N]^T \{F_b\}^{(e)} d\Omega - \int_{S_2^{(e)}} [N]^T \{T\}^{(e)} d\Gamma = 0. \quad (4.1.1.11)$$

Z tego równania można uzyskać powszechnie spotykane równanie MES w liniowej statyce wiążące siły z przemieszczeniami (4.1.1.12) [Huebner2001]:

$$[K]^{(e)} \{\delta\}^{(e)} = \{F\}^{(e)}, \quad (4.1.1.12)$$

gdzie macierz sztywności elementu ma postać (4.1.1.13) [Huebner2001]:

$$[K]^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} [B]^T [C] [B] d\Omega. \quad (4.1.1.13)$$

Wektor przemieszczeń w elemencie ma postać (4.1.1.14) [Huebner2001]:

$$\{\delta\}^{(e)} = \left\{ \begin{array}{c} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_r \\ v_r \\ w_r \end{array} \right\}. \quad (4.1.1.14)$$

Natomiast wektor sił w elemencie można przedstawić jako (4.1.1.15) [Huebner2001]:

$$\{F\}^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} [B]^T [C] \{\varepsilon_0\}^{(e)} d\Omega + \int_{\Omega^{(e)}} [N]^T \{F_b\}^{(e)} d\Omega + \int_{S_2^{(e)}} [N]^T \{T\}^{(e)} d\Gamma = 0. \quad (4.1.1.15)$$

Równanie (4.1.1.12) można łatwo rozszerzyć z poziomu pojedynczego elementu na poziom globalny.

Dotychczasowe rozważania dotyczyły liniowych analiz statycznych. Obecnie powszechne są analizy nieliniowe, w których można wyróżnić trzy podstawowe źródła

nieliniowości: materiałową (nieliniowa zależność naprężeń od odkształceń), geometryczną (zmiana sztywności konstrukcji) oraz brzegową (głównie zmieniające się warunki kontaktu ciał). Często wykonywane są również analizy dynamiczne, opisane w poniższym podrozdziale.

4.1.2 MES w dynamice

Symulacje dynamiczne pozwalają uwzględnić efekty związane z ruchem ciał – siły bezwładności i tłumienia. Są to analizy, w których występuje zależność od czasu. Globalne równanie ruchu można zapisać jako (4.1.2.1) [Rakowski2005]:

$$[M]\{\ddot{\delta}\}(t) + [C]\{\dot{\delta}\}(t) + [K]\{\delta\}(t) = \{F\}(t), \quad (4.1.2.1)$$

gdzie: $[M]$, $[C]$, $[K]$ to macierze mas (bezwładności), tłumienia i sztywności, $\{\ddot{\delta}\}$, $\{\dot{\delta}\}$, $\{\delta\}$ – wektory przyspieszenia, prędkości i przemieszczeń, $\{F\}$ – wektor sił zewnętrznych. Usunięcie pierwszych dwóch członów i pominięcie zależności od czasu pozwala przekształcić to równanie do tego, które używane jest w statyce. Macierz bezwładności elementu ma postać (4.1.2.2) [Rakowski2005, Huebner2001]:

$$M^{(e)} = \int_{\Omega} \rho N^T N d\Omega, \quad (4.1.2.2)$$

gdzie: ρ – gęstość. Z kolei macierz tłumienia elementu można przedstawić jako (4.1.2.3) [Rakowski2005, Huebner2001]:

$$C^{(e)} = \int_{\Omega} \mu N^T N d\Omega, \quad (4.1.2.3)$$

gdzie: μ – współczynnik tłumienia. Dla zagadnienia drgań swobodnych nietłumionych, z równania (4.1.2.1) eliminuje się człon odpowiadający za tłumienie i przekształca równanie do postaci problemu własnego [Rakowski2005, Gawroński1984]. Istotnym problemem związanym z pierwotnym równaniem wykorzystywanym do większości analiz dynamicznych oprócz drgań swobodnych jest jego numeryczne całkowanie po czasie. Istnieje szereg metod do tego służących. Można wśród nich wyróżnić metody bezpośrednie oraz superpozycję

modalną. To drugie podejście jest stosowane w przypadku analiz z zakresu dynamiki liniowej i korzysta z postaci drgań swobodnych (własnych). Może być ono bardzo wydajne w przypadkach gdy nieliniowości są pomijane. Metody bezpośrednie są zaś najbardziej uniwersalne. Dzieli się na metody niejawnego (implicit) i jawnego (explicit) całkowania równań ruchu po czasie. Do tych pierwszych należy m.in. metoda Newmarka oraz metoda Hilbera-Hughesa-Taylora, ale też rzadziej spotykane metody Wilsona czy Houbolta, zaś do drugich metoda różnic centralnych [Rakowski2005, Lewandowski2018, Bathe2007]. Zasadnicza różnica między metodami jawnymi i niejawnymi polega na tym, iż w przypadku metod niejawnych rozwiązanie dla czasu $t + \Delta t$ jest uzyskiwane na podstawie wartości dla czasu t i dla czasu $t + \Delta t$. Z kolei w przypadku metod jawnych rozwiązanie dla czasu $t + \Delta t$ jest oparte jedynie na dostępnych wartościach dla czasu t . Metody niejawne wymagają iteracji w obrębie przyrostu czasowego, aby osiągnąć zbieżność poprzez równowagę dynamiczną lub quasi-statyczną. Stosowana jest do tego metoda iteracyjno-przyrostowa Newtona-Raphsona. Metody jawne nie wymagają iteracji do osiągnięcia równowagi dynamicznej a zbieżność w ich przypadku nie jest problemem, ponieważ rozwiązywane są bezpośrednio przyspieszenia węzłowe. Ponadto, metody niejawne są bezwarunkowo stabilne, co oznacza brak ograniczeń co do wielkości przyrostów czasowych. Metody jawne zaś są warunkowo stabilne, co wiąże się z ograniczeniem wielkości przyrostów czasowych – muszą one być mniejsze od stabilnego przyrostu czasowego (w przybliżeniu jest nim czas w jakim fala sprężysta może pokonać najmniejszy wymiar elementu skończonego w modelu – warunek Couranta) aby uzyskać rozwiązanie. Niewątpliwą zaletą tych metod jest jednak diagonalność macierzy mas, która pozwala znacznie zredukować czas obliczeń [Rakowski2005, Łodygowski1991, Wu2012, Cook2001]. Wybór między metodą niejawną i jawną zależy od rozwiązywanego zagadnienia. Metody niejawne są bardziej ogólne, podczas gdy metody jawne stosuje się głównie w przypadku szybkiej dynamiki (uderzenia, zderzenia, upadki, wybuchy itd.) oraz analiz quasi-statycznych z silnymi nieliniowościami (np. procesy obróbki plastycznej lub skrawania).

4.1.3 Jawne całkowanie równań ruchu

Metoda różnic centralnych jest najczęściej stosowaną metodą jawnego całkowania równań ruchu. W ramach tego podejścia warunki kinematyczne z jednego przyrostu czasowego są wykorzystywane do wyznaczenia warunków kinematycznych w kolejnym przyroście czasowym. Pierwszym krokiem, na początku przyrostu jest rozwiązanie równania równowagi,

które można zapisać w postaci (4.1.3.1) [Abaqus2022]:

$$[M]\{\ddot{\delta}\} = \{P\} - \{I\}, \quad (4.1.3.1)$$

gdzie: $[M]$ – diagonalna macierz mas, $\{\ddot{\delta}\}$ – wektor przyspieszeń węzłowych, $\{P\}$ – wektor sił zewnętrznych, $\{I\} = [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\}$ – wektor sił wewnętrznych. Obliczenia w węzłach rozpoczynają się od równania równowagi dynamicznej w chwili t – początek bieżącego przyrostu (4.1.3.2) [Abaqus2022]:

$$\{\ddot{\delta}\}_{(t)} = [M]^{-1}(P_{(t)} - I_{(t)}), \quad (4.1.3.2)$$

które jest całkowane po czasie metodą jawną (4.1.3.3 – 4.1.3.4) [Abaqus2022]:

$$\{\delta\}_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \{\delta\}_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \frac{(\Delta t_{(t+\Delta t)} + \Delta t_{(t)})}{2} \{\ddot{\delta}_t\}, \quad (4.1.3.3)$$

$$\delta_{(t+\Delta t)} = \delta_{(t)} + \Delta t_{(t+\Delta t)} \{\dot{\delta}\}_{(t+\frac{\Delta t}{2})}. \quad (4.1.3.4)$$

Kolejnym etapem są obliczenia w elementach, które rozpoczynają się od wyznaczenia przyrostów odkształceń $\{\Delta\varepsilon\}$ na podstawie szybkości odkształceń $\{\dot{\varepsilon}\}$. Następnie wyznaczane są naprężenia z równań konstytutywnych (4.1.3.5) [Abaqus2022]:

$$\{\sigma\}_{(t+\Delta t)} = f(\{\sigma\}_{(t)}, \{\Delta\varepsilon\}). \quad (4.1.3.5)$$

Na koniec składane są węzłowe siły wewnętrzne $\{I\}_{(t+\Delta t)}$ i następuje przejście na początek obliczeń węzłowych z nowym czasem t w miejsce $t + \Delta t$.

4.2 Model plastyczności Johnsona-Cooka

4.2.1 Wzmocnienie

Model materiałowy Johnsona-Cooka, użyty w tej pracy do analiz przebijania, jest modyfikacją standardowego modelu plastyczności Misesa. Wprowadza on nowe analityczne formy wzmocnienia i zależności od szybkości odkształceń przy zachowaniu powierzchni plastyczności z modelu Misesa. Stosuje się go głównie do analiz, w których występuje deformacja przy znacznej szybkości odkształceń różnych materiałów, przede wszystkim metali. Jest to podstawowy model plastyczności do symulacji konstrukcji poddanych takim procesom jak uderzenia, zderzenia, wybuchy itp. [Jankowiak2016, Stopel2020].

Wzmocnienie w tym modelu jest opisane wzorem (4.2.1.1) [Abaqus2022]:

$$\sigma^0 = [A + B(\bar{\epsilon}^{pl})^n](1 - \hat{\theta}^m), \quad (4.2.1.1)$$

gdzie: σ^0 – granica plastyczności, $\bar{\epsilon}^{pl}$ – ekwiwalentne odkształcenia plastyczne, A, B, n, m – stałe wprowadzane do modelu (mogą być uzyskane z testów fizycznych), $\hat{\theta}$ – bezwymiarowa temperatura definiowana jako (4.2.1.2) [Abaqus2022]:

$$\hat{\theta} \equiv \begin{cases} 0 & \text{dla } \theta < \theta_{przejsicia} \\ \frac{(\theta - \theta_{przejsicia})}{(\theta_{topnienia} - \theta_{przejsicia})} & \text{dla } \theta_{przejsicia} \leq \theta \leq \theta_{topnienia}, \\ 1 & \text{dla } \theta > \theta_{topnienia} \end{cases} \quad (4.2.1.2)$$

gdzie: θ – bieżąca temperatura, $\theta_{topnienia}$ – temperatura topnienia, $\theta_{przejsicia}$ – temperatura przejścia definiowana jako temperatura dla lub poniżej której nie występuje zależność granicy plastyczności od temperatury. Parametry A, B oraz n ze wzoru (4.2.1.1) powinny być mierzone dla lub poniżej temperatury przejścia, podczas gdy parametr m należy wyznaczać powyżej temperatury przejścia.

4.2.2 Zależność od szybkości odkształceń

Model plastyczności Johnsona-Cooka można dodatkowo rozbudować uwzględniając zależność od szybkości odkształceń. Przyjmuje ona następujące założenia (4.2.2.1 – 4.2.2.2) [Abaqus2022]:

$$\bar{\sigma} = \sigma^0(\bar{\epsilon}^{pl}, \theta)R(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}), \quad (4.2.2.1)$$

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = \dot{\epsilon}_0 e^{\left[\frac{1}{C}(R-1)\right]} \quad \text{dla } \bar{\sigma} \geq \sigma^0, \quad (4.2.2.2)$$

gdzie: $\bar{\sigma}$ – granica plastyczności przy niezerowej szybkości odkształceń, $\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$ – ekwiwalentna szybkość odkształceń plastycznych, $\dot{\epsilon}_0$, C – parametry otrzymywane z testów w temperaturze równej lub niższej od temperatury przejścia, $\sigma^0(\bar{\epsilon}^{pl}, \theta)$ – statyczna granica plastyczności, $R(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl})$ – stosunek granicy plastyczności przy niezerowej szybkości odkształceń do statycznej granicy plastyczności ($R(\dot{\epsilon}_0) = 1$). Granicę plastyczności można zatem wyrazić jako (4.2.2.3) [Abaqus2022]:

$$\bar{\sigma} = [A + B(\bar{\epsilon}^{pl})^n] \left[1 + C \ln \left(\frac{\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \right] (1 - \hat{\theta}^m). \quad (4.2.2.3)$$

4.2.3 Zniszczenie dynamiczne

Ostatnim omawianym rozszerzeniem modelu Johnsona-Cooka, szczególnie istotnym dla tej pracy, jest model zniszczenia dynamicznego. Bazuje on na wartościach ekwiwalentnych odkształceń plastycznych w punktach całkowania elementów. Zakłada, iż zniszczenie elementu następuje gdy parametr zniszczenia przekracza wartość 1. Parametr ten jest definiowany jako (4.2.3.1) [Abaqus2022]:

$$\omega = \sum \left(\frac{\Delta \bar{\epsilon}^{pl}}{\bar{\epsilon}_f^{pl}} \right), \quad (4.2.3.1)$$

gdzie: $\Delta \bar{\epsilon}^{pl}$ – przyrost ekwiwalentnych odkształceń plastycznych, $\bar{\epsilon}_f^{pl}$ – odkształcenie przy

zniszczeniu, zależne od bezwymiarowej szybkości odkształceń plastycznych $\dot{\varepsilon}^{pl}/\dot{\varepsilon}_0$, bezwymiarowego stosunku aksjatora i dewiatora naprężeń p/q oraz bezwymiarowej temperatury $\hat{\theta}$. Zależności te mają postać (4.2.3.2) [Abaqus2022]:

$$\bar{\varepsilon}_f^{pl} = \left[d_1 + d_2 e^{\left(d_3 \frac{p}{q} \right)} \right] \left[1 + d_4 \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] (1 + d_5 \hat{\theta}), \quad (4.2.3.2)$$

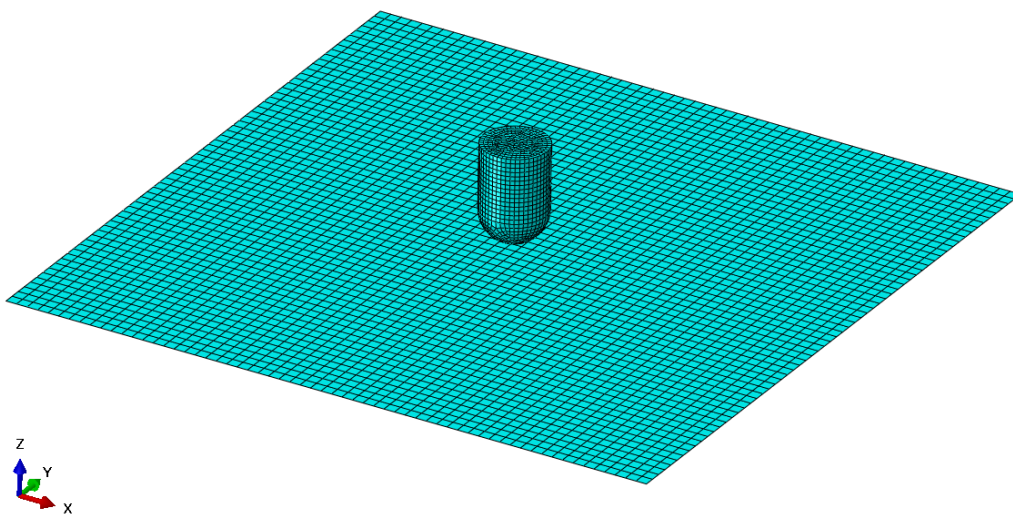
gdzie: $d_1 - d_5$ – parametry zniszczenia, określane dla lub poniżej temperatury przejścia, $\dot{\varepsilon}_0$ – referencyjna szybkość odkształceń.

Gdy to kryterium zostanie spełnione, część dewiatorowa naprężeń jest zerowana do końca analizy. Wyzerowanie również części aksjatorowej pozwala na usunięcie zniszczonego elementu z siatki, co jest niezbędne w przypadku analiz przebijania.

5 ANALIZY PRZEBICIA PŁYT HOMOGENICZNYCH

5.1 Opis problemu

Pierwszym etapem przeprowadzonych badań było sprawdzenie wpływu współczynnika Poissona na odpowiedź homogenicznej płyty na uderzenie pocisku. W tym celu przygotowano model MES z geometrią w postaci prostokątnej płyty o wymiarach 305x305 mm i grubości 5 mm. Dodatkowo, uwzględniono geometrię pocisku składającą się z walca o promieniu 15 mm i wysokości 30 mm oraz półkuli o takim samym promieniu jak w przypadku walca. Model ten miał przypominać pociski stosowane w testach uderzeń z użyciem dział gazowych. Pocisk został umieszczony 1 mm nad środkiem płyty. Zastosowano siatkę składającą się z 3721 elementów powłokowych (typ S4R – liniowe czworoboki ze zredukowanym całkowaniem) w przypadku płyty oraz 1425 sztywnych elementów powierzchniowych (typ R3D4 – liniowe czworoboki) w przypadku pocisku. Dodatkowo, do powierzchniowej geometrii pocisku (wymaganej w przypadku użycia elementów sztywnych) przypisano masę i momenty bezwładności odpowiadające jego wypełnionej geometrii i materiałowi – stali. Na rysunku poniżej (Rys. 5.1.1) przedstawiono zastosowaną siatkę elementów skończonych.



Rys. 5.1.1 Siatka elementów skończonych zastosowana w symulacji przebicia płyty homogenicznej.

Jako materiał płyty przyjęto stop aluminium 6061-T6. Oprócz właściwości liniowo sprężystych, konieczne było zdefiniowanie plastyczności z użyciem modelu Johnsona-Cooka,

który opisano w poprzednim rozdziale. Zastosowane zostały następujące właściwości materiałowe (Tab. 5.1.1 – 5.1.4) [DassaultSystemes2012]:

Tab. 5.1.1 Ogólne właściwości fizyczne i właściwości liniowo sprężyste zastosowanego materiału.

| Właściwość | Wartość |
|-----------------------|-------------------------------|
| gęstość | 2700 kg/m ³ |
| ciepło właściwe | 897 J/(kg · K) |
| moduł Younga | 68 GPa |
| współczynnik Poissona | różne wartości od –0.9 do 0.3 |

Tab. 5.1.2 Stałe wzmocnienia modelu plastyczności Johnsona-Cooka dla zastosowanego materiału.

| Parametr | Wartość |
|----------------------|---------|
| A | 324.1 |
| B | 113.8 |
| n | 0.42 |
| m | 1.34 |
| $\theta_{topnienia}$ | 925 K |
| $\theta_{przejścia}$ | 293.2 K |

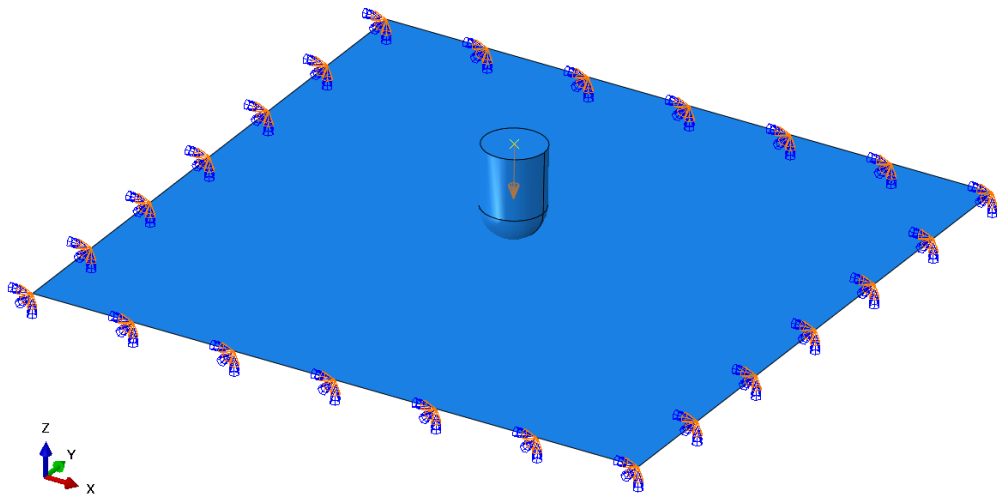
Tab. 5.1.3 Stałe zależności od szybkości odkształceń modelu plastyczności Johnsona-Cooka dla zastosowanego materiału.

| Parametr | Wartość |
|--------------|---------|
| C | 0.002 |
| ϵ_0 | 1 |

Tab. 5.1.4 Stałe zniszczenia dynamicznego modelu plastyczności Johnsona-Cooka dla zastosowanego materiału.

| Parametr | Wartość |
|----------|---------|
| d_1 | -0.77 |
| d_2 | 1.45 |
| d_3 | 0.47 |
| d_4 | 0 |
| d_5 | 1.6 |

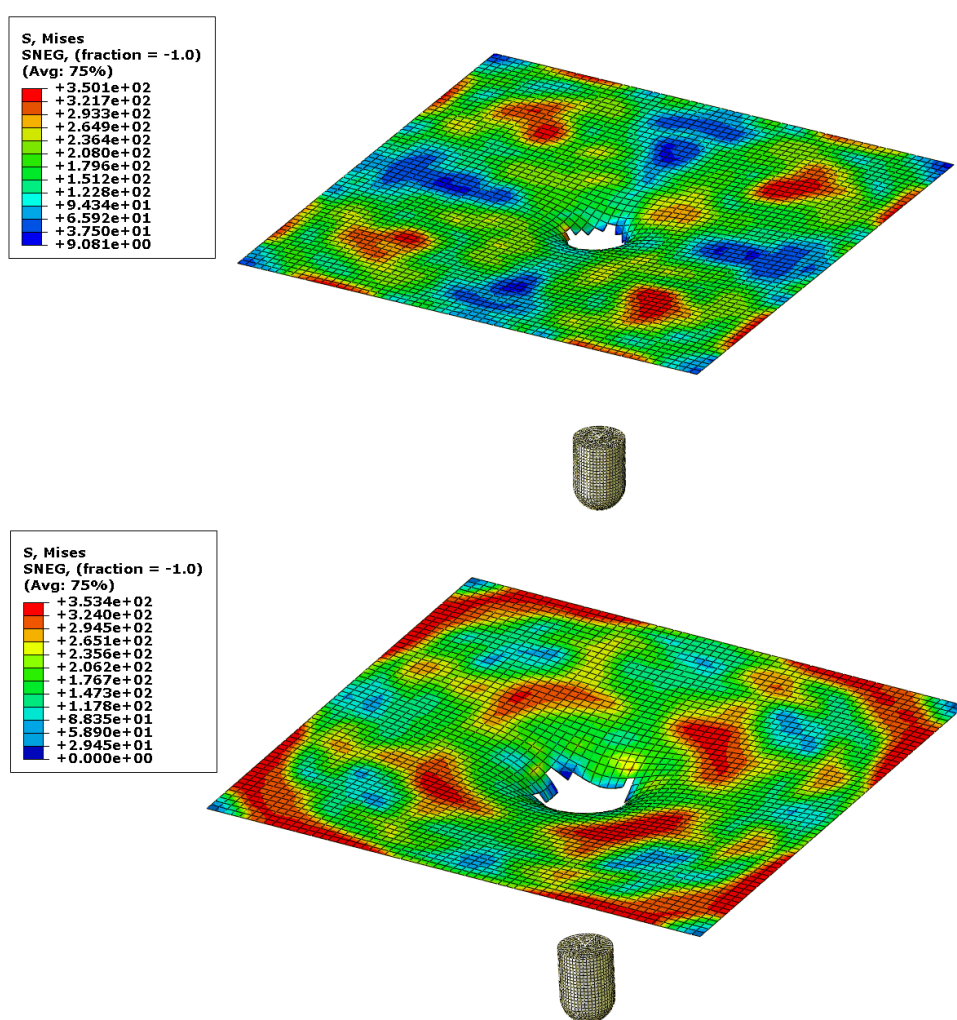
Analizy przeprowadzono przy pomocy procedury dynamicznej z jawnym całkowaniem równań ruchu, uwzględniającej wszystkie formy nieliniowości. Jako czas analizy przyjęto 0.7 ms. Na pocisk zadana została prędkość początkowa 300 m/s, co odpowiadało maksymalnym wartościom stosowanym w przypadku dział gazowych. Zdefiniowano również temperaturę początkową płyty 273 K. Na wszystkie krawędzie płyty nałożony został warunek brzegowy blokujący wszystkie stopnie swobody. Zdefiniowano również kontakt bez tarcia między pociskiem a płytą. Warunki brzegowe i początkowej zostały przedstawione na poniższym rysunku (Rys. 5.1.2).



Rys. 5.1.2 Warunki brzegowe i początkowe w symulacji przebicia płyty homogenicznej: długa pomarańczowa strzałka – prędkość początkowa sztywnego pocisku, krótkie strzałki – warunki brzegowe blokady przemieszczeń (pomarańczowe – translacje, niebieskie – rotacje). Temperatura początkowa nie jest tu przedstawiona.

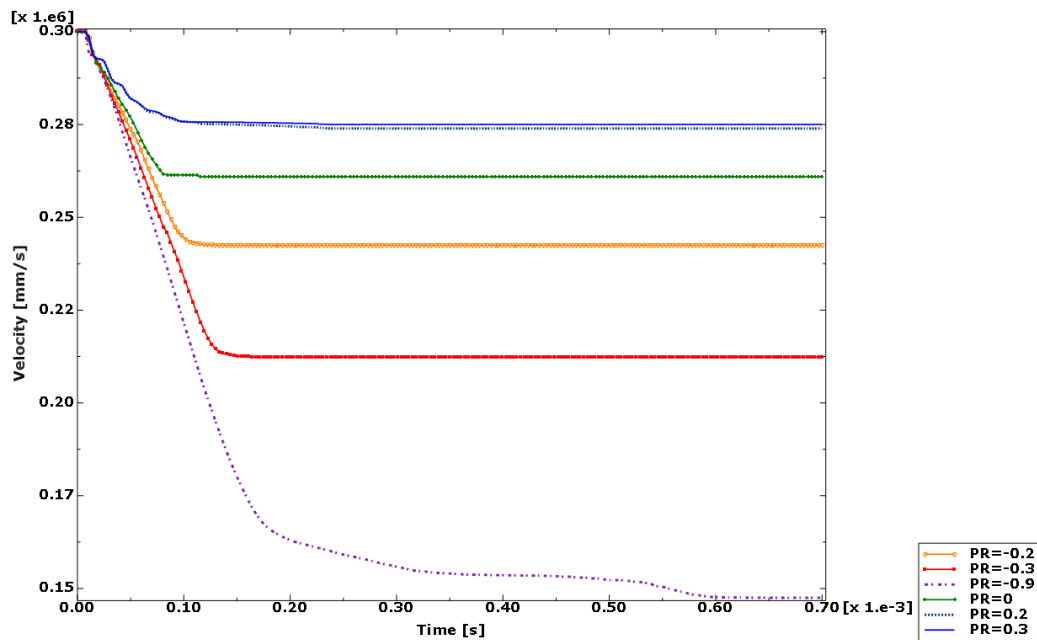
5.2 Wyniki dla różnych wartości współczynnika Poissona

Symulacje zostały przeprowadzone dla następujących wartości współczynnika Poissona: -0.9, -0.3, -0.2, 0, 0.2, 0.3. Poniżej przedstawiono wyniki uzyskane z tych analiz. Pierwszy rysunek (Rys. 5.2.1) to porównanie naprężeń zredukowanych Hubera-Misesa-Hencky'ego [MPa], dalej nazywanych naprężeniami von Mises, oraz zdeformowanego kształtu modelu na końcu symulacji przebiecia dla dwóch wartości współczynnika Poissona o przeciwnych znakach. W wersji auksetycznej fragment płyty został oderwany przez pocisk, ale pominięto go na rysunku, aby ograniczyć porównanie do istotnego tu rozkładu naprężeń w przebitej płycie i lokalizacji pocisku na końcu analizy.

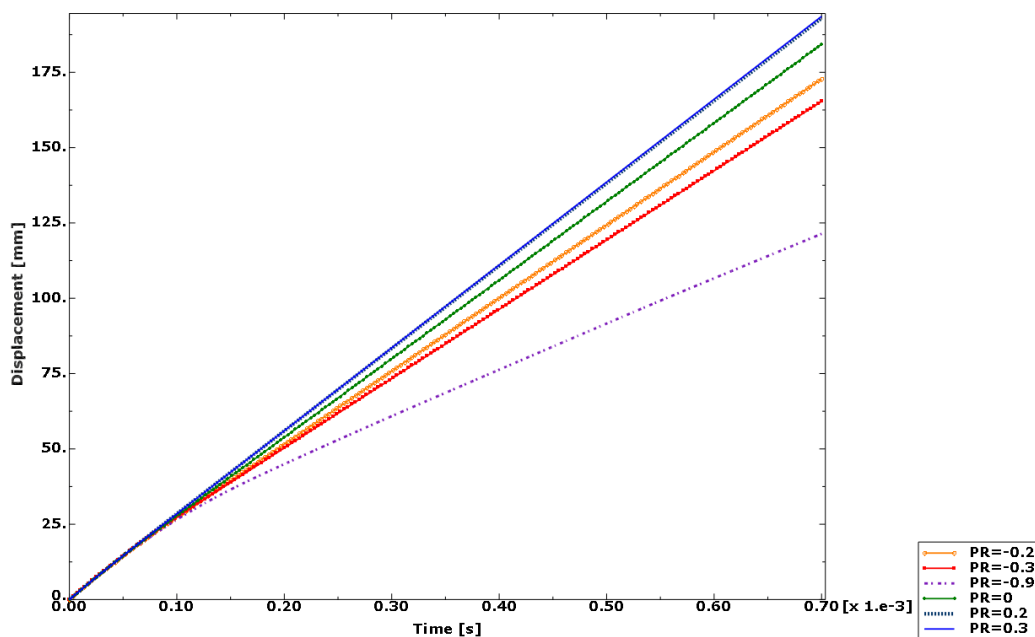


Rys. 5.2.1 Naprężenia von Mises i zdeformowany kształt modelu (ze zniszczonymi elementami usuniętymi z siatki) w ostatniej klatce symulacji: na górze – płyta o współczynniku Poissona 0.3, na dole – płyta o współczynniku Poissona -0.3.

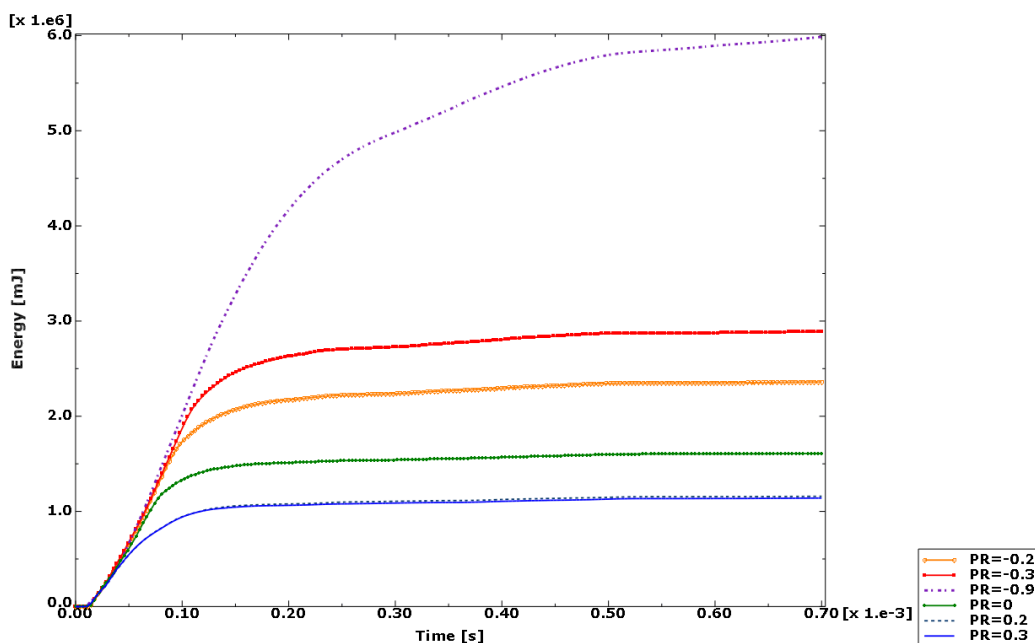
Jak można zauważyć, wartość maksymalna naprężeń zredukowanych von Mises na końcu analizy jest bardzo zbliżona w obu przypadkach (różnica ok. 3 MPa). Można jednak zaobserwować odmienne rozkłady naprężeń. Otwór w płycie auksetycznej jest większy, ale pocisk nie zniszczył wszystkich elementów w tym miejscu – powstał odłamek. W symulacjach płyt z zamodelowaną strukturą nie zaobserwowano takiego efektu. Mogą mu również zapobiegać uwzględnione tam okładziny. Porównując końcowe wyniki dla obu modeli, można również zaobserwować wyraźną różnicę w odległości pokonanej przez pocisk po przebiciu płyty. Zostało to szczegółowo przedstawione na rysunku (Rys. 5.2.3). Następne wykresy (Rys. 5.2.2 oraz Rys. 5.2.4) pozwalają porównać prędkości pocisku i dyssypacje energii plastycznej dla różnych wartości współczynnika Poissona.



Rys. 5.2.2 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla różnych wartości współczynnika Poissona (PR).



Rys. 5.2.3 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla różnych wartości współczynnika Poissona (PR).



Rys. 5.2.4 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla różnych wartości współczynnika Poissona (PR).

Zamieszczone powyżej wykresy pozwalają dokonać kilku istotnych obserwacji. Prędkość pocisku po przebiciu płyty spada wraz ze spadkiem wartości współczynnika Poissona. Dla jego wartości 0.2 i 0.3 jest bardzo zbliżona, ale w przypadkach auksetycznych widać

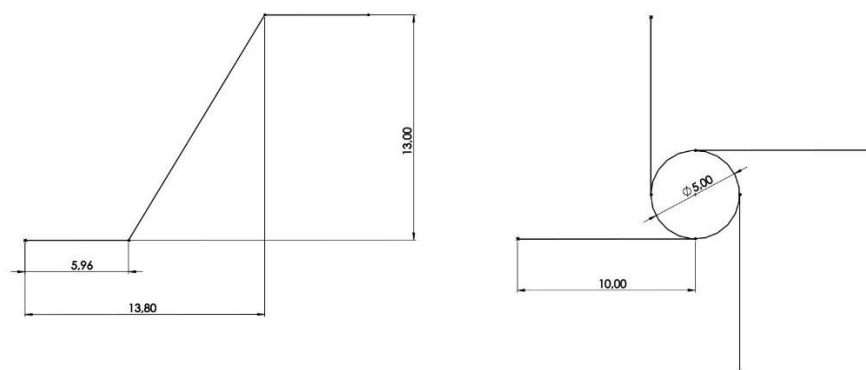
znaczne różnice. Najmniejszą prędkość uzyskano dla przypadku ze współczynnikiem Poissona równym -0.9 . Wyniki dla tego przypadku mogą być jednak mniej realistyczne ze względu na skrajną wartość wsp. Poissona. Z tego względu wykluczony został ekstremalny przypadek -0.99 . Ogólnie można stwierdzić, iż auksetyk pozwala znacznie zredukować prędkość pocisku po przebiciu płyty, co jest istotne w przypadku struktur ochronnych. Analogiczną relację można zaobserwować w przypadku przemieszczenia pionowego pocisku, które jest ma znaczenie gdy za płytą znajduje się chroniony obiekt lub osoba. Z kolei dla energii dyssypacji plastycznej widoczna jest odwrotna relacja – wzrost energii przy spadku współczynnika Poissona. Jest to jednak spodziewane i pożądane zjawisko – jak wspomniano w części teoretycznej pracy, auksetyki są znane ze swojej właściwości zwiększonego rozpraszania energii, która jest korzystna w przypadku obciążeń dynamicznych tego typu oraz drgań.

6 ANALIZY PRZEBICIA PŁYT Z RDZENIEM ANTY-TETRA-CHIRALNYM

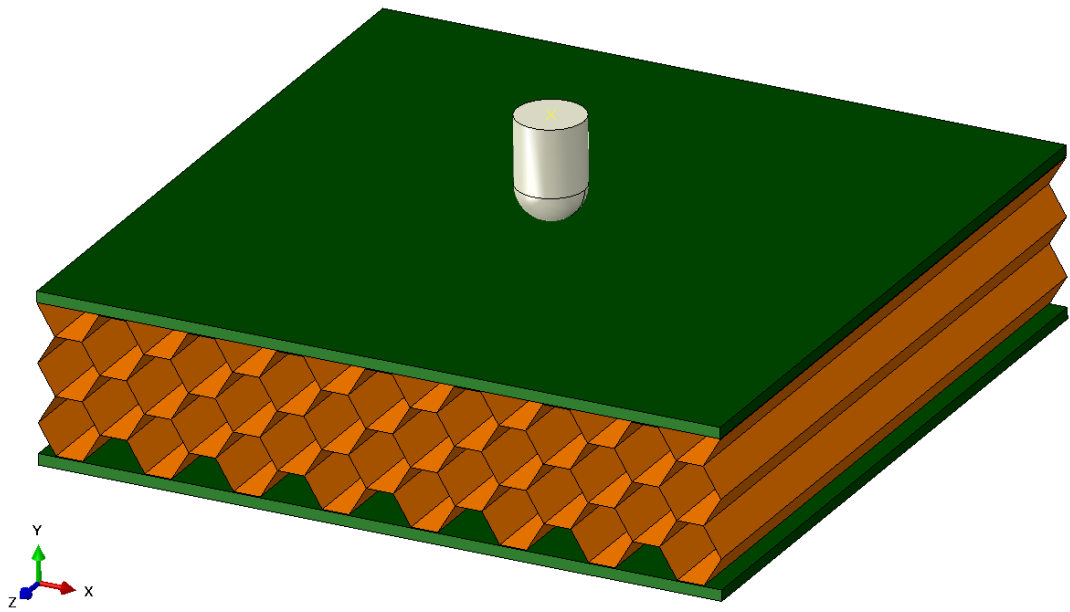
6.1 Opis problemu

Po zbadaniu płyt homogenicznych, kolejnym rozważanym przypadkiem były płyty z zamodelowaną strukturą rdzenia. Jako pierwszą wybrano strukturą anty-tetrachiralną (ATCH) i jej najbliższy nieauksetyczny odpowiednik – klasyczny plaster miodu. Założenia symulacji były analogiczne jak w przypadku płyt homogenicznych – przyjęto takie same warunki uderzenia (poza zmodyfikowanymi przypadkami), warunki brzegowe oraz dane materiałowe (w tym przypadku wsp. Poissona ustalono na 0.33). Zasadniczą różnicą było uwzględnienie geometrii struktury rdzenia, co wyeliminowało potrzebę sztucznego zmieniania współczynnika Poissona zastosowanego materiału. Efektywny współczynnik Poissona (określany jako stosunek odkształceń poprzecznych do podłużnych) wynikał bowiem z kształtu komórek jednostkowych rdzenia, a co za tym idzie mechanizmu deformacji struktury. Przy pomocy programu COMSOL Multiphysics oszacowano efektywny współczynnik Poissona dla badanych struktur. W przypadku struktury anty-tetra-chiralnej wynosił on ok. -1.04, zaś w przypadku klasycznego plastra miodu ok. 1.76.

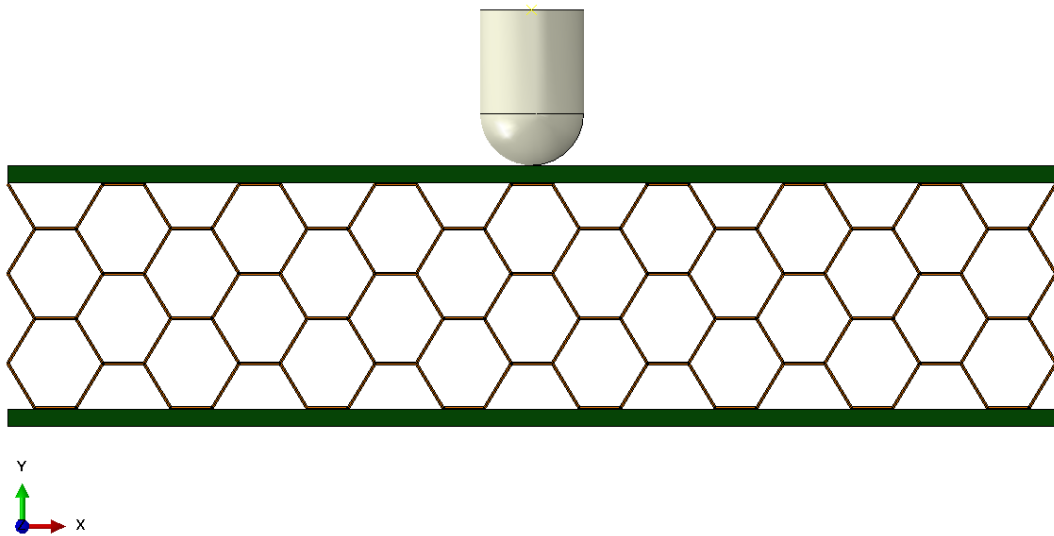
Płyty miały wymiary ok. 305x305x75 mm (wliczając 2 okładziny o grubości 5 mm każda). Przybliżony rozmiar komórki jednostkowej to 26 mm, zaś grubość ścianek rdzeni wynosiła 0.76 mm. Segmenty periodyczne komórek jednostkowych z wymiarami zostały pokazane na poniższym rysunku (Rys. 6.1.1). Okładziny ustawiono względem rdzeni tak, by wziąć pod uwagę grubości elementów powłokowych. Geometrie płyt zostały przedstawione na kolejnych rysunkach (Rys. 6.1.2 – 6.1.5).



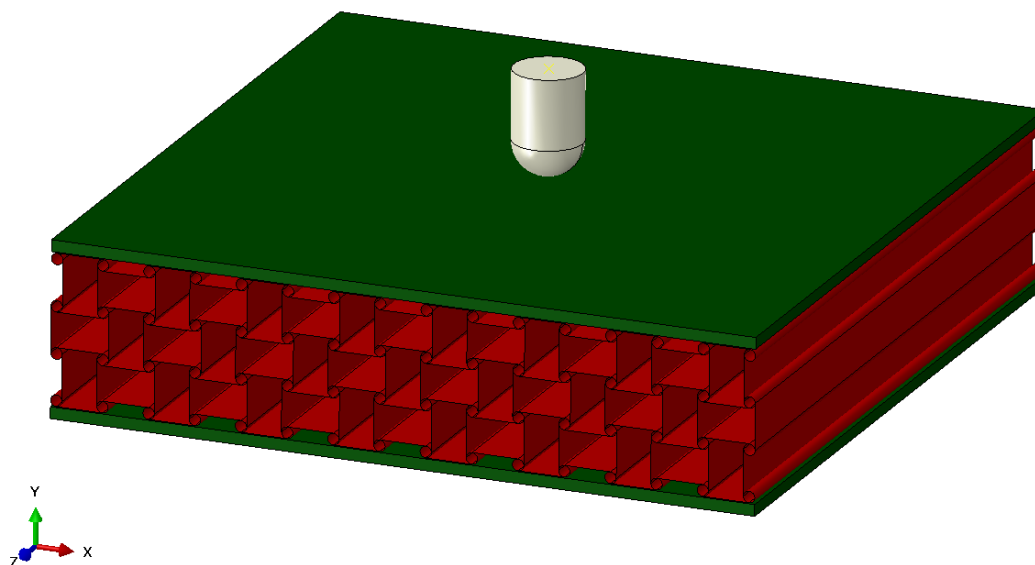
Rys. 6.1.1 Wymiary periodycznych segmentów komórek jednostkowych płyt – nieauksetycznej (z lewej), auksetycznej (ATCH) (z prawej).



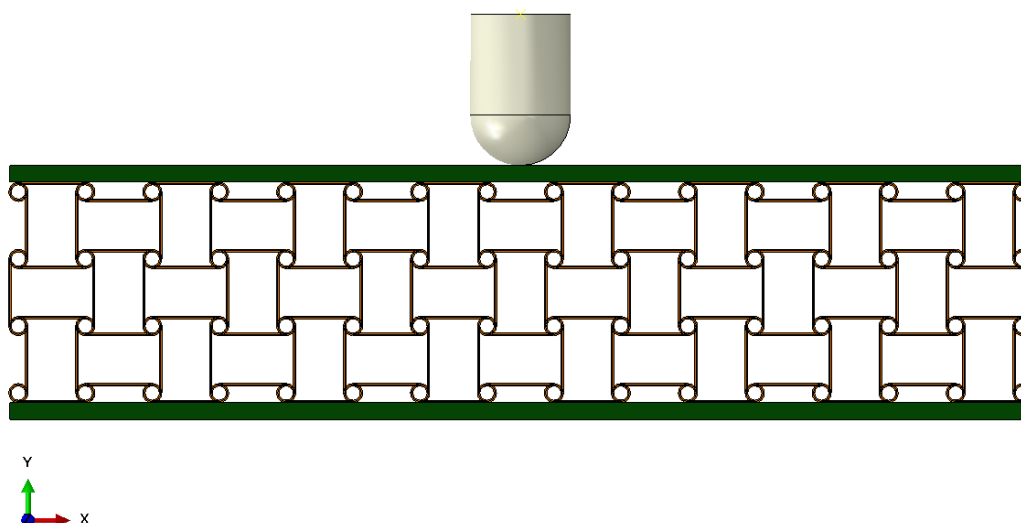
Rys. 6.1.2 Płyta nieauksetyczna z rdzeniem w postaci klasycznego plastra miodu.



Rys. 6.1.3 Płyta nieauksetyczna w widoku od przodu z wizualizacją grubości elementów powłokowych tworzących rdzeń.



Rys. 6.1.4 Płyta auksetyczna ze strukturą anti-tetra-chiralną.



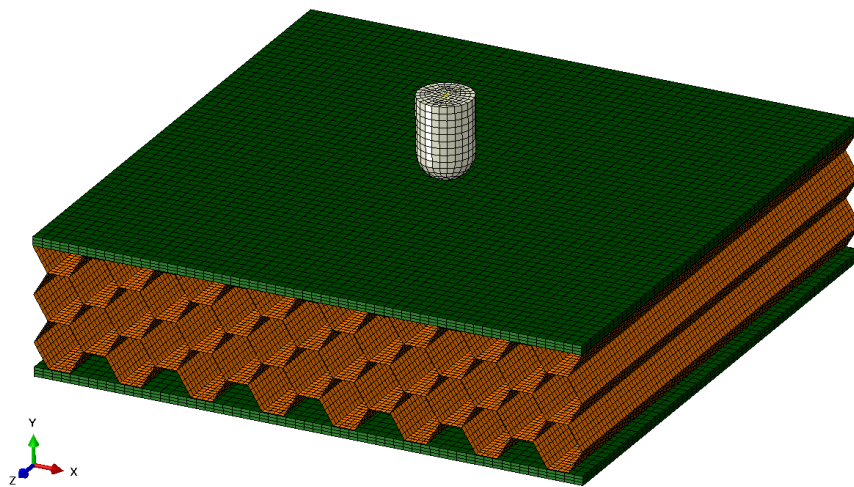
Rys. 6.1.5 Płyta auksetyczna w widoku od przodu z wizualizacją grubości elementów powłokowych tworzących rdzeń.

Struktury te różnią się wyraźnie geometrią, co utrudnia ich porównanie. Zapewniono jednak jak największą zgodność wymiarów struktur, choć różnica w ich masach była nieunikniona. Uwzględniono to jednak w analizach, dokonując również porównania struktur z ujednoliconymi masami.

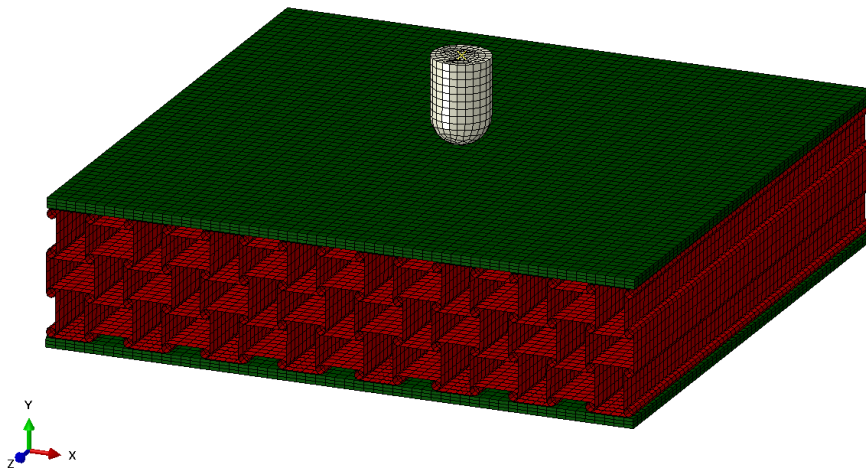
Na okładziny zastosowano bryłowe element skończone typu C3D8R (liniowe prostopadłościany ze zredukowanym całkowaniem), ze względu na ich znaczącą grubość w porównaniu z rdzeniami. Rdzenie z kolei zostały zamodelowane przy pomocy powłokowych

elementów typu S4R (liniowe czworokąty ze zredukowanym całkowaniem). Siatka była złożona z 22326 elementów bryłowych oraz 57584 elementów powłokowych (razem 79910 elementów i 82584 węzłów) w przypadku płyty auksetycznej. Dla płyty nieauksetycznej zastosowano siatkę zbudowaną z 22326 elementów bryłowych i 58580 elementów powłokowych (razem 80906 elementów i 86954 węzłów).

Model, podobnie jak w przypadku z homogeniczną płytą, uwzględniał również geometrię pocisku o takich samych wymiarach i masie (222 g) jak poprzednio. W przypadku pocisku zastosowano siatkę złożoną z 944 elementów typu C3D8R (1179 węzłów). Uzyskane siatki elementów skończonych przedstawiono poniżej (Rys. 6.1.6 – 6.1.7).

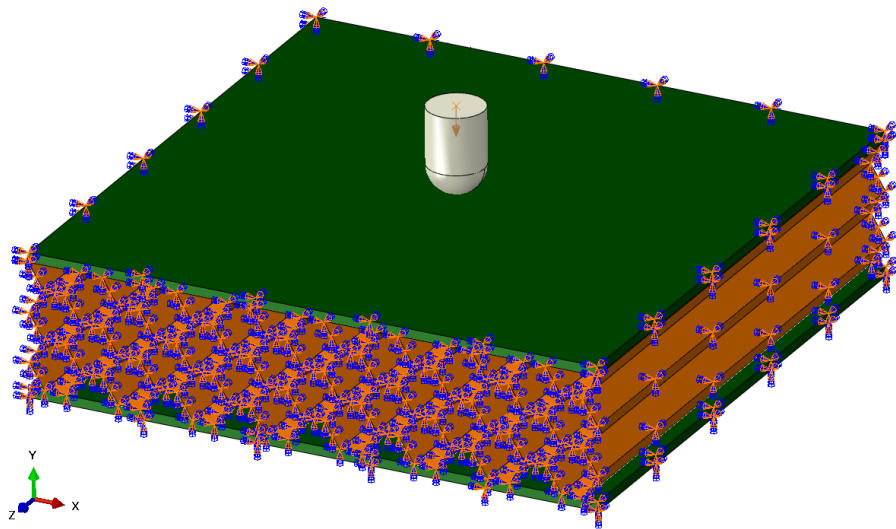


Rys. 6.1.6 Siatka elementów skończonych zastosowana w przypadku płyty nieauksetycznej.

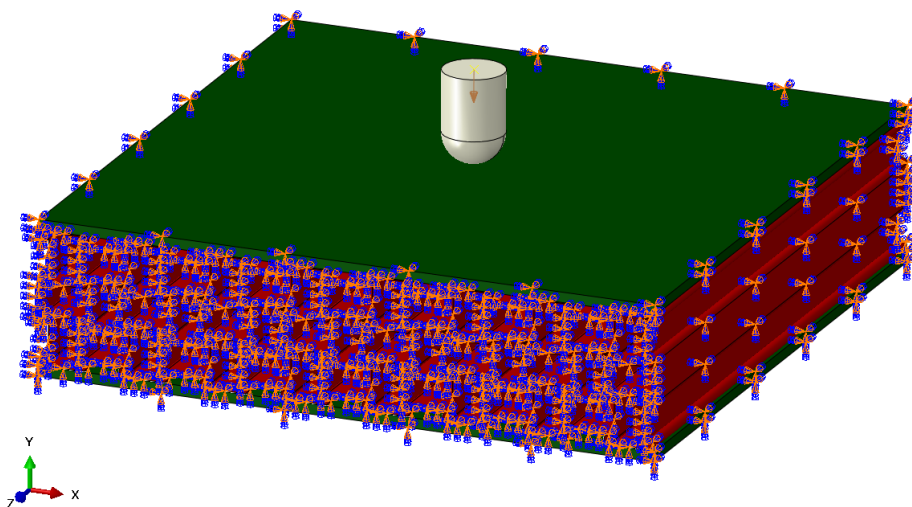


Rys. 6.1.7 Siatka elementów skończonych zastosowana w przypadku płyty auksetycznej.

Warunki początkowe i brzegowe były analogiczne jak w przypadku płyty homogenicznej (Rys. 6.1.8 – 6.1.9). Zablokowano wszystkie stopnie swobody boków płyt. W tym przypadku można było skorzystać z symetrii. Nie zdecydowano się na jej użycie z kilku powodów – ze względu na wystarczające możliwości obliczeniowe wykorzystywanego sprzętu komputerowego, z uwagi na występowanie przypadków niesymetrycznych uderzeń oraz w celu uniknięcia błędów w modelowaniu, które przez nieuwagę można łatwo popełnić przy pracy z modelami symetrycznymi.



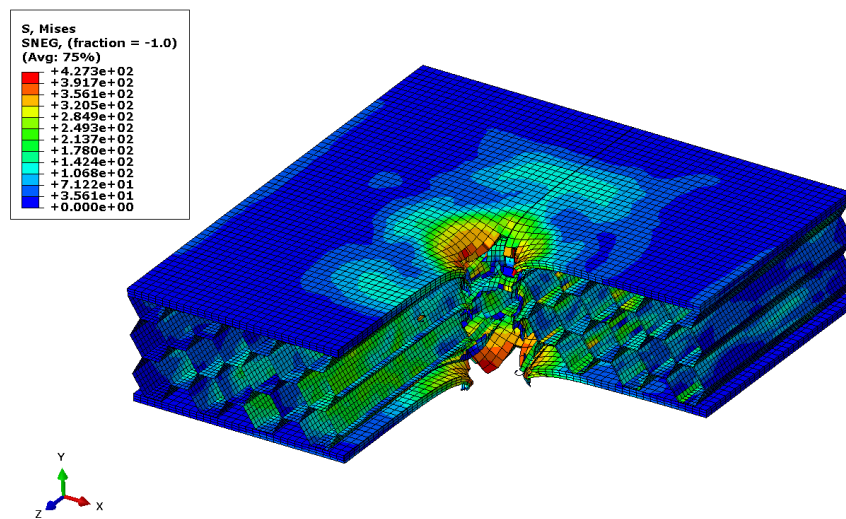
Rys. 6.1.8 Warunki brzegowe i początkowe w przypadku płyty nieauksetycznej – symbole analogiczne jak w rozdziale 5.



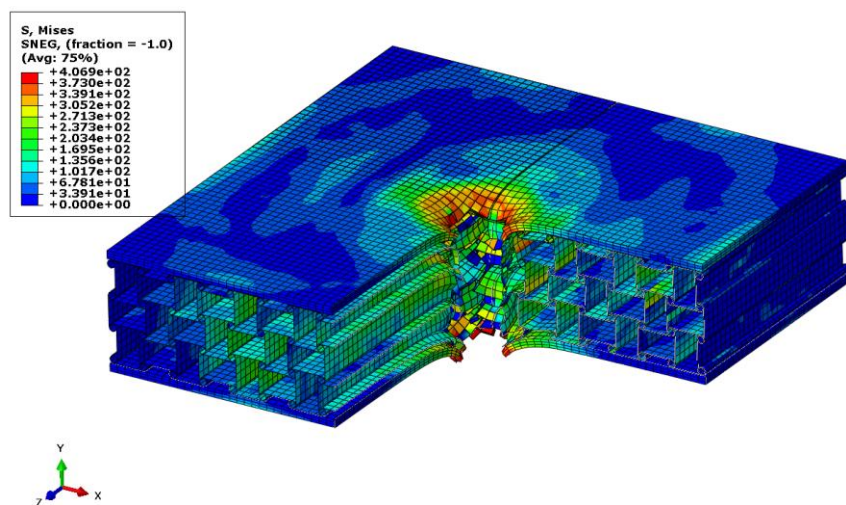
Rys. 6.1.9 Warunki brzegowe i początkowe w przypadku płyty auksetycznej – symbole analogiczne jak w rozdziale 5.

6.2 Wyniki – porównanie płyt z rdzeniem ATCH i nieauksetycznych

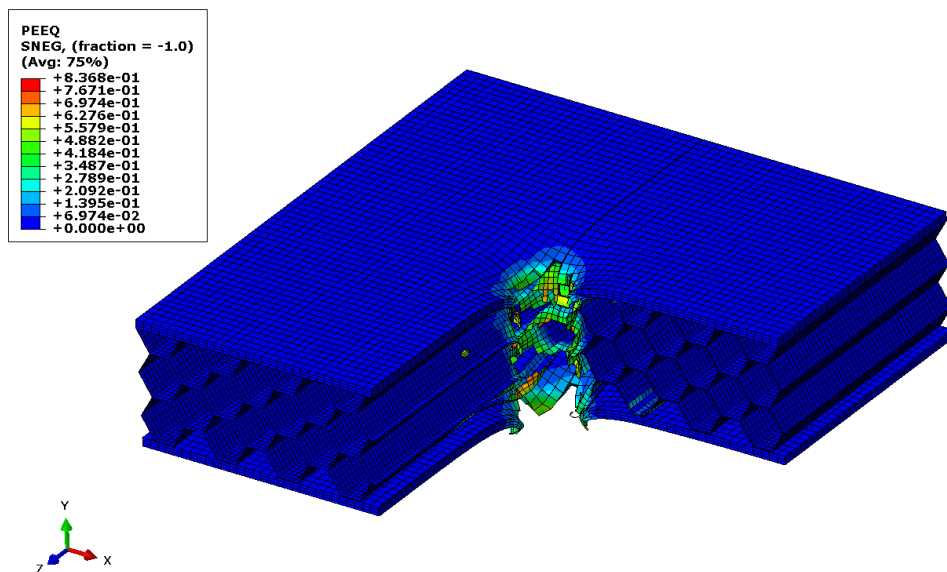
Jako pierwszy zbadano ogólny przypadek opisany powyżej. Podobnie jak w przypadku płyty homogenicznej, uzyskano mapy naprężeń [MPa] i ekwiwalentnych odkształceń plastycznych nałożone na zdeformowany model (Rys. 6.2.1 – 6.2.4) oraz wykresy zmian prędkości, przemieszczenia i energii dyssypacji plastycznej w czasie (Rys. 6.2.5 – 6.2.7). Na wszystkich kolejnych wykresach krzywe dla płyty auksetycznej narysowano czerwoną linią ciągłą, zaś dla płyty nieauksetycznej przerywaną linią niebieską.



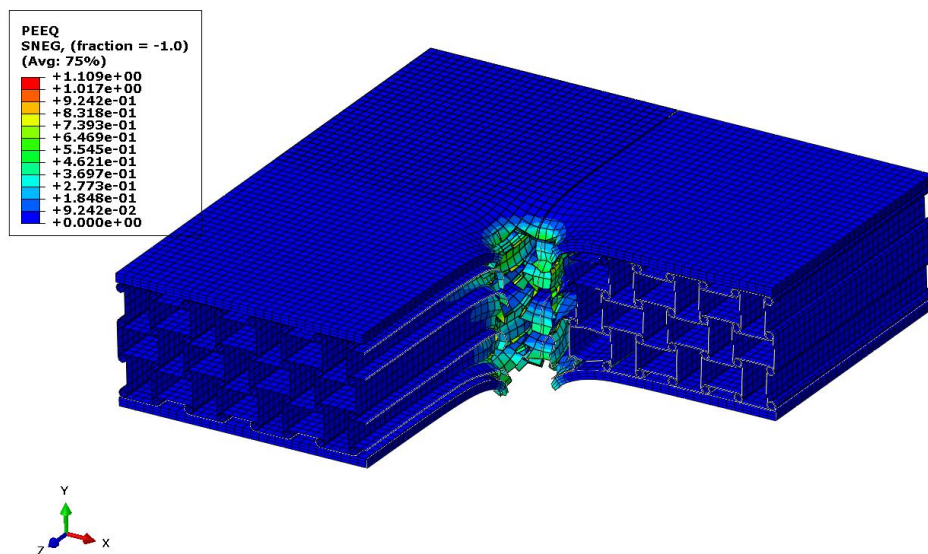
Rys. 6.2.1 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



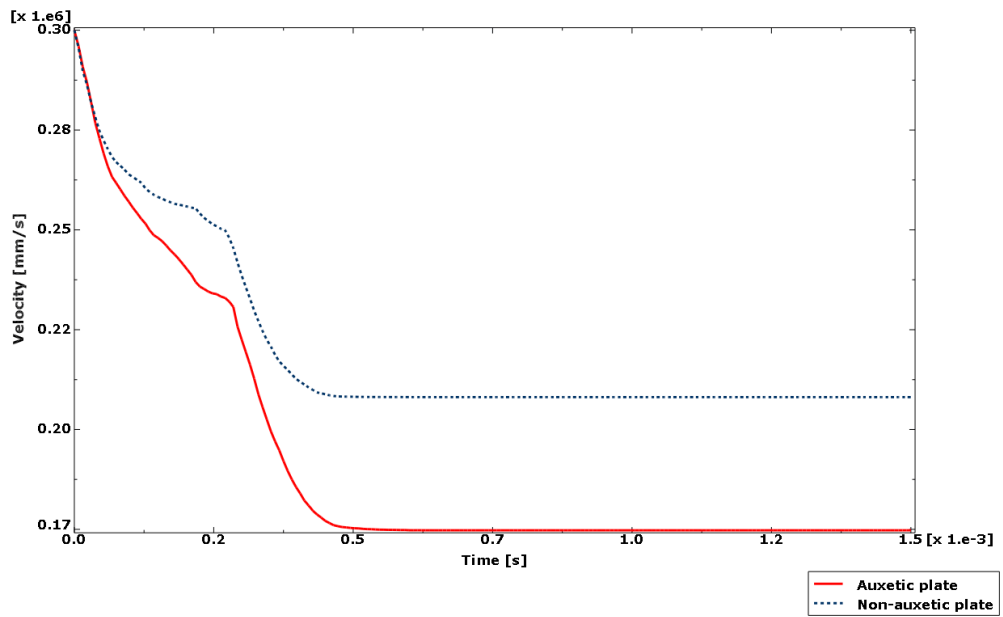
Rys. 6.2.2 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



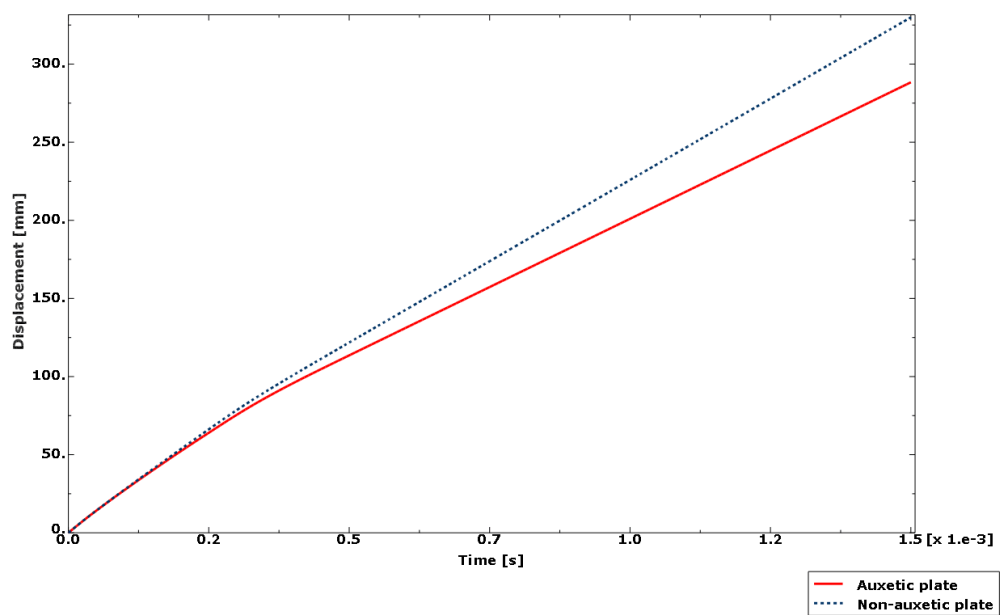
Rys. 6.2.3 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



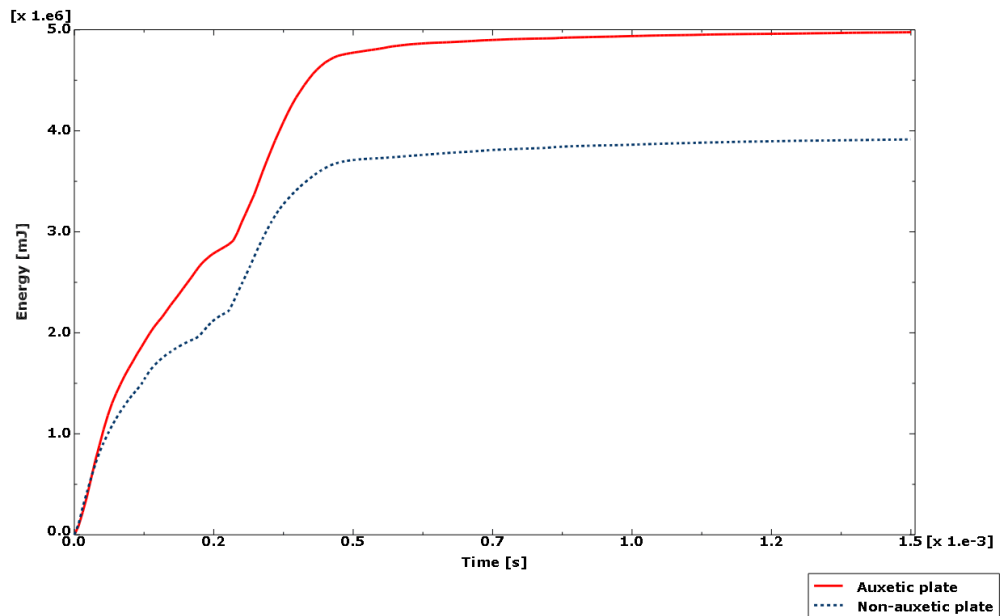
Rys. 6.2.4 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



Rys. 6.2.5 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej.

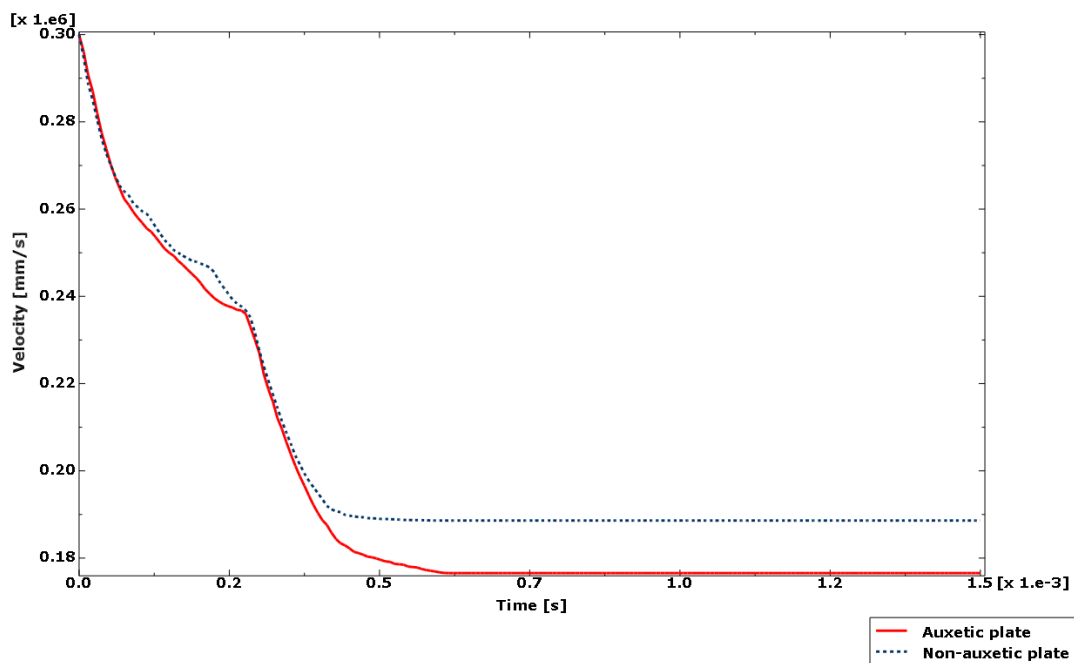


Rys. 6.2.6 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej.

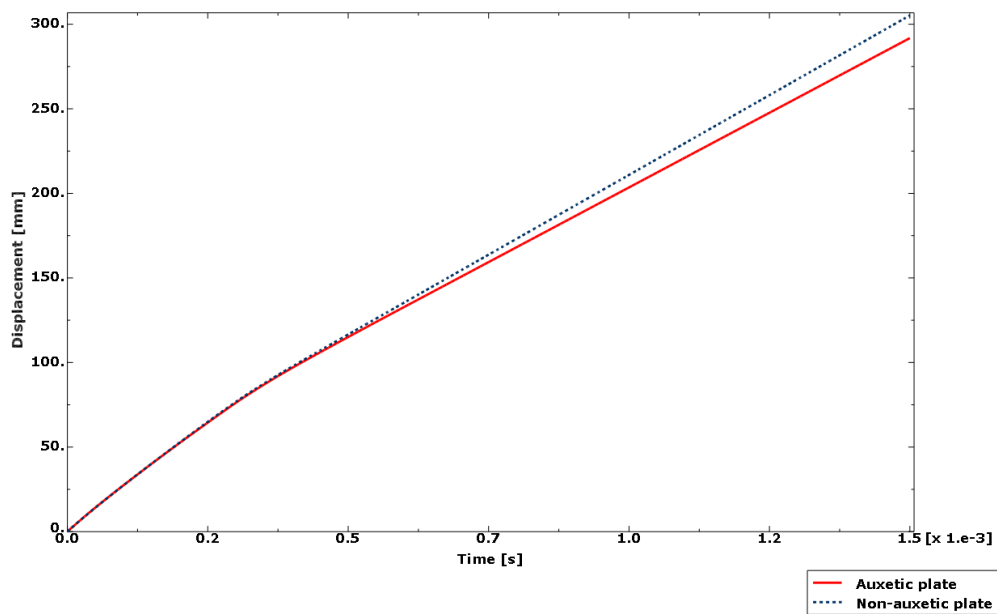


Rys. 6.2.7 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej.

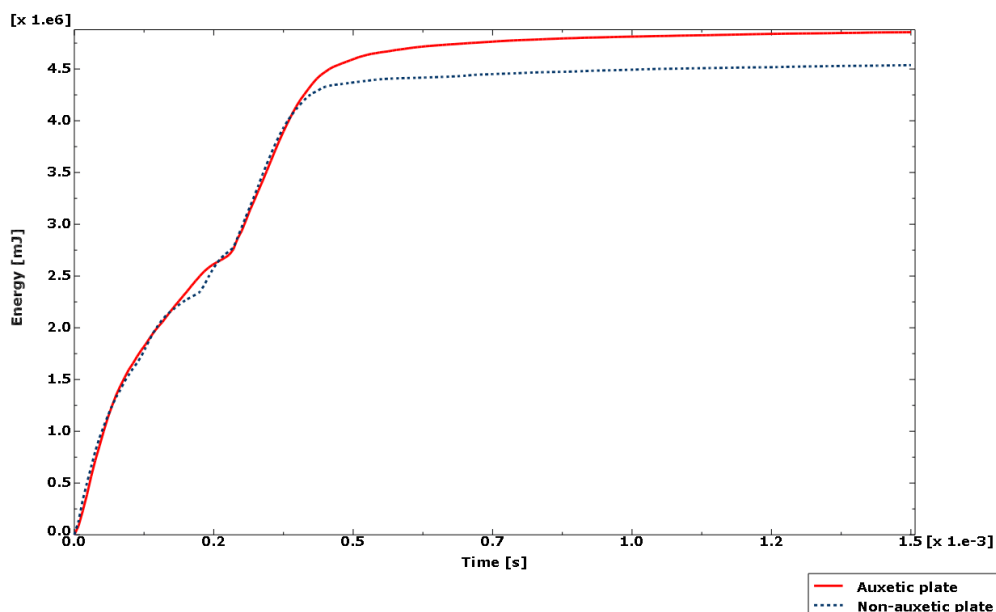
Jak można zauważyć na podstawie przedstawionych wyników, naprężenia i odkształcenia plastyczne w obu płytach nie różnią się znacząco. W przypadku płyty auksetycznej zaobserwowano wyższe o ok. 28% maksymalne odkształcenia plastycznej. Wartości maksymalnych naprężeń zredukowanych są tu mniej istotne, ponieważ zakładane jest zniszczenie (przebicie) płyty przez pocisk a bezpośredniej ocenie podlegają parametry przedstawione na wykresach. Tu, zarówno dla prędkości i przemieszczenia pocisku, jak i energii dyssypacji plastycznej, można zaobserwować wyraźną przewagę płyty auksetycznej, co sugeruje korzystny wpływ ujemnego współczynnika Poissona na tego typu właściwości, podobnie jak to wykazano w przypadku płyty homogenicznej. Poza tym przypadkiem zbadano jednak jeszcze kilka kolejnych aby potwierdzić tę tezę. Pierwszych z nich miał na celu wykluczenie wpływu masy na poczynione obserwacje, o czym wspomniano w poprzednim podrozdziale. W tym celu zmieniono grubości struktur tworzących rdzenie płyt (grubości przypisane do elementów powłokowych) tak, aby masy całych płyt były w przybliżeniu identyczne. Wykresy uzyskane z tej próby zostały przedstawione poniżej (Rys. 6.2.8 – 6.2.10).



Rys. 6.2.8 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku ujednoczonych mas.



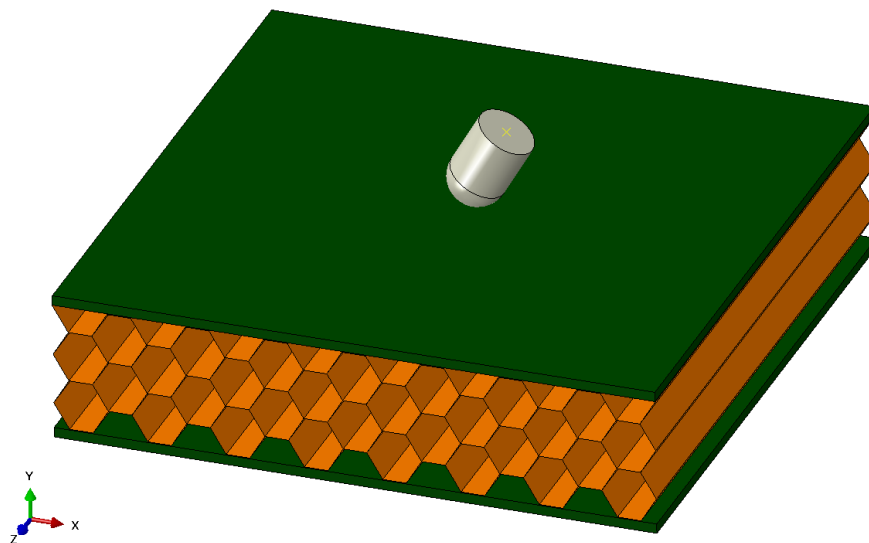
Rys. 6.2.9 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku ujednoczonych mas.



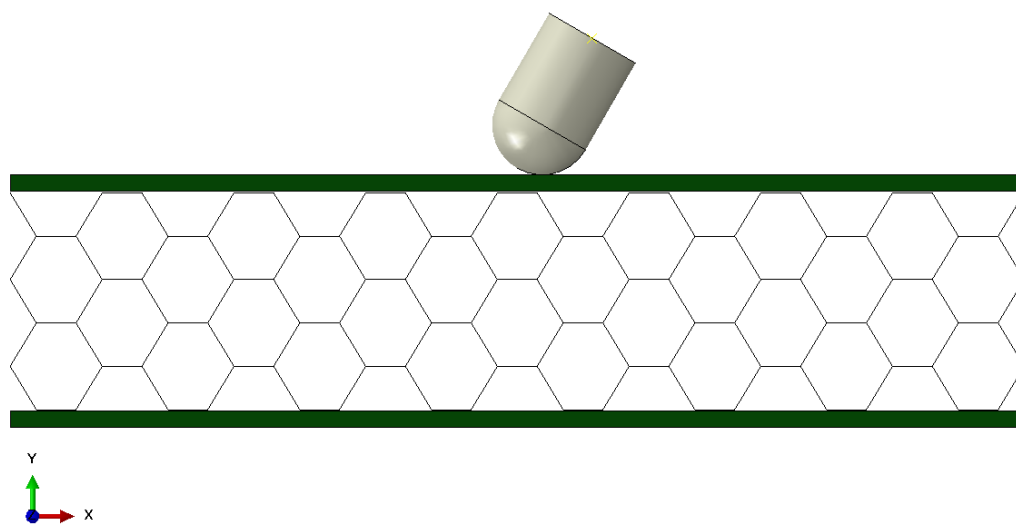
Rys. 6.2.10 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku ujednoczonych mas.

Pomimo ujednoczenia mas, na przedstawionych powyżej wykresach można zauważyć takie same relacje jak w oryginalnym przypadku, co wyklucza możliwość, iż wpływ masy jest większy niż wpływ współczynnika Poissona. Należy jednak przy tym pamiętać, iż w przypadku przebijania masa płyty ma drugorzędą rolę i kluczowa jest jej geometria, a zwłaszcza ilość materiału na drodze pocisku. Z tego powodu, w przypadku kolejnych omawianych struktur auksetycznych porównywanych z nieauksetykami, zdecydowano się na inny sposób sprawdzenia wpływu masy na wyniki.

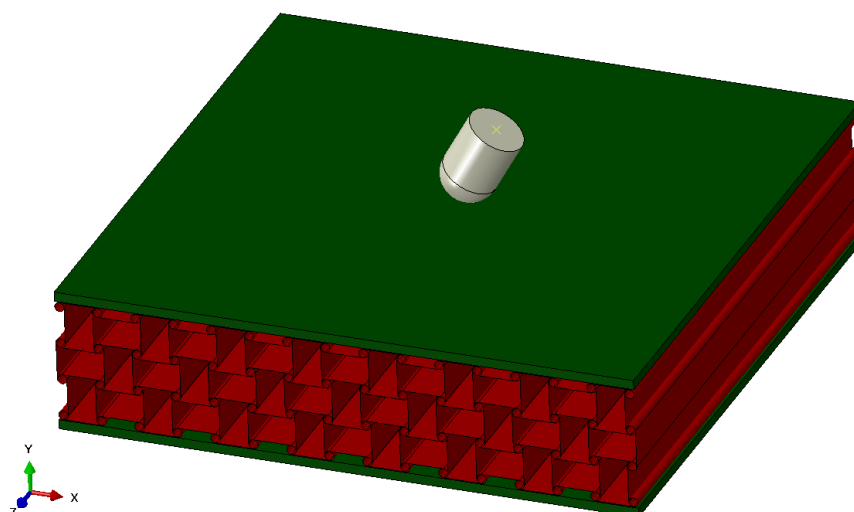
Następnym rozważanym przypadkiem było przebicie płyt pociskiem uderzającym pod kątem 30° , co pozwoliło sprawdzić zachowanie płyt w przypadku gdy pocisk przebija inne części struktur. Takie warunki mogą regularnie występować w praktyce. Prędkość pocisku zdefiniowano za pomocą składowych w globalnym układzie współrzędnych. Poniżej przedstawiono zmodyfikowane geometrie zastosowane w tym przypadku (Rys. 6.2.11 – 6.2.14).



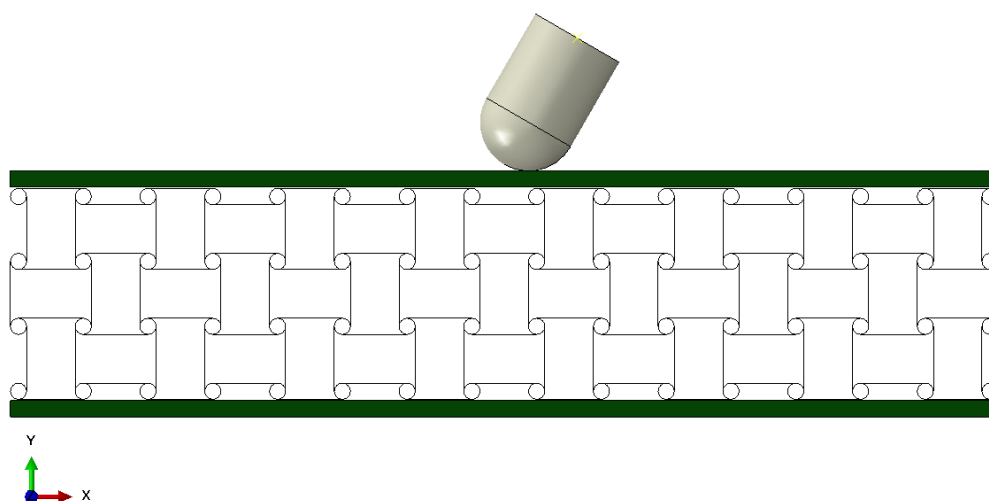
Rys. 6.2.11 Płyta nieauksetyczna – geometria w przypadku uderzenia pod kątem.



Rys. 6.2.12 Płyta nieauksetyczna – geometria w przypadku uderzenia pod kątem
(widok z boku).

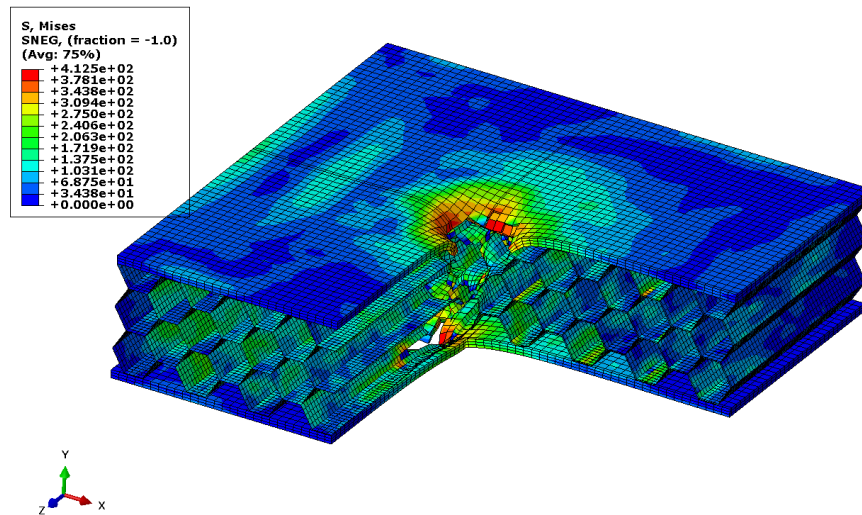


Rys. 6.2.13 Płyta auksetyczna – geometria w przypadku uderzenia pod kątem.

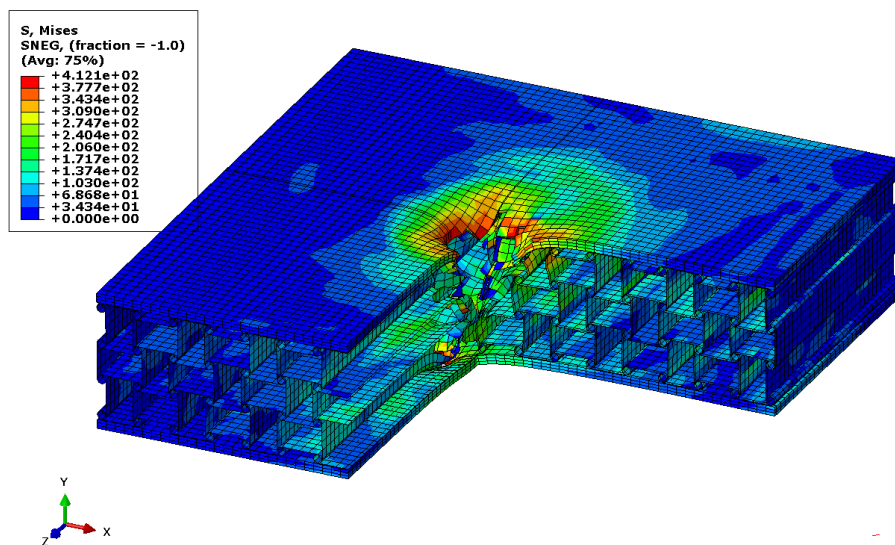


Rys. 6.2.14 Płyta auksetyczna – geometria w przypadku uderzenia pod kątem
(widok z boku).

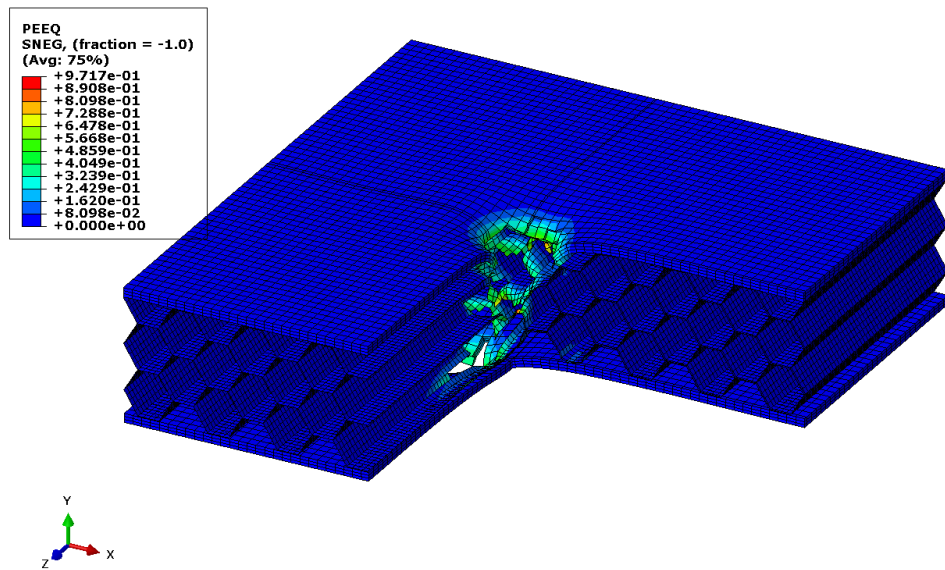
Wyniki uzyskane dla tego przypadku przedstawiono poniżej. Są to mapy naprężeń zredukowanych i ekwiwalentnych odkształceń plastycznych na zdeformowanym modelu (Rys. 6.2.15 – 6.2.18) oraz wykresy przebiegu prędkości i przemieszczenia pocisku oraz energii dyssypacji plastycznej w czasie (Rys. 6.2.19 – 6.2.21). Pomimo faktu, iż uderzenie zachodziło pod kątem, tu również analizowano prędkość i przemieszczenie pionowe – zakładając obecność obiektu chronionego przez płytę.



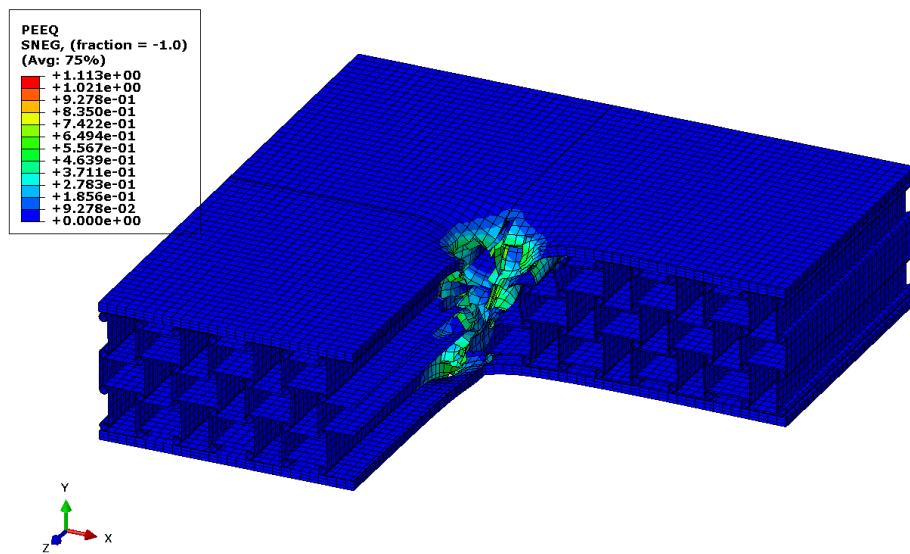
Rys. 6.2.15 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej po przebicciu pod kątem (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



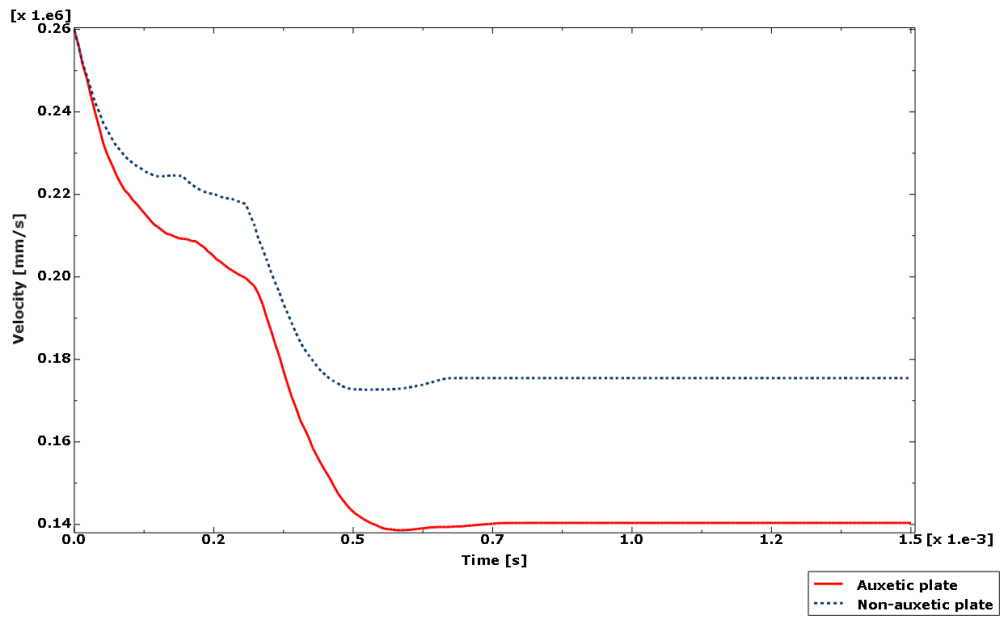
Rys. 6.2.16 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebicciu pod kątem (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



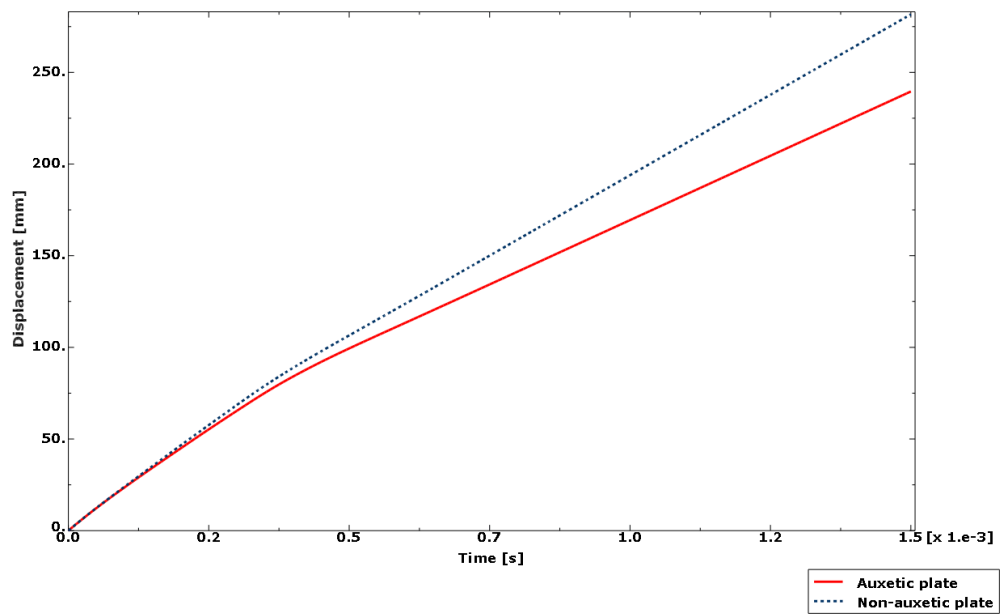
Rys. 6.2.17 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej po przebiciu pod kątem (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



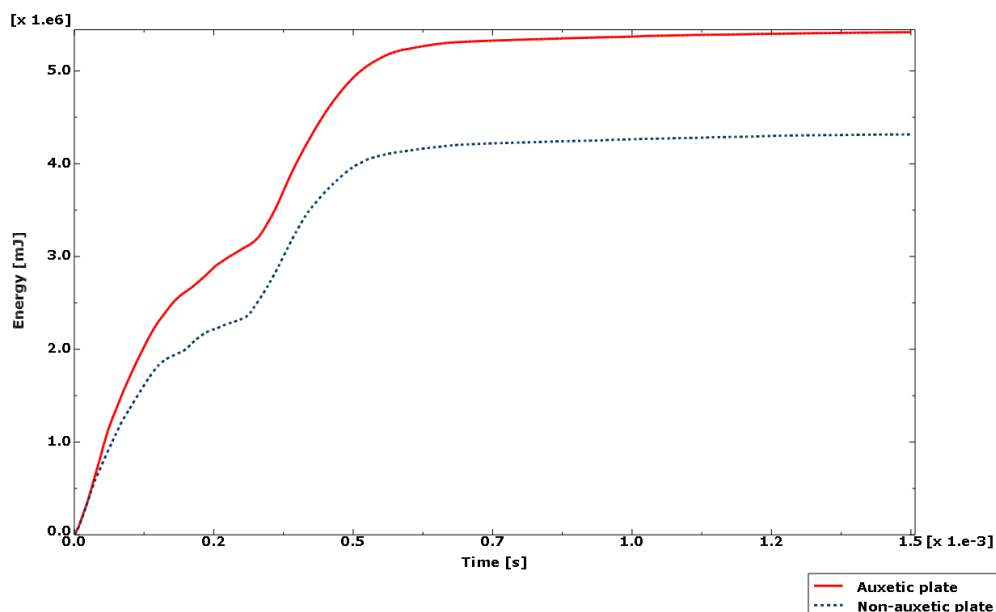
Rys. 6.2.18 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebiciu pod kątem (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



Rys. 6.2.19 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku przebicia pod kątem.

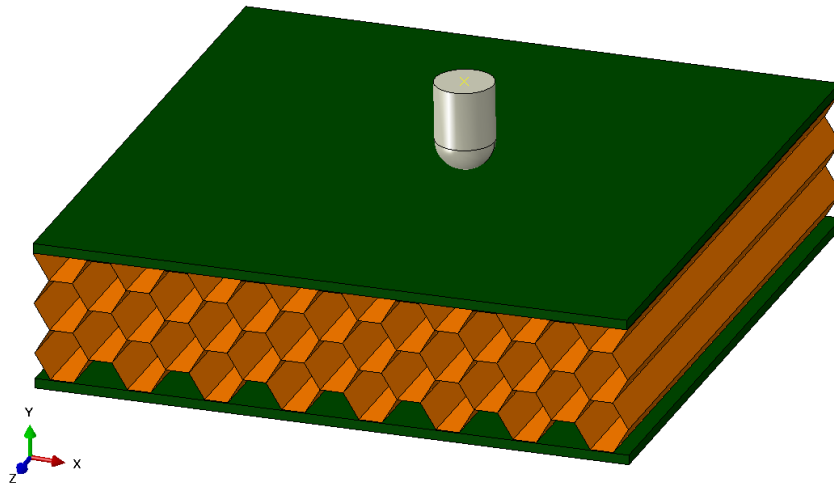


Rys. 6.2.20 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku przebicia pod kątem.

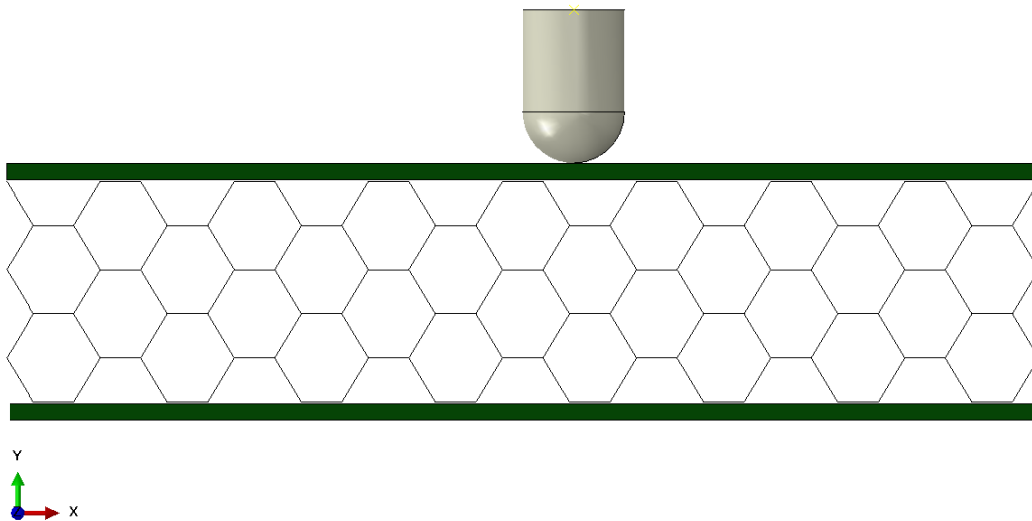


Rys. 6.2.21 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku przebicia pod kątem.

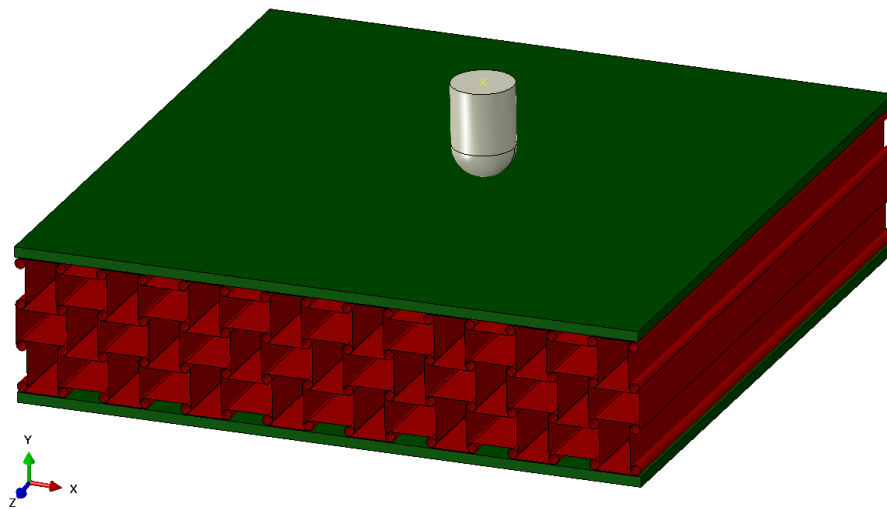
Podobnie jak w oryginalnym przypadku, różnice w maksymalnych wartościach naprężeń zredukowanych i ekwiwalentnych odkształceń plastycznych dla obu płyt są niewielkie. Odkształcenia plastyczne są o ok. 14% wyższe w przypadku płyty auksetycznej. Na wykresach wyraźnie widoczne są zależności świadczące o przewadze płyty auksetycznej. Są to zależności analogiczne do tych uzyskanych w poprzednich próbach. Kolejnym sprawdzonym przypadkiem było uderzenie przesunięte o 15 mm w bok od środka płyty. Celem było zasymulowanie sytuacji, w której pocisk trafia w inną część struktury – w narożnik zamiast w środek komórki jednostkowej. Takie sytuacje również mogą być częste w praktyce. Poniżej (Rys. 6.2.22 – 6.2.25) przedstawiono geometrie zastosowane w tych analizach.



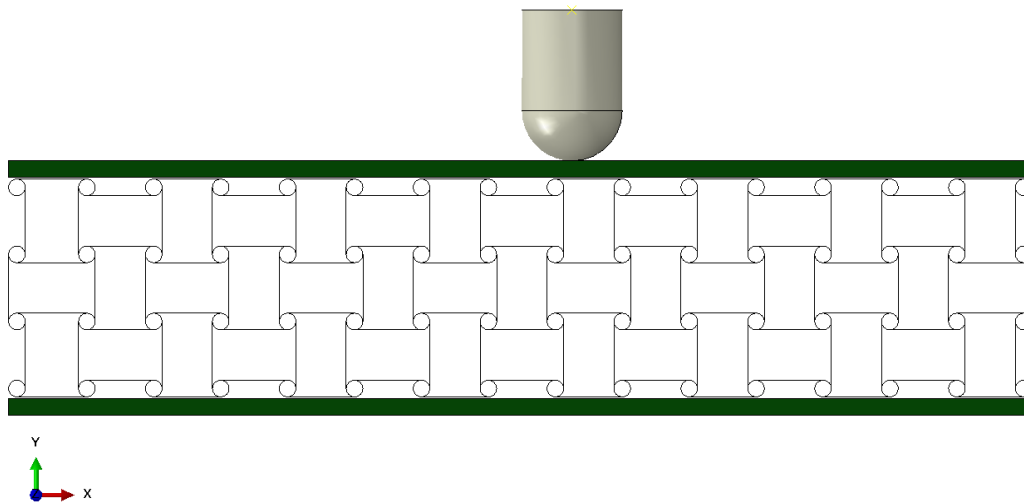
Rys. 6.2.22 Płyta nieauksetyczna – geometria w przypadku przesuniętego uderzenia.



Rys. 6.2.23 Płyta nieauksetyczna – geometria w przypadku przesuniętego uderzenia (widok z boku).

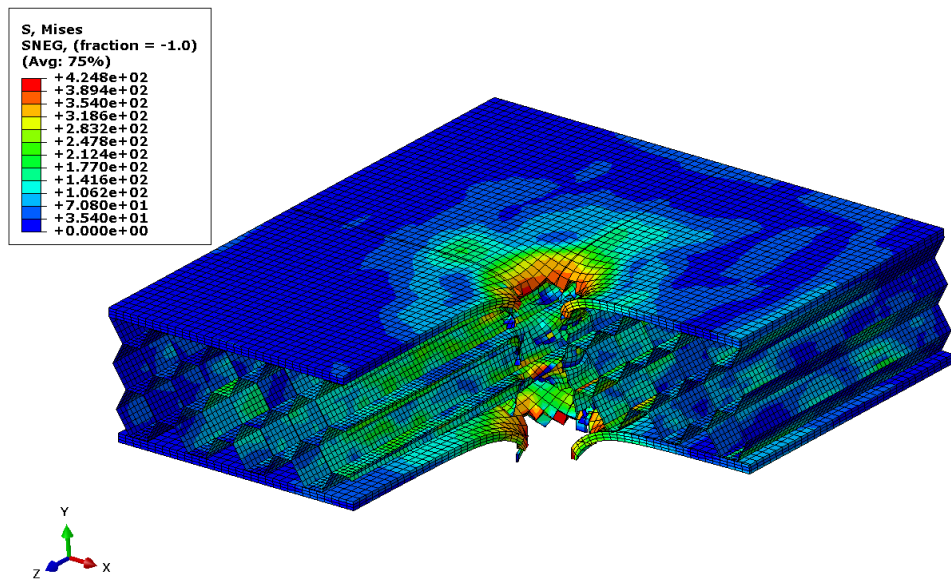


Rys. 6.2.24 Płyta auksetyczna – geometria w przypadku przesuniętego uderzenia.

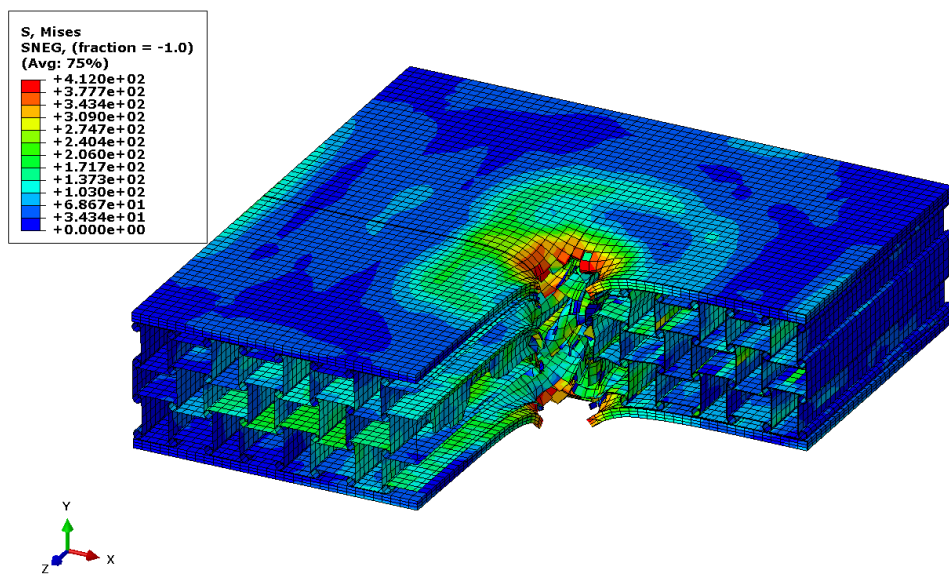


Rys. 6.2.25 Płyta auksetyczna – geometria w przypadku przesuniętego uderzenia
(widok z boku).

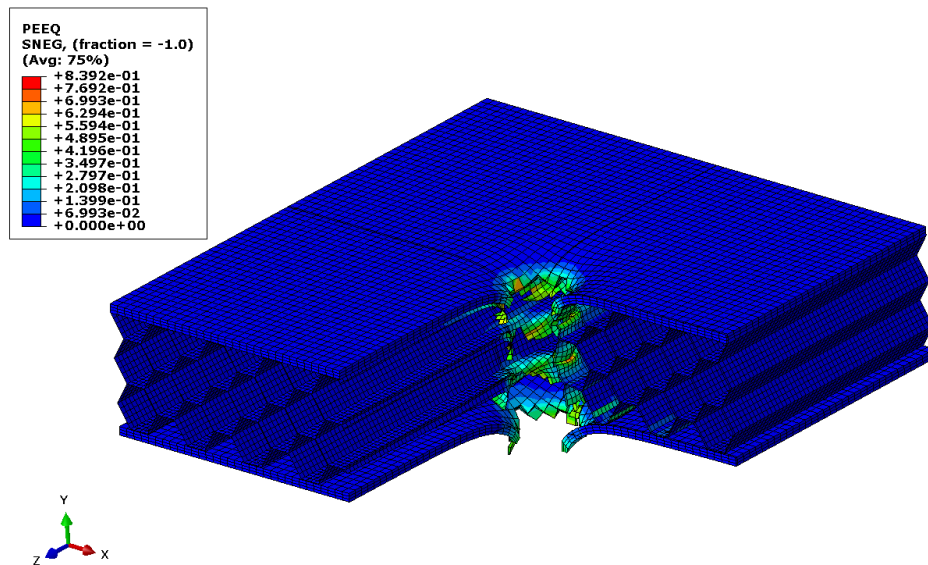
Wyniki z tej próby zostały przedstawione poniżej. Podobnie jak wcześniej, mają one postać map naprężeń i odkształceń na zdeformowanym modelu (Rys. 6.2.26 – 6.2.29) oraz wykresów (Rys. 6.2.30 – 6.2.32).



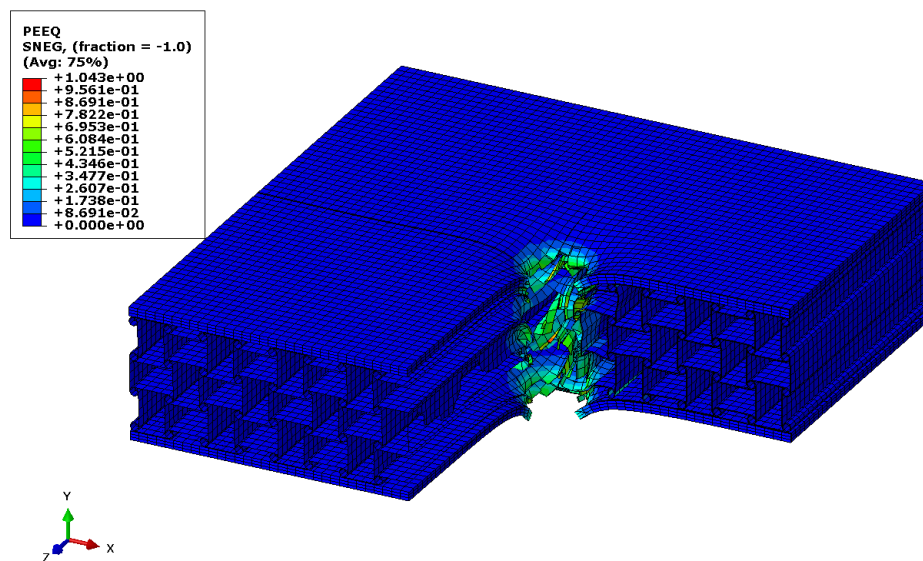
Rys. 6.2.26 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej po przebicium przesuniętym pociskiem (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



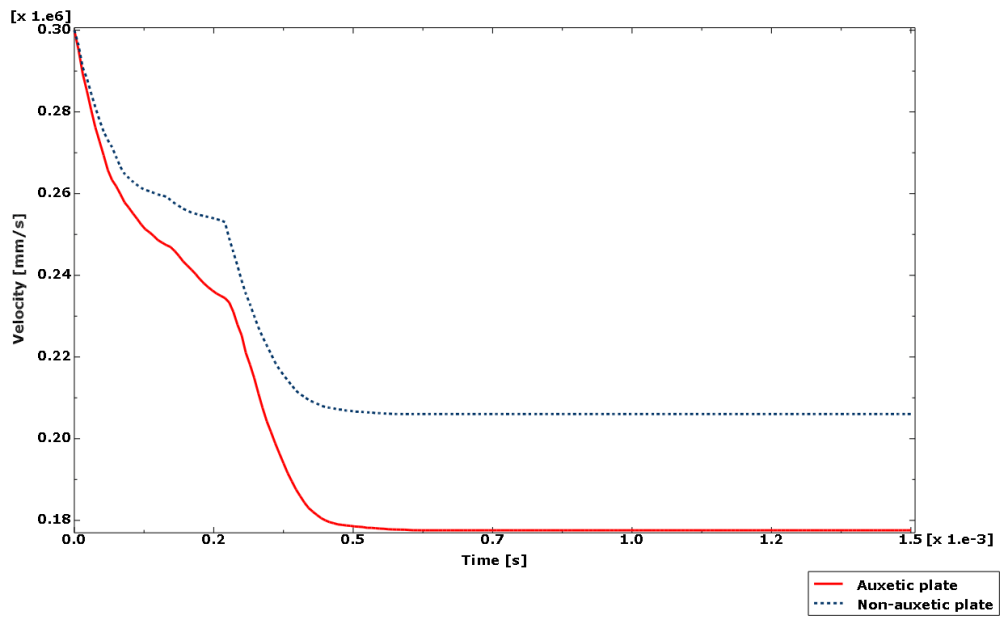
Rys. 6.2.27 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebicium przesuniętym pociskiem (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



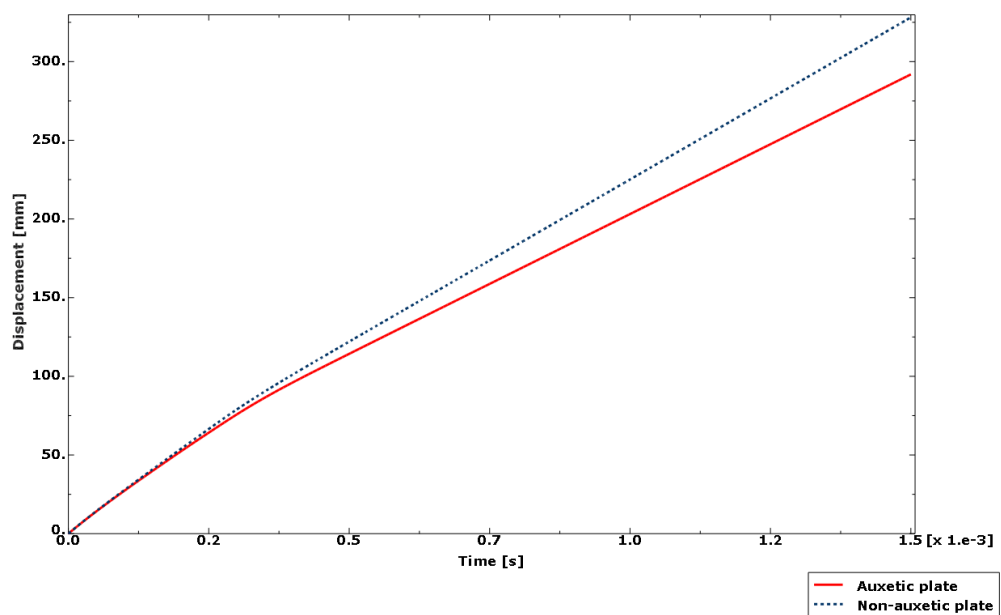
Rys. 6.2.28 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej po przebiciu przesuniętym pociskiem (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



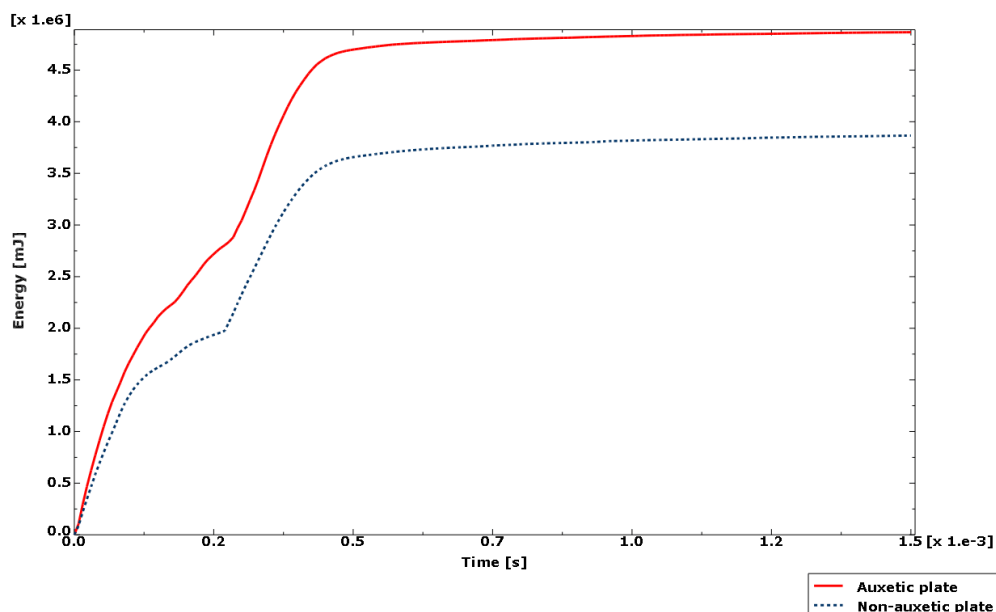
Rys. 6.2.29 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebiciu przesuniętym pociskiem (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



Rys. 6.2.30 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku przesuniętego uderzenia.

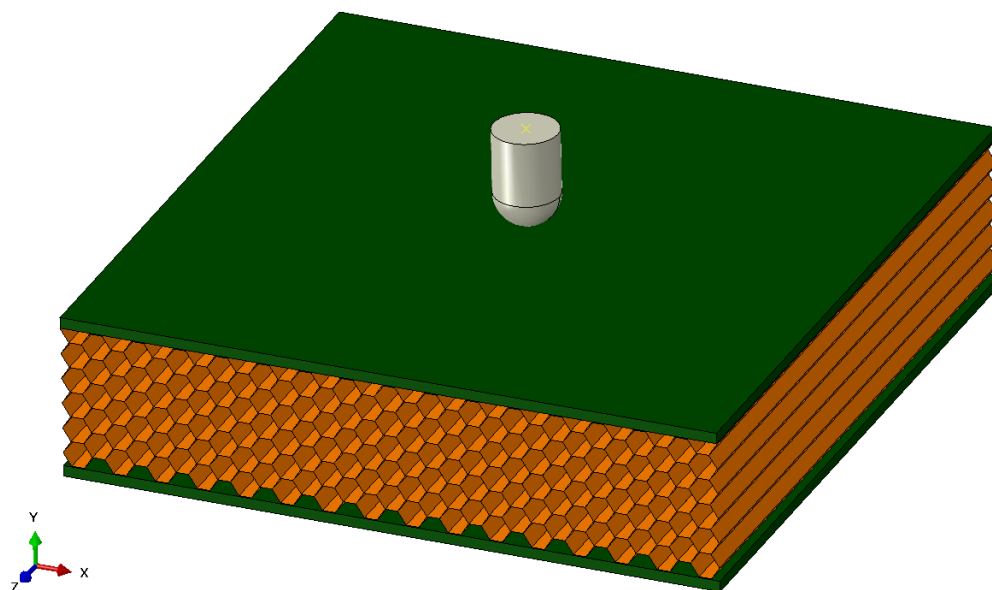


Rys. 6.2.31 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku przesuniętego uderzenia.

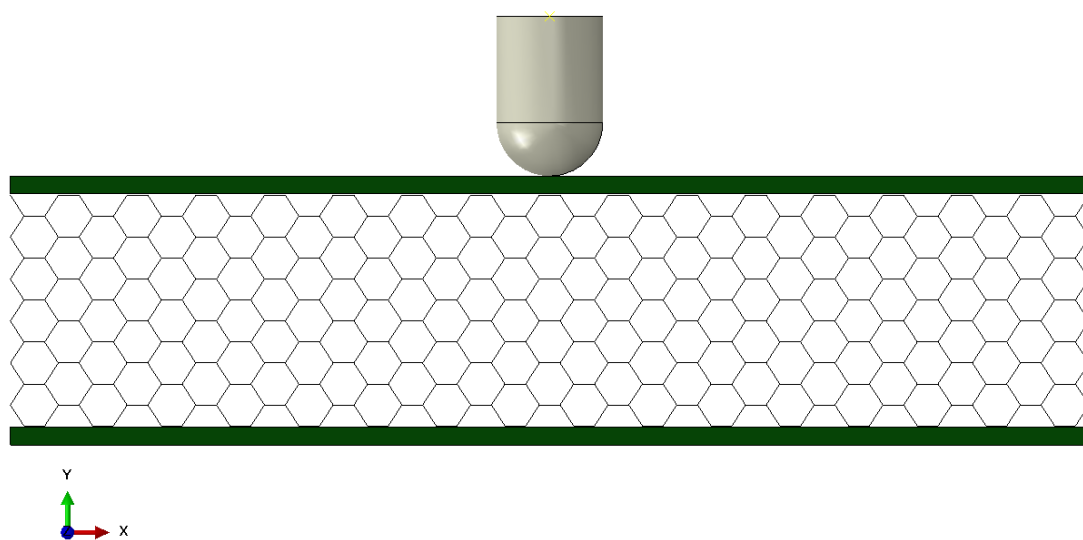


Rys. 6.2.32 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku przesuniętego uderzenia.

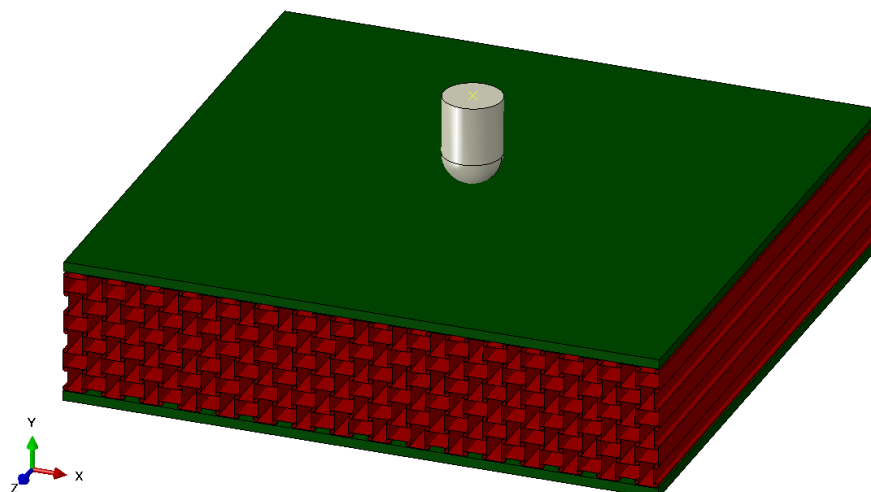
W wynikach można zauważyć zależności analogiczne do tych zaobserwowanych w poprzednich przypadkach. Tu również odkształcenia plastyczne są nieco (ok. 22%) wyższe w przypadku płyty auksetycznej zaś wykresy prędkości, przemieszczenia i energii dyssypacji plastycznej przedstawiają takie same relacje. Płyta auksetyczna wykazuje zatem wyraźną przewagę również w przypadku uderzenia w miejsce odsunięte od jej środka. Jest to istotne pod względem potencjalnych zastosowań tego typu konstrukcji. Ostatnim zbadanym przypadkiem były płyty o takich samych wymiarach gabarytowych, ale większej liczbie komórek tworzących rdzeń. Aby upakować więcej komórek jednostkowych, zostały one dwukrotnie zmniejszone. Analizy te miały na celu sprawdzenie wpływu stosunku wielkości pocisku do wielkości komórek jednostkowych rdzenia. Zastosowane geometrie i siatki elementów skończonych zostały przedstawione poniżej (Rys. 6.2.33 – 6.2.38). Siatka rdzenia płyty nieauksetycznej była złożona z 111706 elementów S4R oraz 98634 węzłów (łącznie 134952 elementów i 130538 węzłów), podczas gdy siatka rdzenia płyty auksetycznej składała się z 345678 elementów typu S4R i 306940 węzłów (368948 elementów i 338871 węzłów dla całego modelu).



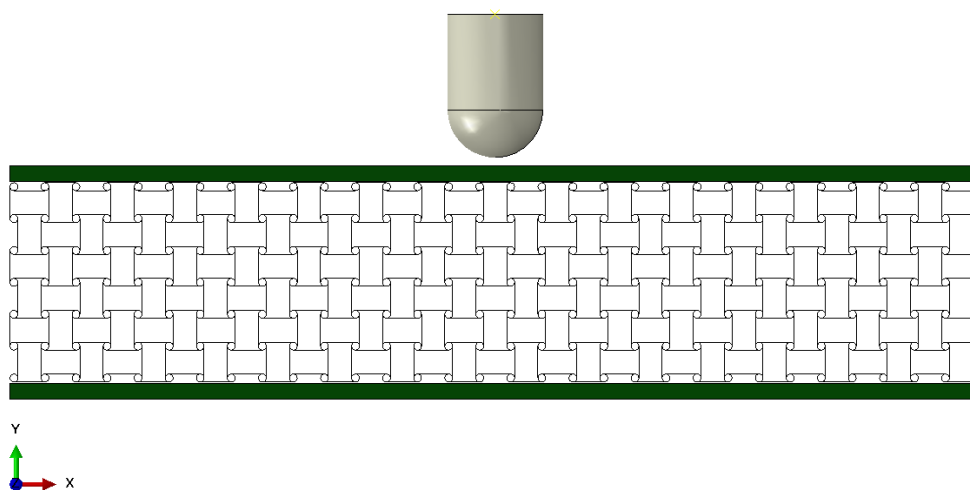
Rys. 6.2.33 Płyta nieuksetyczna ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia.



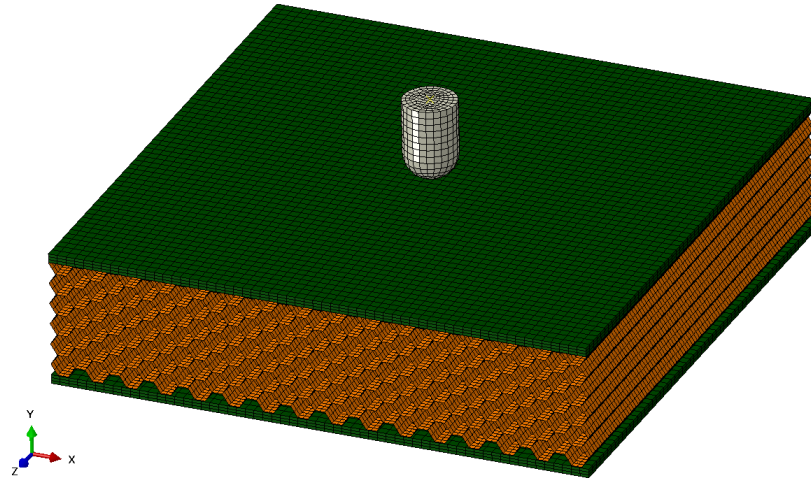
Rys. 6.2.34 Płyta nieuksetyczna ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia – widok z przodu.



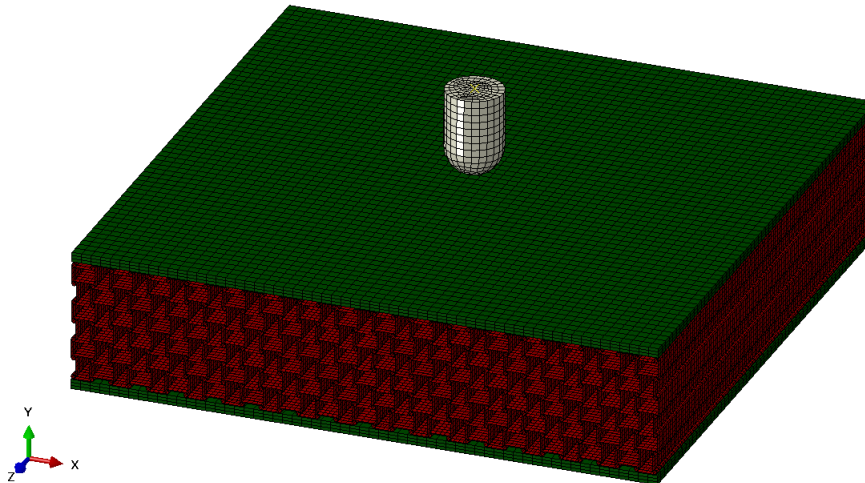
Rys. 6.2.35 Płyta auksetyczna ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia.



Rys. 6.2.36 Płyta auksetyczna ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia – widok z przodu.

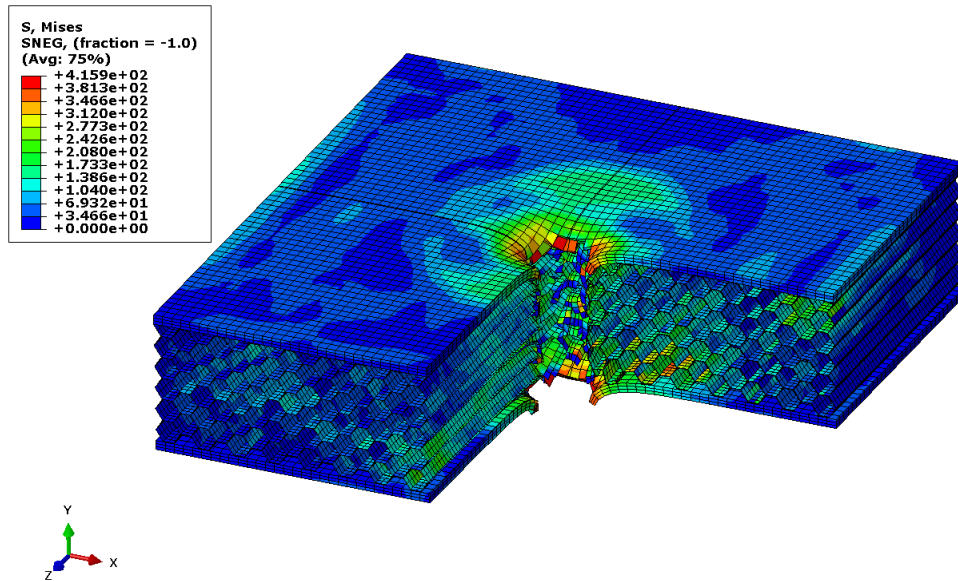


Rys. 6.2.37 Siatka elementów skończonych zastosowana w przypadku płyty nieauksetycznej ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia.

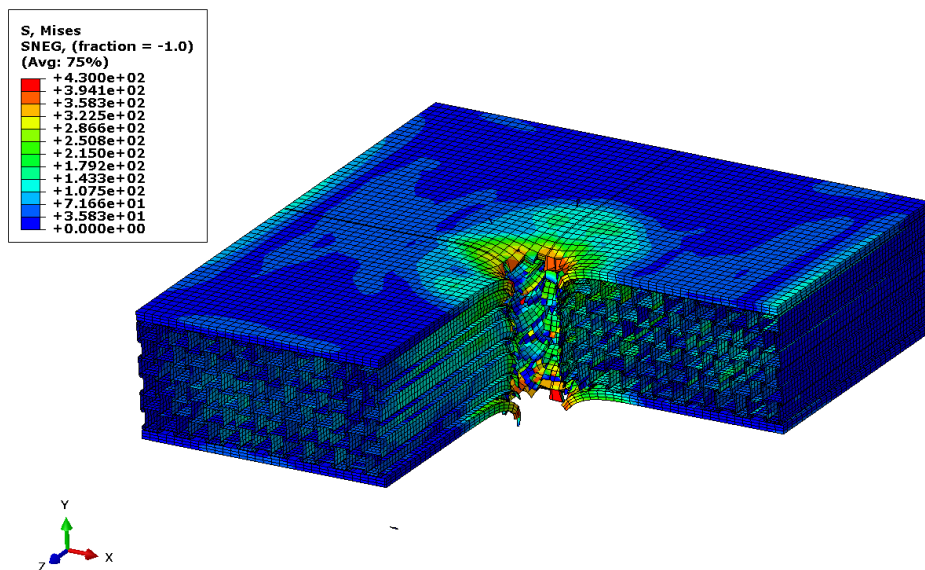


Rys. 6.2.38 Siatka elementów skończonych zastosowana w przypadku płyty auksetycznej ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia.

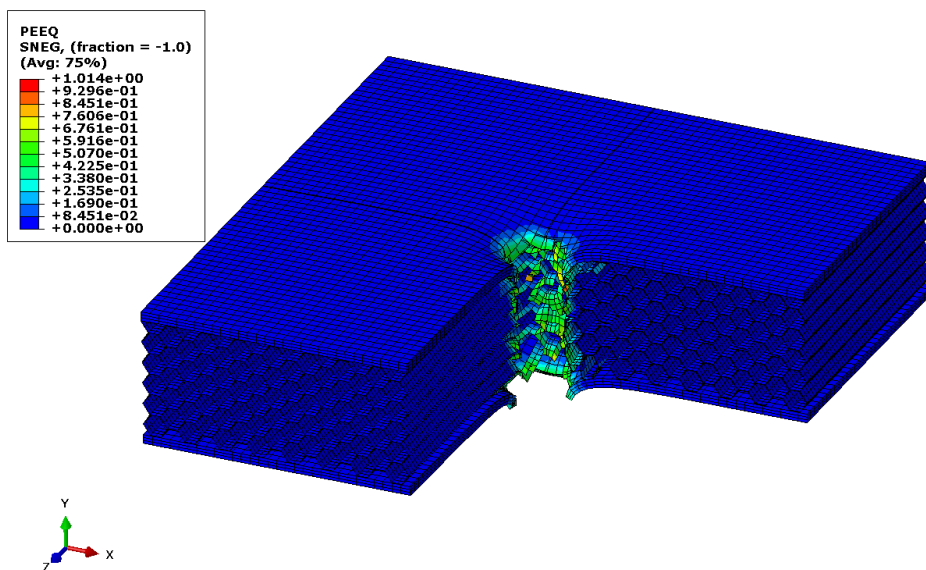
Wyniki dla tego wariantu zostały przedstawione poniżej. Podobnie jak w poprzednich przypadkach, mają one formę map naprężeń von Mises i odkształceń plastycznych nałożonych na zdeformowane modele (Rys. 6.2.39 – 6.2.42) oraz wykresów (Rys. 6.2.43 – 6.2.45).



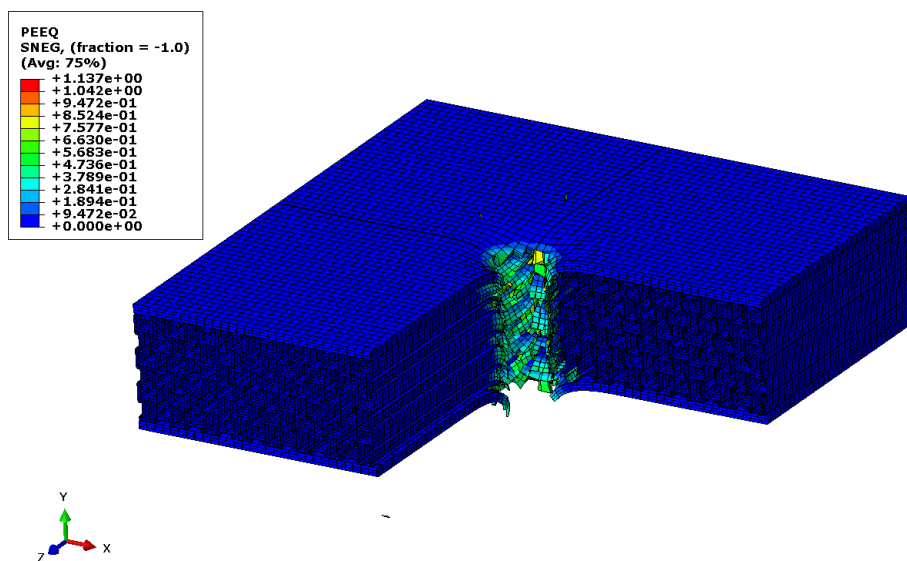
Rys. 6.2.39 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia po przebicium (koniec analizy) z mapą naprężeń von Mises.



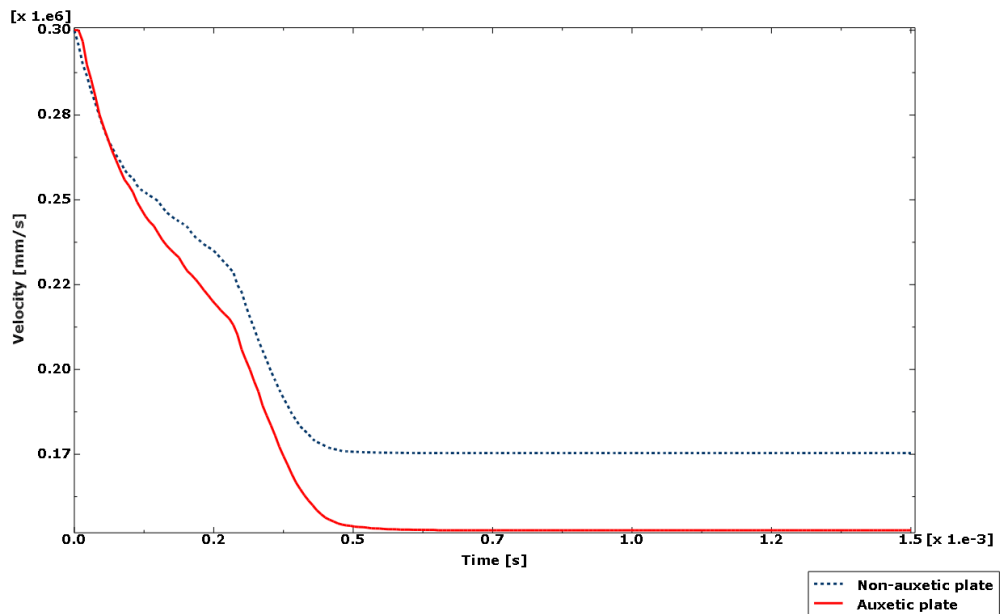
Rys. 6.2.40 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia po przebicium (koniec analizy) z mapą naprężeń von Mises.



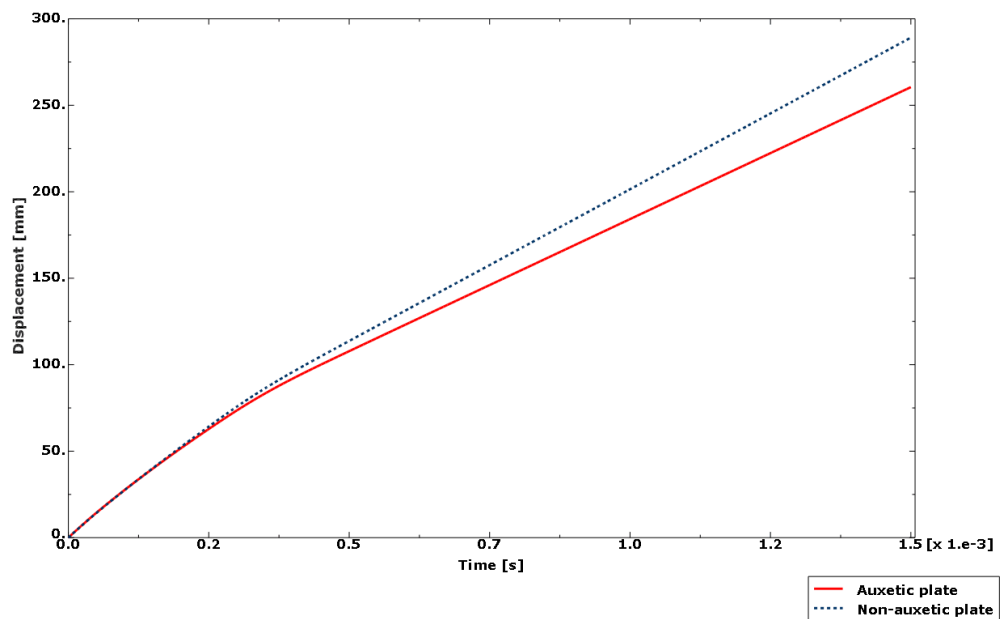
Rys. 6.2.41 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia po przebiciu (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



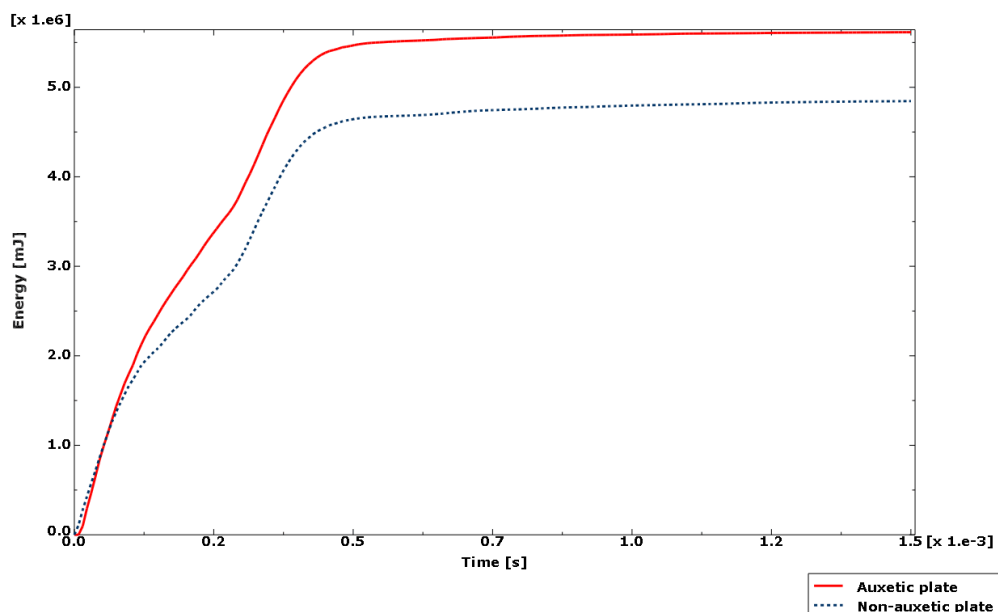
Rys. 6.2.42 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia po przebiciu (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



Rys. 6.2.43 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia.



Rys. 6.2.44 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia.



Rys. 6.2.45 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej w przypadku ze zwiększoną liczbą komórek rdzenia.

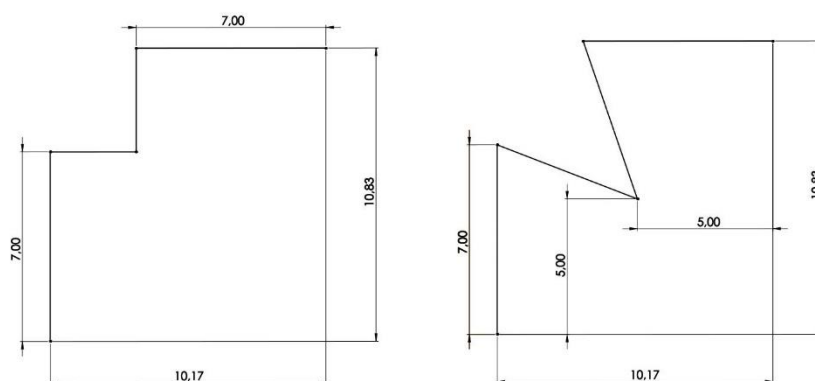
Otrzymane wyniki dodatkowo potwierdzają wcześniejsze obserwacje. Zachodzące tu zależności są analogiczne do tych występujących w poprzednich przypadkach. Odształcenia plastyczne na końcu analizy są o ok. 11% wyższe w przypadku płyty auksetycznej a wykresy zmian prędkości i przemieszczenia pocisku oraz energii dyssypacji plastycznej w czasie ponownie wskazują znaczną przewagę płyty auksetycznej nad nieauksetyczną w badanych warunkach przebicia.

7 ANALIZY PRZEBICIA PŁYT Z RDZENIEM TYPU „4-STAR”

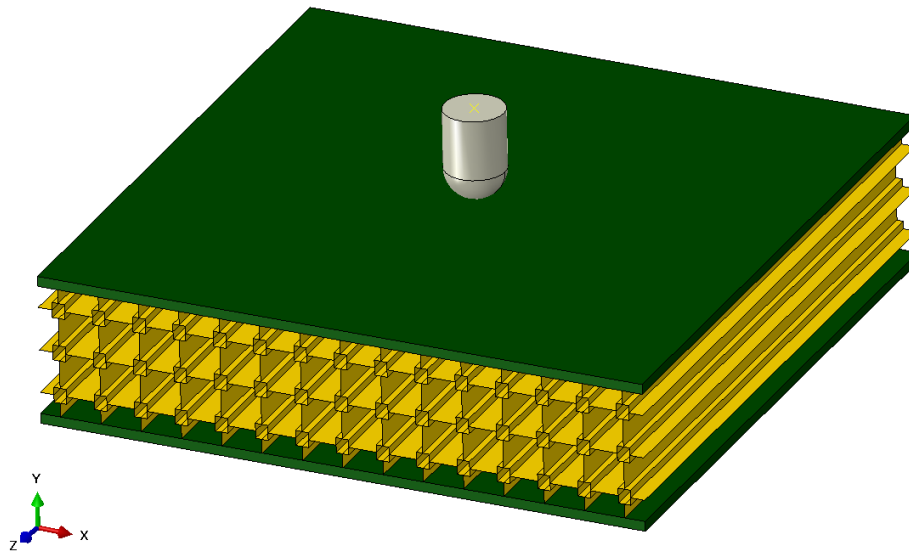
7.1 Opis problemu

Po zbadaniu płyt z rdzeniem anty-tetra-chiralnym, przeprowadzono analogiczne testy na modelach płyt z rdzeniem 4-star. Ta struktura, podobnie jak anty-tetra-chiralna, jest praktycznie niespotykana w pracach dotyczących obciążeń dynamicznych auksetyków a przy tym łatwiej ją porównać z nieauksetycznym odpowiednikiem jakim jest siatka z prostokątami w połączeniach. Dodatkową zaletą jest występowanie wariantów 3-star i 6-star, które również posiadają swoje nieauksetyczne odpowiedniki. Efektywne współczynniki Poissona omawianych tu struktur oszacowano przy pomocy programu COMSOL Multiphysics na ok. -0.085 dla 4-star oraz 0.732 dla wariantu nieauksetycznego.

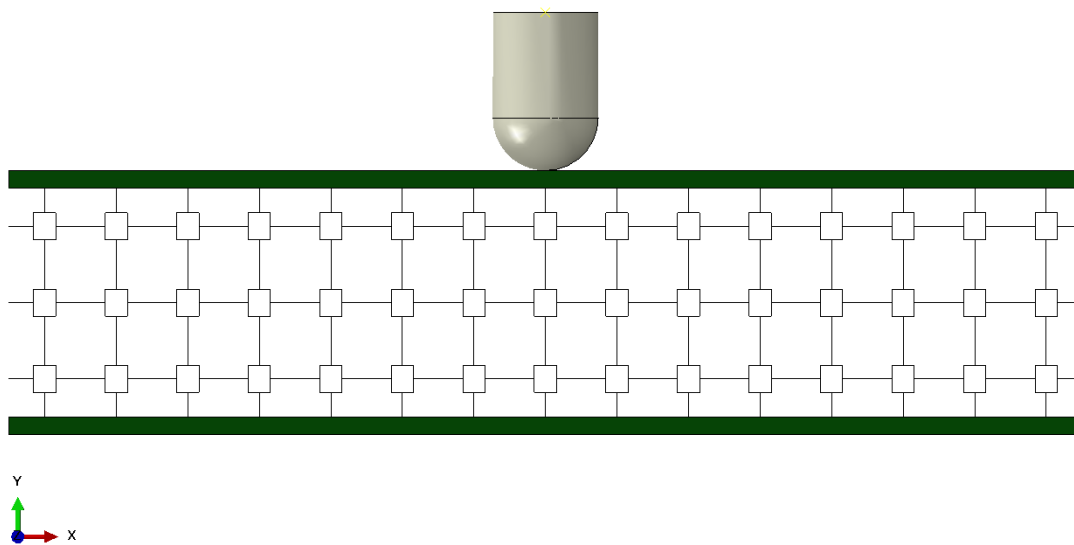
Płyty i komórki jednostkowe miały takie same wymiary gabarytowe jak w poprzednim przypadku. Jedyne kształt komórek był inny. Geometrie ich periodycznych segmentów zostały pokazane na rysunku poniżej (Rys. 7.1.1). Kolejne rysunki (Rys. 7.1.2 – 7.1.5) przedstawiają trójwymiarowe modele płyt przygotowane zgodnie z założeniami z poprzedniego rozdziału.



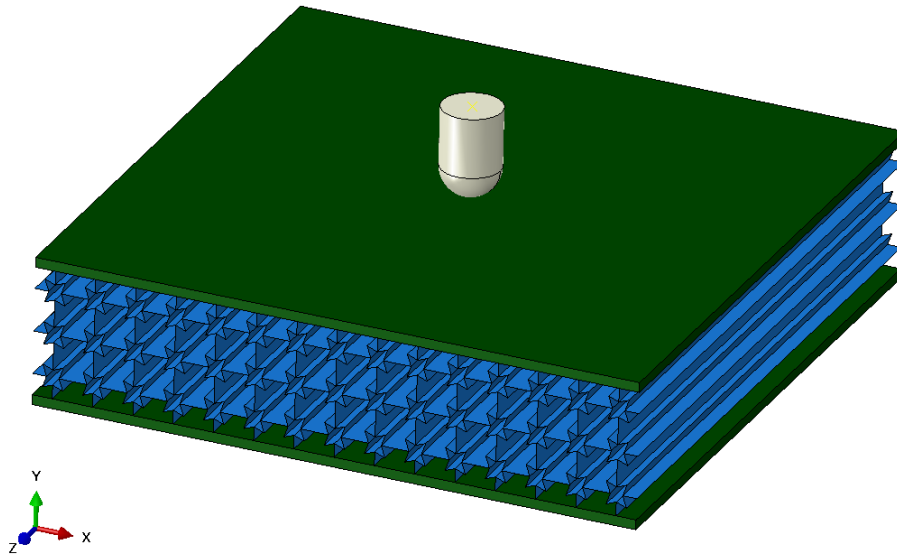
Rys. 7.1.1 Wymiary periodycznych segmentów komórek jednostkowych płyt – nieauksetycznej z lewej strony, auksetycznej (4-star) z prawej strony.



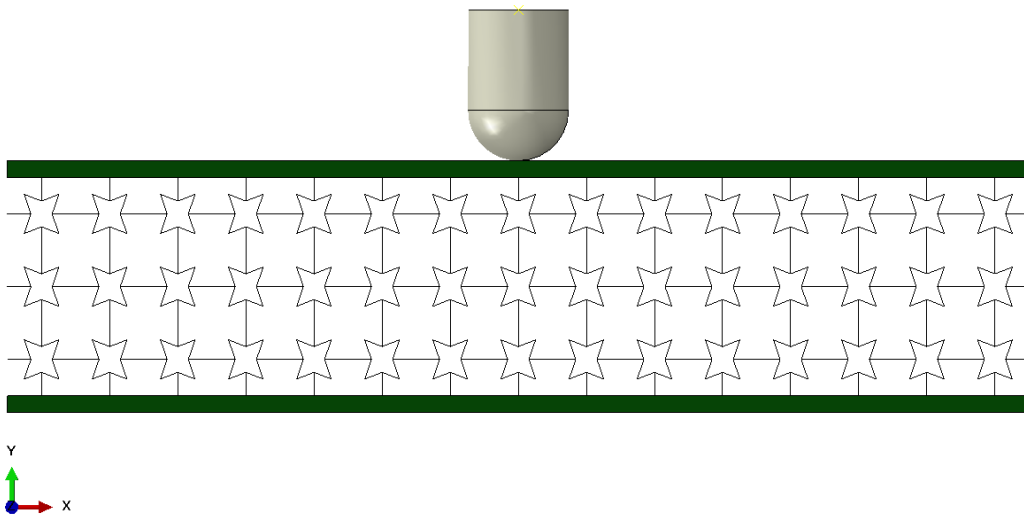
Rys. 7.1.2 Płyta nieauksetyczna z rdzeniem w postaci siatki z prostokątami w połączeniach.



Rys. 7.1.3 Płyta nieauksetyczna w widoku od przodu.

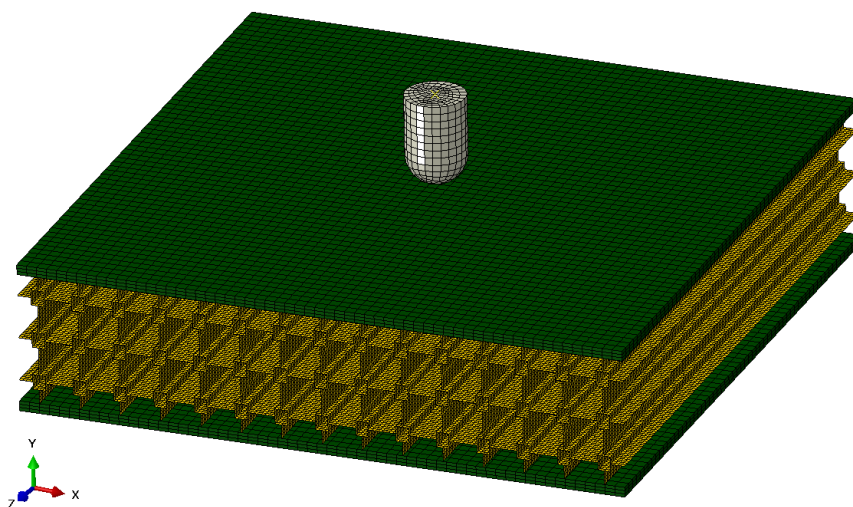


Rys. 7.1.4 Płyta auksetyczna ze strukturą 4-star.

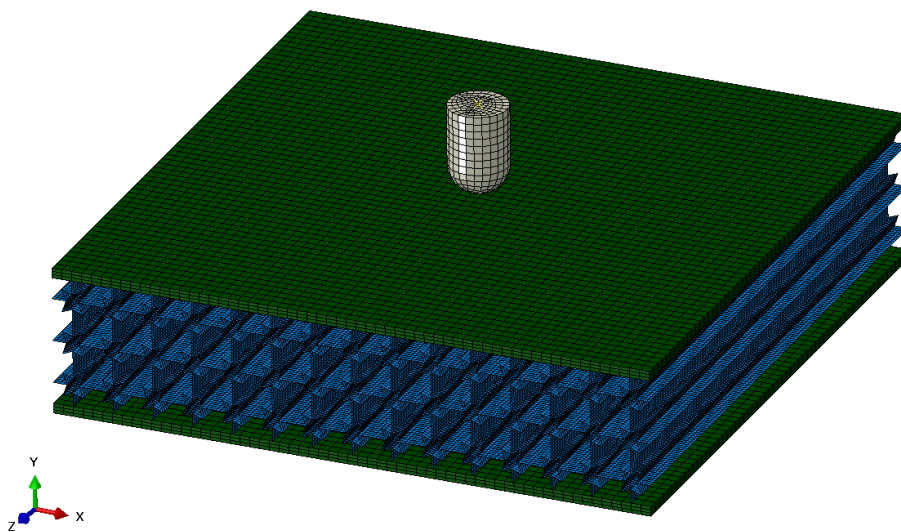


Rys. 7.1.5 Płyta auksetyczna w widoku od przodu.

Siatki elementów skończonych wygenerowane na potrzeby analiz tych struktur zostały przedstawione na poniższych rysunkach (Rys. 7.1.6 – 7.1.7). Siatka rdzenia płyty nieauksetycznej składała się z 217872 elementów typu S4R (208208 węzłów), co dawało 241142 elementy i 240139 węzłów w całym modelu. Tymczasem siatka rdzenia płyty auksetycznej składała się z 272952 elementów S4R (263648 węzłów) – 296222 elementy i 295579 węzłów w całym modelu.



Rys. 7.1.6 Siatka zastosowana dla płyty ze strukturą w postaci siatki z prostokątami w połączeniach.



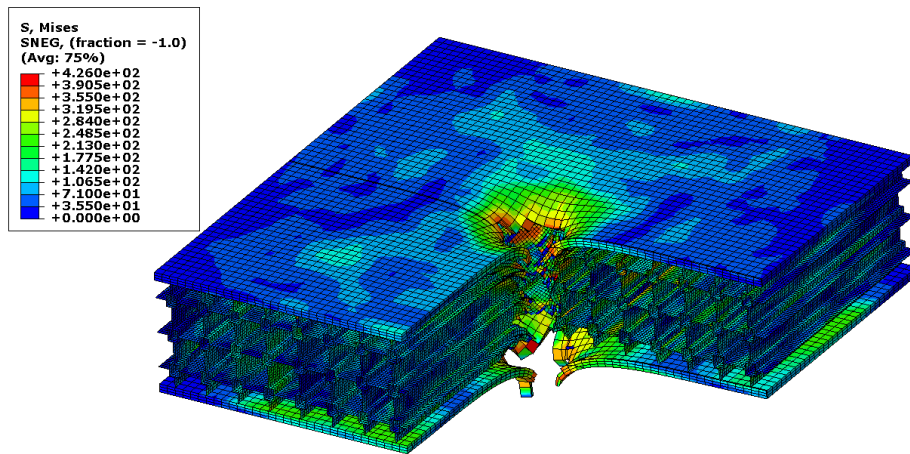
Rys. 7.1.7 Siatka zastosowana dla płyty ze strukturą 4-star.

Właściwości materiału, warunki początkowe i brzegowe, więzy i interakcje były analogiczne jak w te opisane w poprzednim rozdziale.

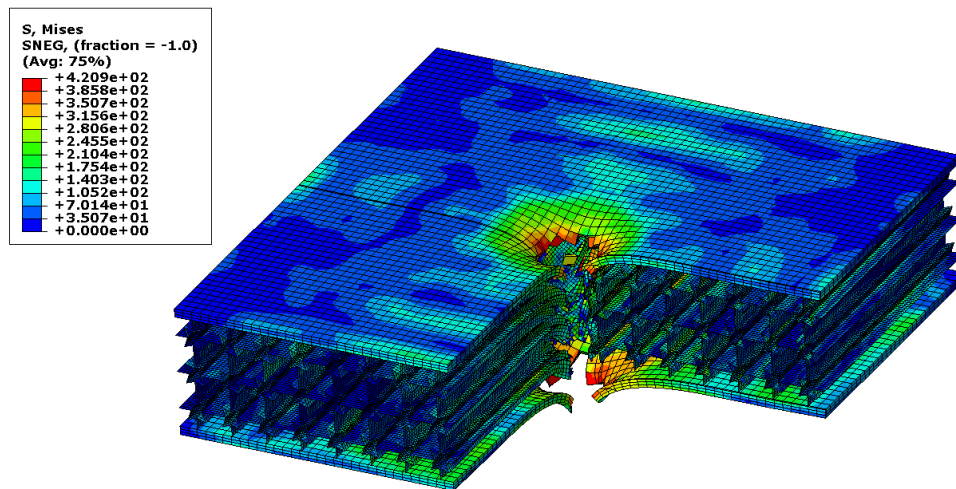
7.2 Wyniki – porównanie płyt z rdzeniem 4-star i nieauksetycznych

Poniższe rysunki przedstawiają wyniki otrzymane dla płyt z rdzeniem auksetycznym (4-star) i nieauksetycznymi – mapy naprężeń zredukowanych [MPa] i ekwiwalentnych odkształceń

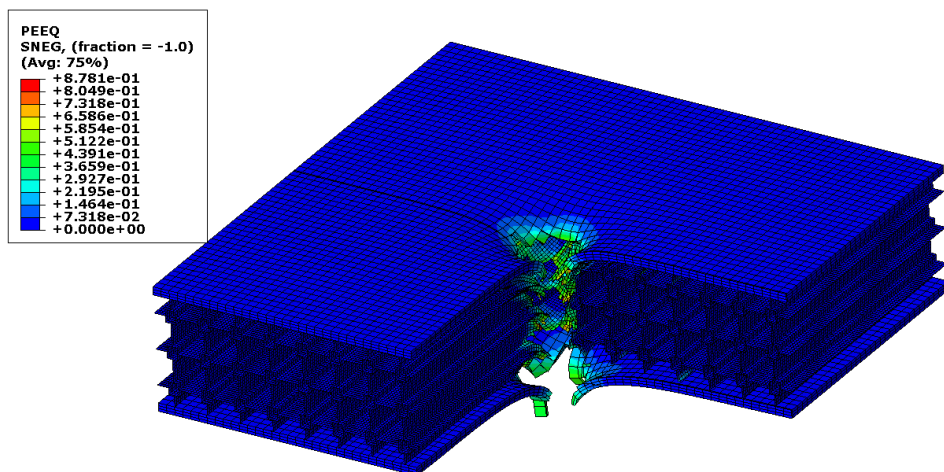
plastycznych (Rys. 7.2.1 – 7.2.4) oraz wykresy przebiegu prędkości i przemieszczenia pocisku a także energii dyssypacji plastycznej w czasie (Rys. 7.2.5 – 7.2.7).



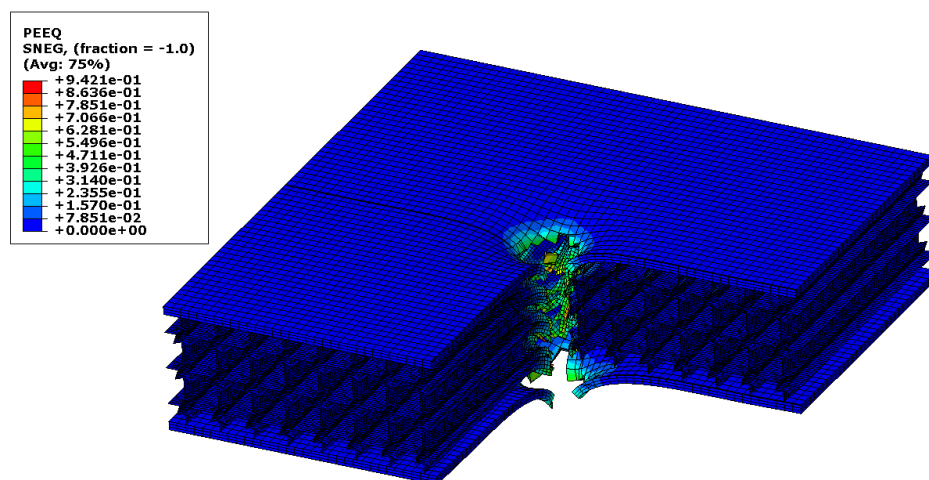
Rys. 7.2.1 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



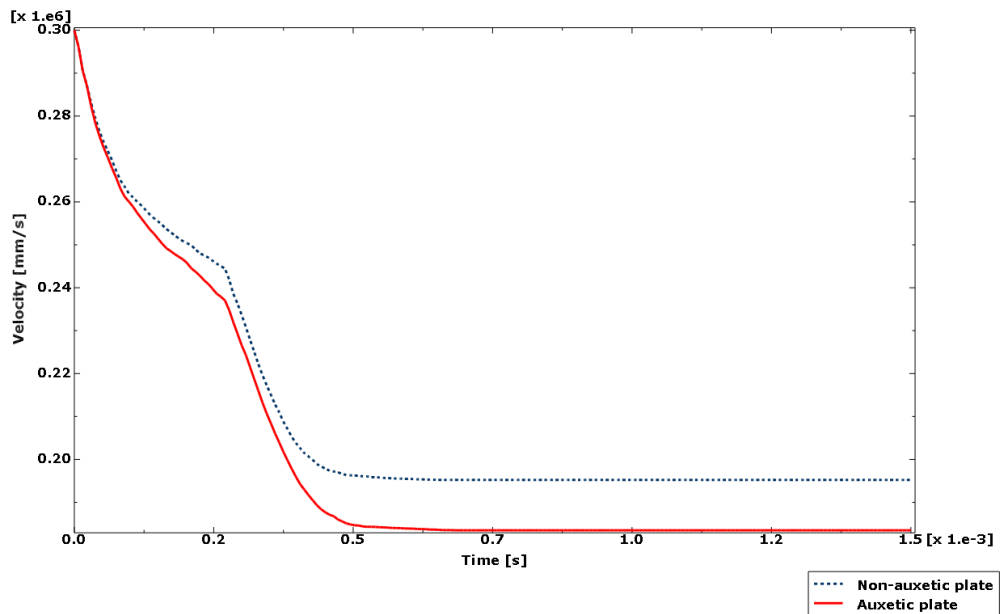
Rys. 7.2.2 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



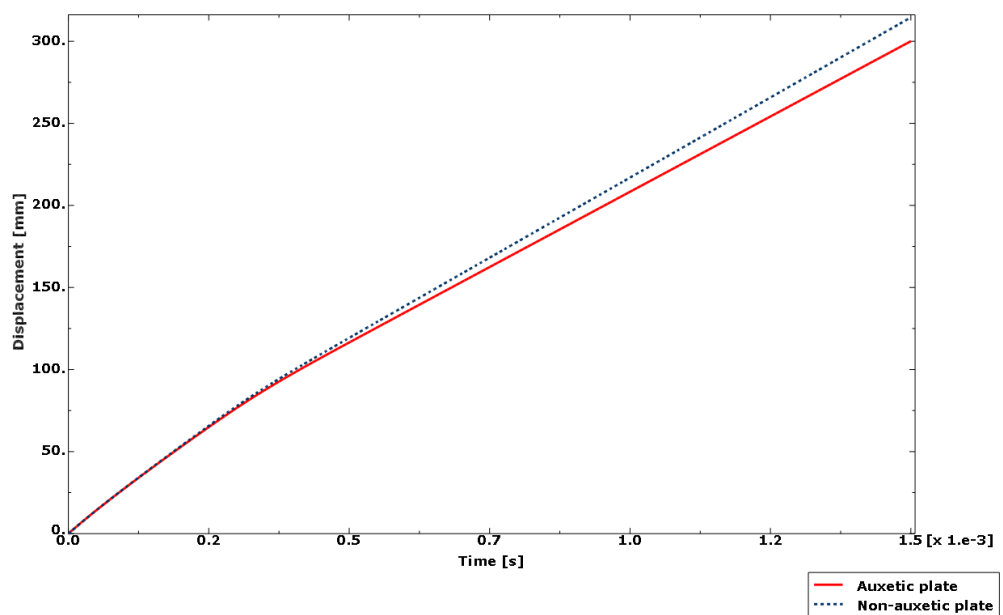
Rys. 7.2.3 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty nieauksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



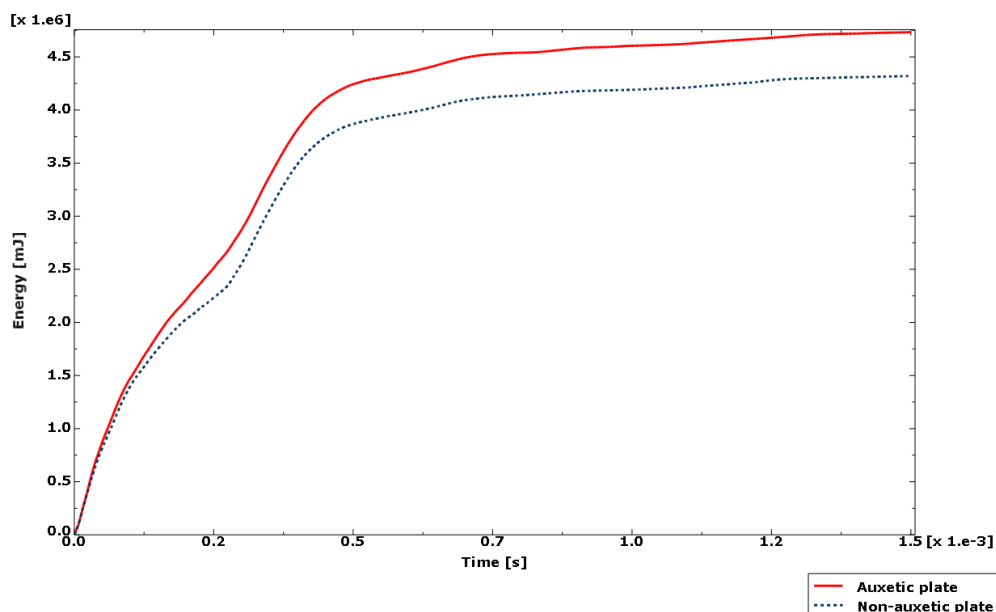
Rys. 7.2.4 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



Rys. 7.2.5 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej.

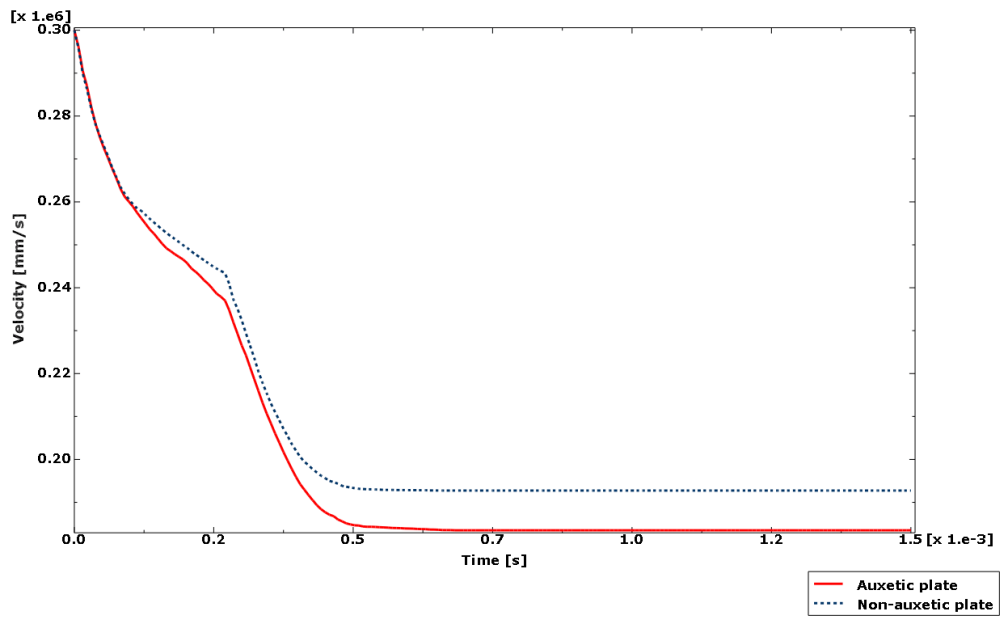


Rys. 7.2.6 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej.

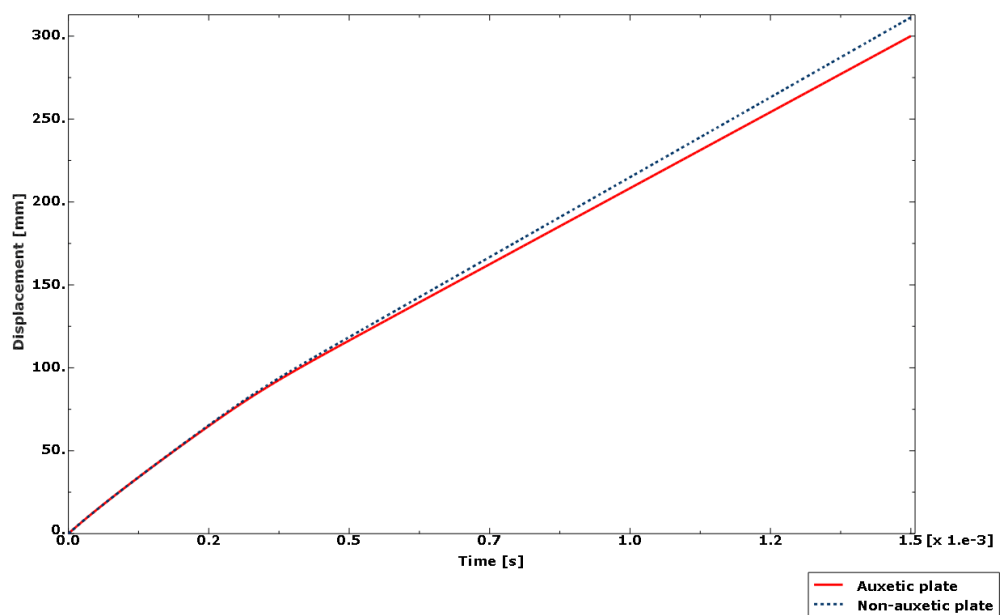


Rys. 7.2.7 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej.

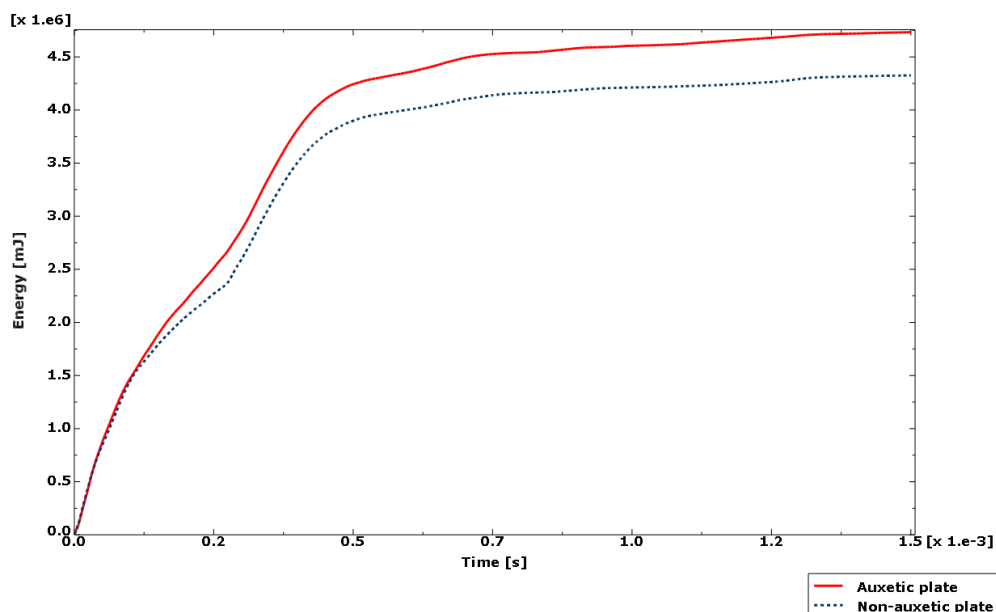
Mapy naprężeń zredukowanych ponownie wskazują niewielkie różnice z nieco większymi naprężeniami w przypadku struktury nieauksetycznej. W przypadku odkształceń plastycznych zależność również odpowiada poprzednim próbom – wartości są wyższe o ok. 7% dla płyty auksetycznej. Wykresy przebiegu prędkości i przemieszczenia pocisku oraz energii dyssypacji plastycznej w czasie także dla tych struktur świadczą o przewadze wariantu auksetycznego. Ze względu na niewielkie (znacznie mniejsze niż w przypadku struktur anty-tetra-chiralnych) różnice w masach płyty auksetycznej i nieauksetycznej, przeprowadzono dodatkowe analizy, w których masy obu modeli zostały zrównane ze sobą poprzez bezpośrednią zmianę gęstości materiału przypisanego do danej płyty. Wykresy uzyskane z tych analiz przedstawiono poniżej (Rys. 7.2.8 – 7.2.10).



Rys. 7.2.8 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej po zmianie gęstości materiału.



Rys. 7.2.9 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej po zmianie gęstości materiału.

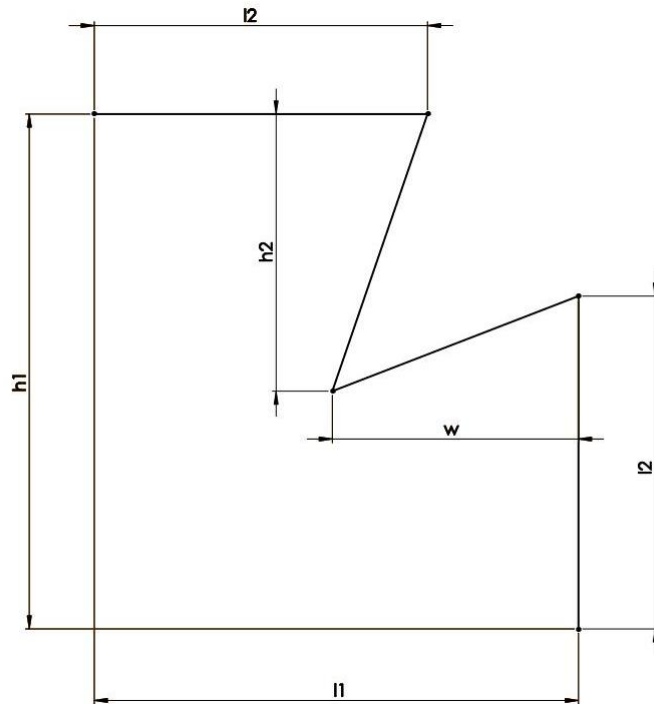


Rys. 7.2.10 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej po zmianie gęstości materiału.

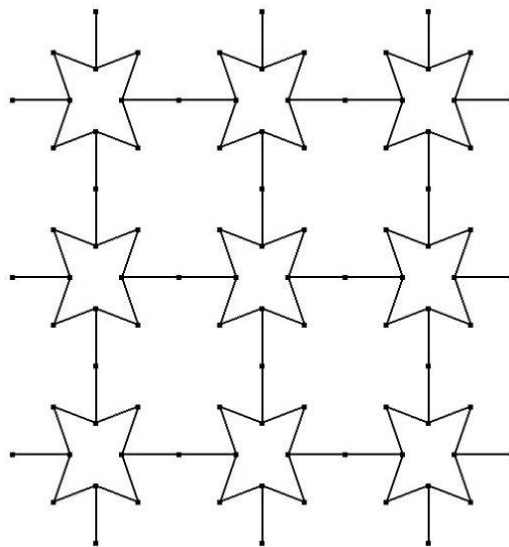
Jak można zaobserwować na powyższych wykresach, uzyskane wyniki różnią się w bardzo niewielkim stopniu od poprzednich, co pozwala wykluczyć przeważający wpływ masy na obserwowane zależności.

7.3 Redukcja współczynnika Poissona struktury 4-star

Kolejnym etapem prac było dokonanie redukcji współczynnika Poissona struktury 4-star. Celem było uzyskanie geometrii, dla której wartość tego parametru będzie najniższa w zakresie ujemnym, a więc struktura będzie najbardziej auksetyczna. Wymiary globalne komórki jednostkowej nie były zmieniane, modyfikowano jedynie długość i rozstaw ramion. Taką procedurę przeprowadzono w programie COMSOL Multiphysics, korzystając z narzędzia parametric sweep, pozwalającego uzyskać i porównać wyniki dla różnych wartości parametrów (w tym przypadku geometrycznych) opisujących model. Badana była wersja 3x3 struktury, sparametryzowano segment periodyczny komórki jednostkowej. Zdefiniowane parametry i całą badaną strukturę przedstawiono na poniższych rysunkach (Rys. 7.3.1 – 7.3.2).



Rys. 7.3.1 Parametry geometryczne zdefiniowane dla segmentu periodycznego struktury 4-star.



Rys. 7.3.2 Cała struktura brana pod uwagę w procedurze redukcji wsp. Poissona.

Strukturę dla uproszczenia zamodelowano przy pomocy elementów belkowych na płaszczyźnie. Nadano im przekrój kołowy. Warunki brzegowe obejmowały blokadę przemieszczeń w kierunku normalnym wszystkich węzłów należących do lewej i do dolnej części struktury. Z kolei węzły w górnej części struktury miały nadane przemieszczeń powodujące jej rozciąganie. W narzędziu parametric sweep zdefiniowano zmienność dwóch

parametrów w określonym zakresie. Parametr w zmieniał się od 1 do 10 mm co 1 mm, zaś parametr h_2 ulegał zmianom w zakresie od 1 do 7 mm, również co 1 mm. Program przeliczył wszystkie możliwe kombinacje tych parametrów. Aby uzyskać wykres przedstawiający ich wpływ na efektywny współczynnik Poissona struktury, zdefiniowano następujące równanie (7.3.1):

$$v_{ef} = -\frac{\hat{\varepsilon}_x}{\hat{\varepsilon}_y}, \quad (7.3.1)$$

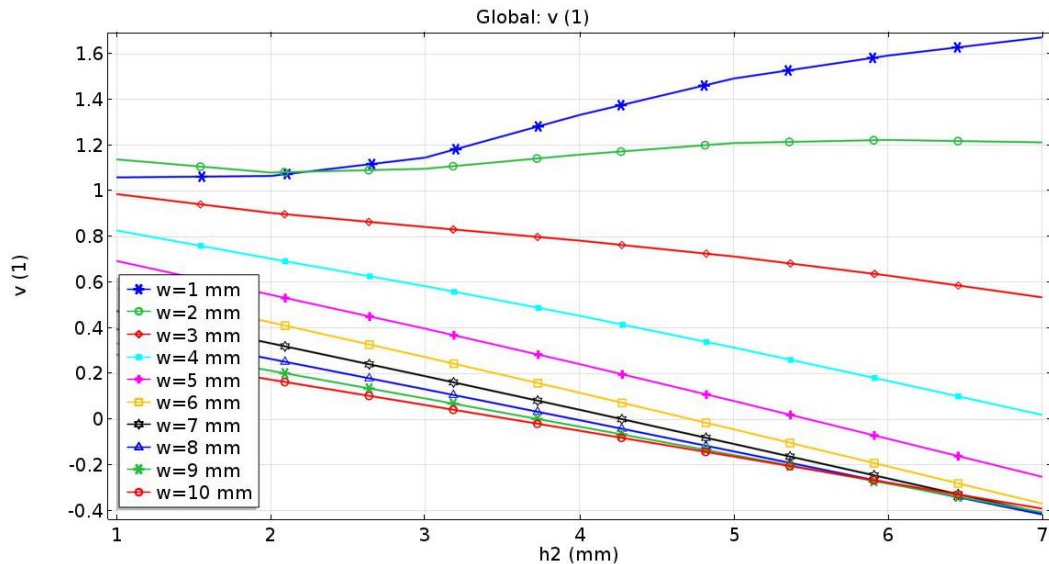
gdzie $\hat{\varepsilon}_x$ – odkształcenie struktury w kierunku poprzecznym, $\hat{\varepsilon}_y$ – odkształcenie struktury w kierunku podłużnym. Odkształcenia te są definiowane jako (7.3.2 – 7.3.3):

$$\hat{\varepsilon}_x = \frac{\int_x u_p dx}{L_x \int_x dx}, \quad (7.3.2)$$

$$\hat{\varepsilon}_y = \frac{\int_y v_G dy}{L_y \int_y dy}, \quad (7.3.2)$$

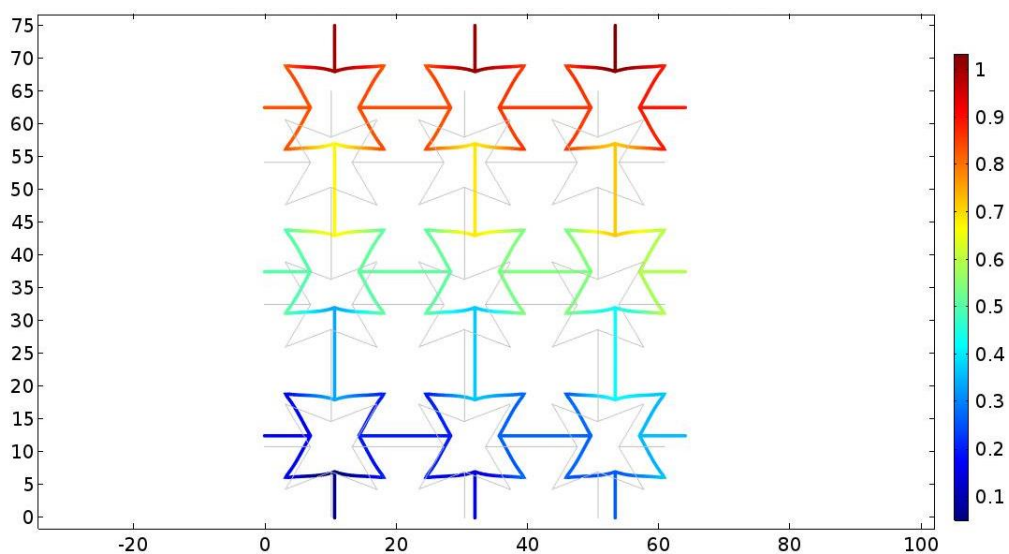
gdzie: u_p – przemieszczenie węzłów po prawej stronie struktury w kierunku poprzecznym, L_x – szerokość struktury, v_G – przemieszczenie węzłów w górnej części struktury w kierunku wzdłużnym, L_y – wysokość struktury.

Opisane powyżej podejście pozwoliło uzyskać wykres przedstawiający wpływ obu parametrów na efektywny współczynnik Poissona struktury (Rys. 7.3.3).



Rys. 7.3.3 Wykres zależności współczynnika Poissona od badanych parametrów geometrycznych.

Jak można zaobserwować, wiele wariantów wymiarów prowadziło do uzyskania struktury nieauksetycznej. Dopiero poniżej pewnego zakresu ramiona komórek jednostkowych zaczynały układać się tak, że struktura zyskiwała właściwości auksetyczne. Dodatkowym potwierdzeniem auksetyczności było wyświetlenie dla wybranej struktury przeskalowanej deformacji nałożonej na niezdeformowany model, co pozwalało zaobserwować charakterystyczne dla auksetyków rozszerzanie się przy rozciąganiu, jak przedstawiono na poniższym przykładzie (Rys. 7.3.4).

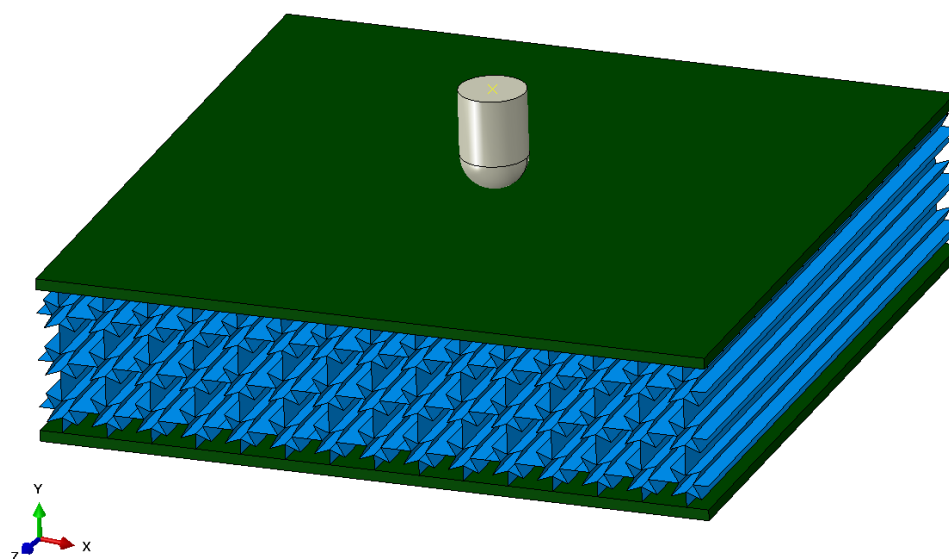


Rys. 7.3.4 Deformacja struktury auksetycznej z mapą przemieszczeń i niezdeformowaną strukturą w tle (szary kolor).

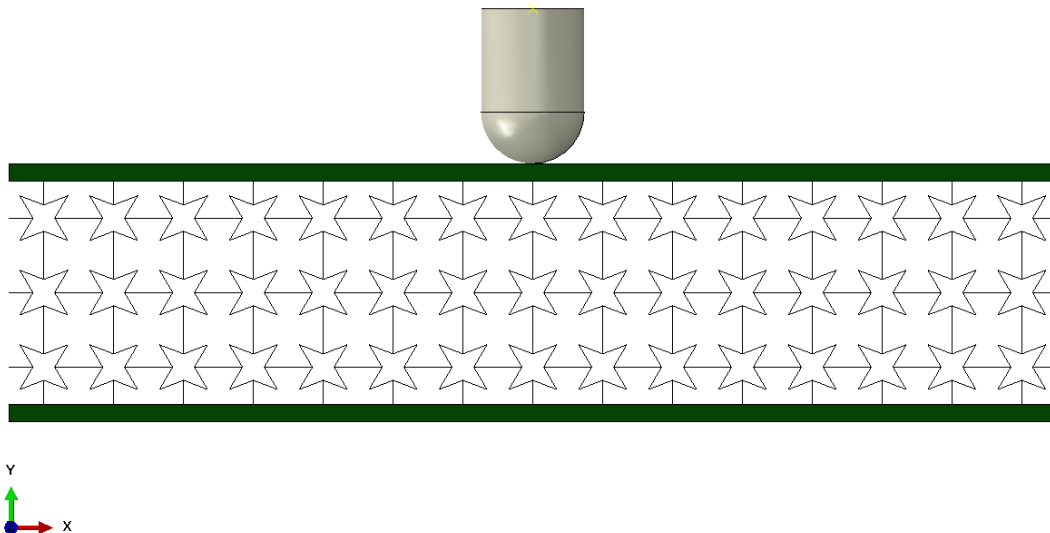
Na podstawie uzyskanego wykresu i geometrii, jako najlepszą wybrano strukturę o parametrach $w = 7 \text{ mm}$ oraz $h_2 = 6.5 \text{ mm}$. Jej efektywny współczynnik Poissona wynosił -0.392 .

7.4 Analiza przebicia struktury 4-star o zredukowanym wsp. Poissona

Strukturę 4-star uzyskaną przy pomocy opisanej wyżej procedury redukcji wsp. Poissona zastosowano w modelu płyty warstwowej i przeprowadzono analizę przebijania analogiczną do poprzednich. Geometria nowej płyty została przedstawiona na poniższych rysunkach (Rys. 7.4.1 – 7.4.2).

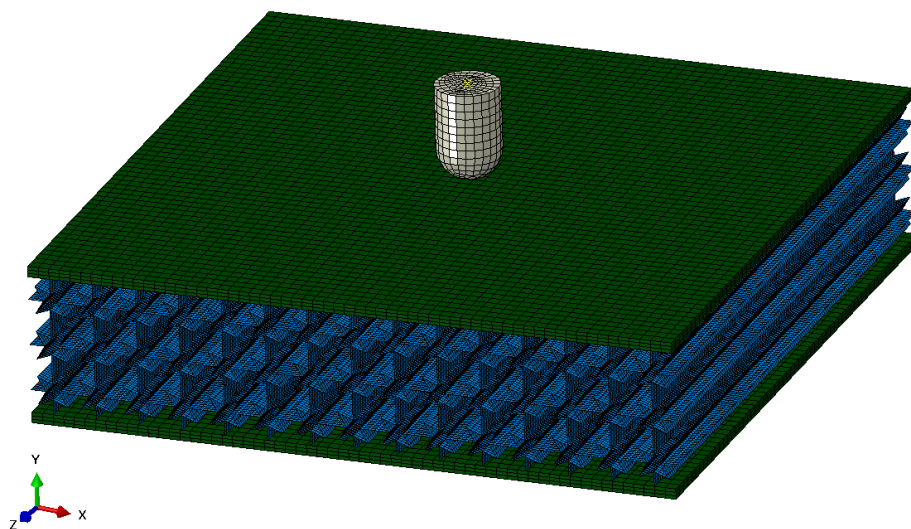


Rys. 7.4.1 Płyta auksetyczna ze strukturą 4-star o zredukowanym wsp. Poissona.



Rys. 7.4.2 Płyta auksetyczna ze strukturą 4-star o zredukowanym wsp. Poissona w widoku od przodu.

Na kolejnym rysunku przedstawiono siatkę zastosowaną dla nowej płyty (Rys. 7.4.3). Rdzeń zamodelowano przy pomocy 328185 elementów S4R (322014 węzłów). Cały model składał się z 351455 elementów i 353945 węzłów.



Rys. 7.4.2 Siatka elementów skończonych zastosowana w przypadku płyty ze strukturą 4-star o zredukowanym wsp. Poissona.

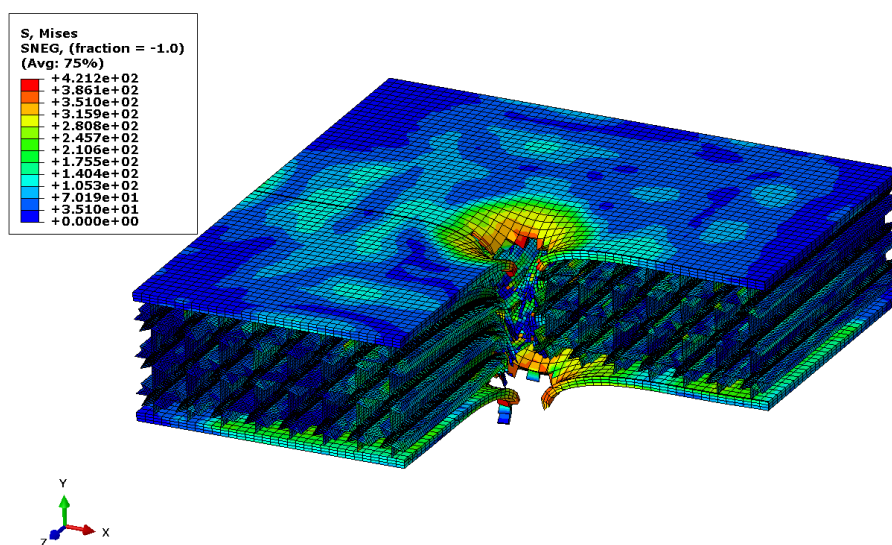
Na kolejnym rysunku przedstawiono siatkę zastosowaną dla nowej płyty (Rys. 7.4.3). Rdzeń zamodelowano przy pomocy 328185 elementów S4R (322014 węzłów). Cały model

składał się z 351455 elementów i 353945 węzłów.

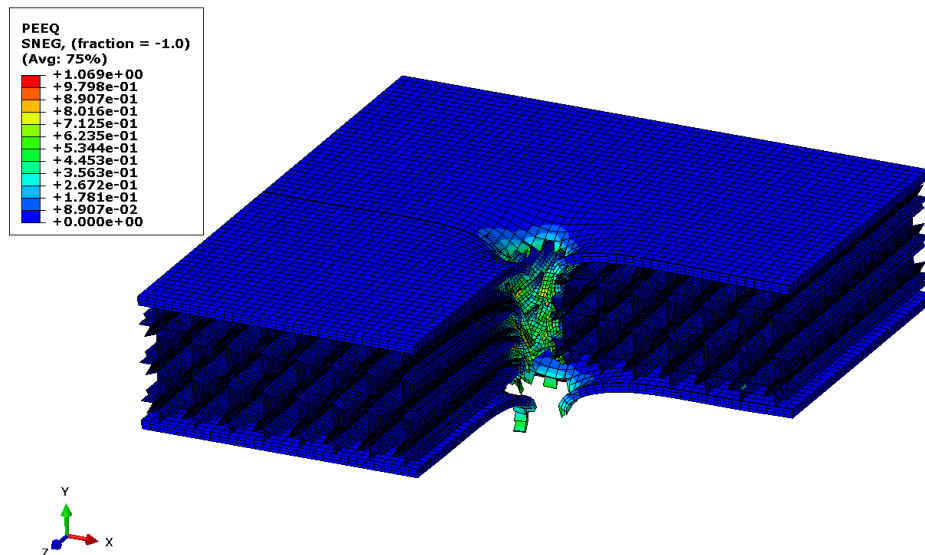
Do porównania wyników ze strukturą nieauksetyczną wykorzystano tą samą płytę z rdzeniem w postaci siatki z prostokątami w połączeniach, z którą porównywano pierwszą wersję struktury 4-star. Różnica w masach była w tym przypadku nieco większa, ale rekompensowały to przedstawione poniżej wyniki.

7.5 Wyniki dla struktury 4-star o zredukowanym wsp. Poissona

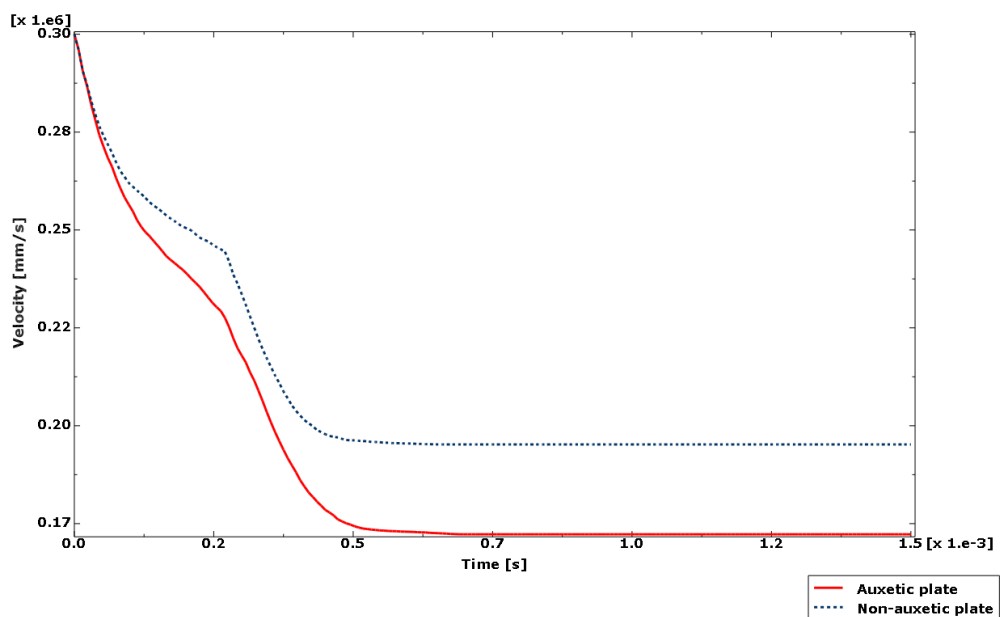
Na poniższych rysunkach przedstawione zostały wyniki uzyskane dla nowej płyty ze strukturą 4-star o zredukowanym wsp. Poissona. Pierwsze dwa rysunki (Rys. 7.5.1 – 7.5.2) przedstawiają mapy naprężeń zredukowanych [MPa] i ekwiwalentnych odkształceń plastycznych, które można porównać z mapami dla struktury nieauksetycznej – rys. 7.2.1 i 7.2.3. Dalej przedstawione są wykresy zestawiające wyniki dla nowej płyty i omawianej wcześniej płyty nieauksetycznej (Rys. 7.5.4 – 7.5.6).



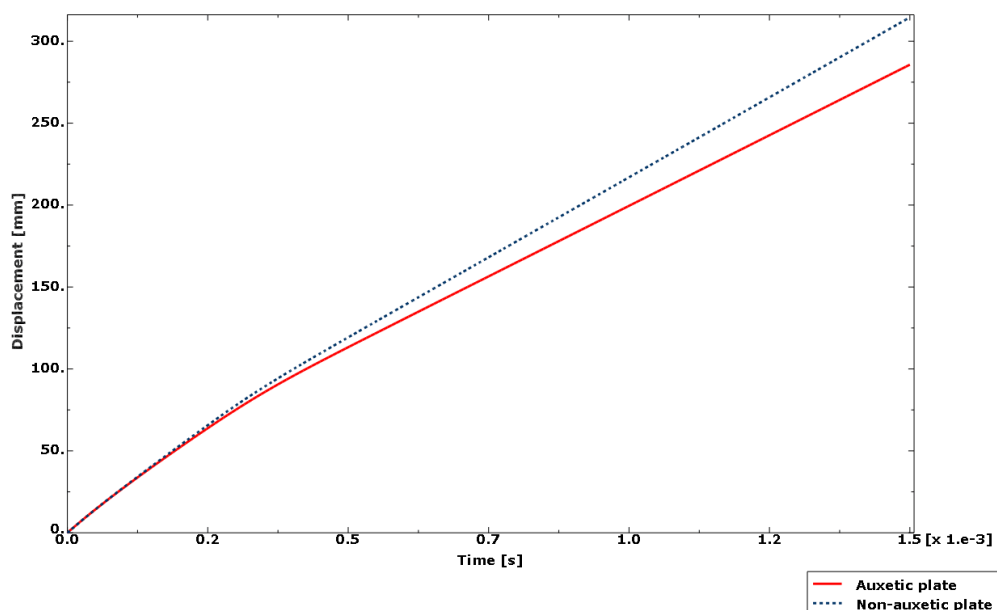
Rys. 7.5.1 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą naprężeń zredukowanych von Mises.



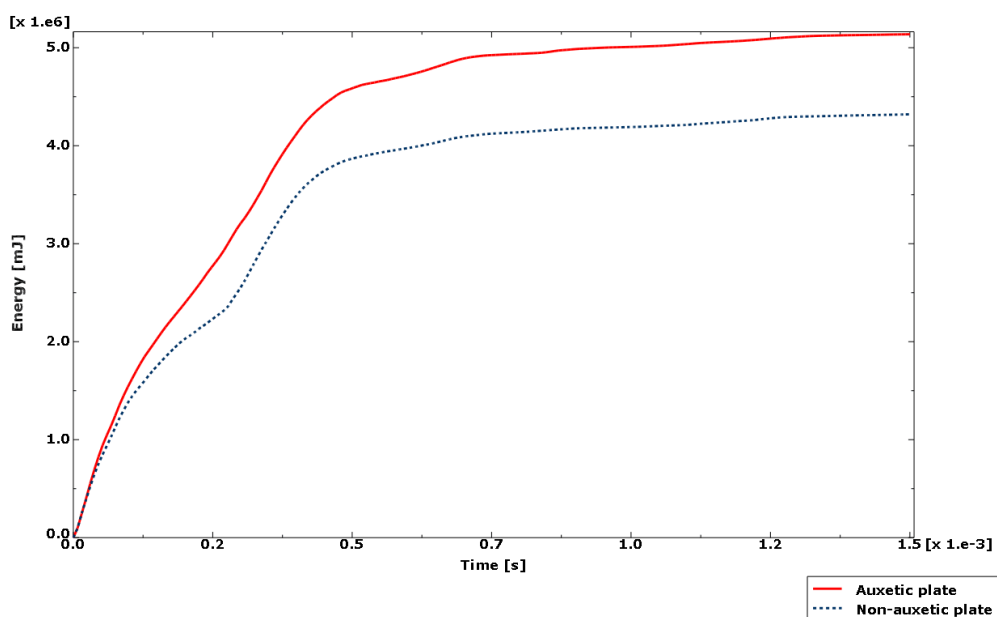
Rys. 7.5.2 Przekrój zdeformowanego kształtu płyty auksetycznej po przebiciu (koniec analizy) z mapą ekwiwalentnych odkształceń plastycznych.



Rys. 7.5.3 Przebieg czasowy prędkości pionowej pocisku dla płyty auksetycznej ze zredukowanym wsp. Poissona i płyty nieauksetycznej.



Rys. 7.5.4 Przebieg czasowy przemieszczenia pionowego pocisku dla płyty auksetycznej ze zredukowanym wsp. Poissona i płyty nieauksetycznej.



Rys. 7.5.5 Przebieg czasowy energii dyssypacji plastycznej dla płyty auksetycznej ze zredukowanym wsp. Poissona i płyty nieauksetycznej.

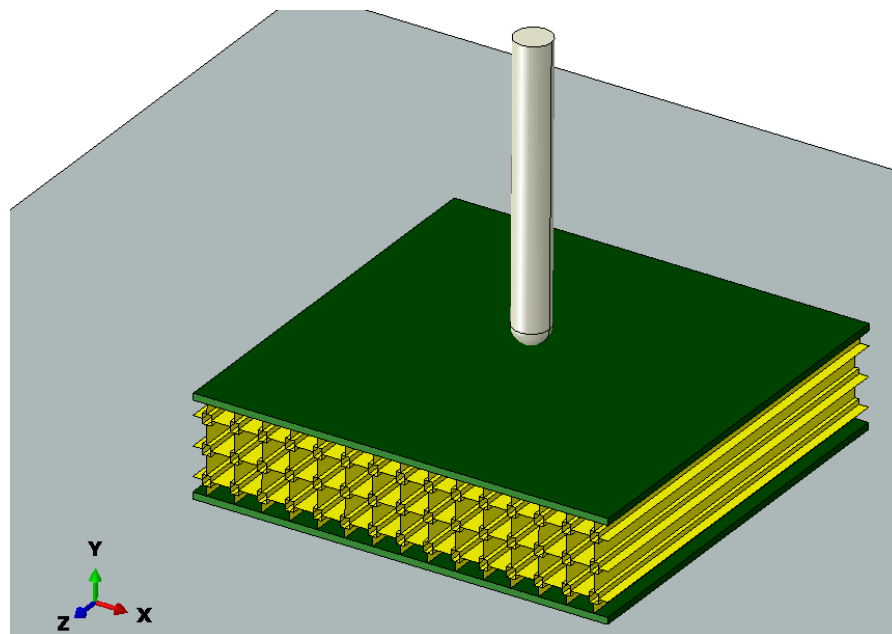
Na wykresach można zauważyć znaczny wzrost przewagi płyty auksetycznej nad nieauksetyczną w stosunku do poprzedniego przypadku, w którym płyta auksetyczna miała wyższy współczynnik Poissona.

7.6 Symulacja testu przebicia bijakiem

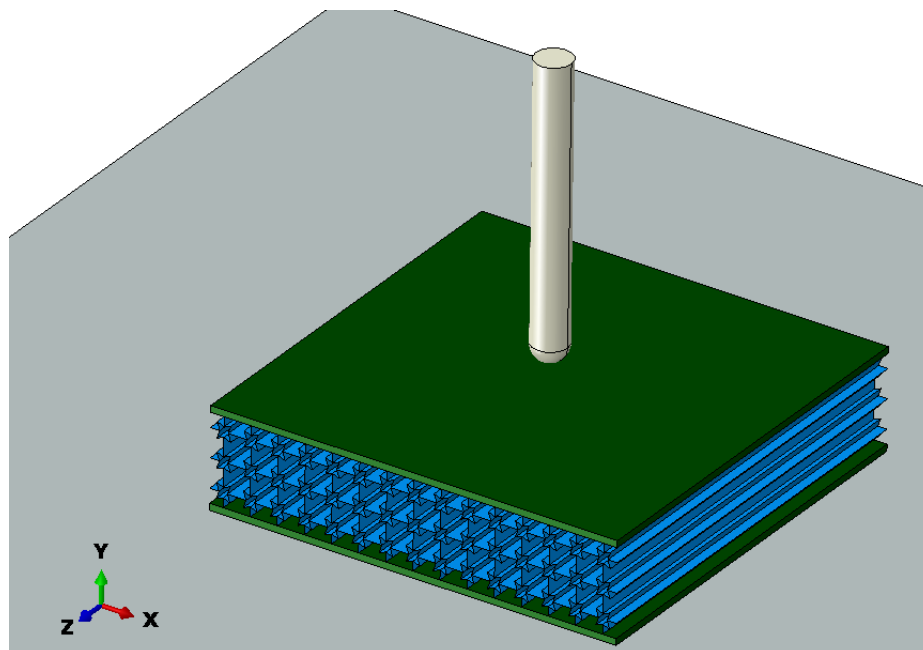
Ostatnią analizą numeryczną przeprowadzoną na płytach z rdzeniem 4-star była symulacja testu fizycznego polegającego na przebiciu bijakiem, który został opisany w podrozdziale 8.4. Zastosowano odpowiednio przeskalowaną geometrię odpowiadającą wymiarom próbek użytych w eksperymencie, zamodelowano pręt bijaka, ustawiono go tuż nad płytą i umieszczono każdą z płyt na idealnie sztywnej powierzchni z otworem pod próbką (kontakt między płytą a próbką zamodelowano ze współczynnikiem tarcia przyjętym jako 0.3). Powierzchnia ta odpowiadała płycie, na której leżała próbka podczas testu.

Warunki brzegowe obejmowały blokadę wszystkich stopni swobody idealnie sztywnej płyty oraz uniemożliwienie prętowi bijaka ruchu innego niż przemieszczenie w kierunku płyty. Do pręta bijaka dodano punktową masę odpowiadającą masie obciążników. W symulacji zastosowano stop aluminium z poprzednich analiz oraz użyto prędkości bijaka 10 m/s. Czas analizy wynosił 4.5 ms. Poniższe rysunki (Rys. 7.6.1 – 7.6.2) przedstawiają geometrie modeli użytych do tych analiz.

Omawiane w tym podrozdziale wyniki badań nie stanowią próby porównania wyników symulacji z wynikami testu fizycznego opisanego w kolejnym rozdziale a jedynie stanowią kolejny eksperyment numeryczny sprawdzający czy płyta auksetyczna zostanie przebita w mniejszym stopniu również w tych nowych warunkach.

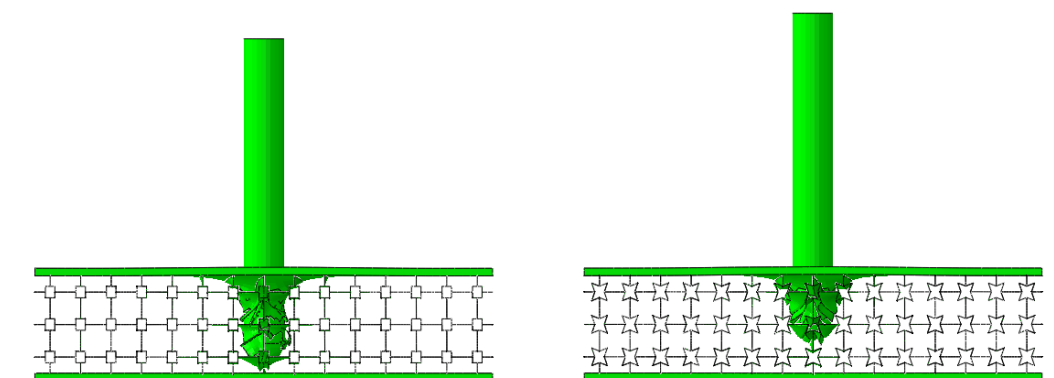


Rys. 7.6.1 Geometria modelu do analizy przebicia płyty nieauksetycznej bijakiem.

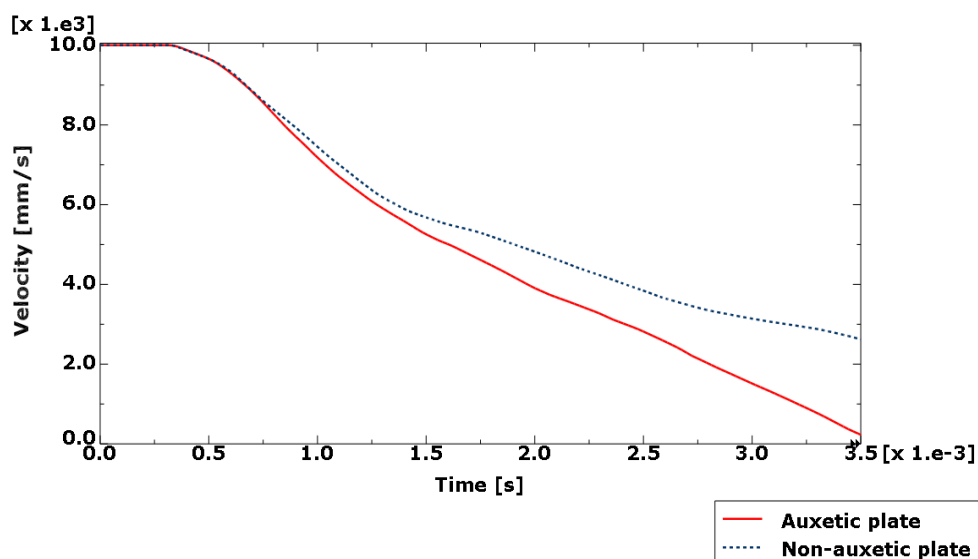


Rys. 7.6.2 Geometria modelu do analizy przebicia płyty auksetycznej bijakiem.

Poniżej przedstawiono wyniki uzyskane z opisanych wyżej analiz. Na pierwszym rysunku (Rys. 7.6.3) pokazano widok z boku przebitych płyt, zaś na kolejnym (Rys. 7.6.4) przebieg czasowy prędkości bijaka od początku analizy do 3.5 ms dla każdego z przypadków.



Rys. 7.6.3 Widok z boku przebitych płyt na końcu analizy – płyta nieauksetyczna z lewej strony, płyta auksetyczna z prawej strony.



Rys. 7.6.4 Przebieg czasowy prędkości pionowej bijaka dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej.

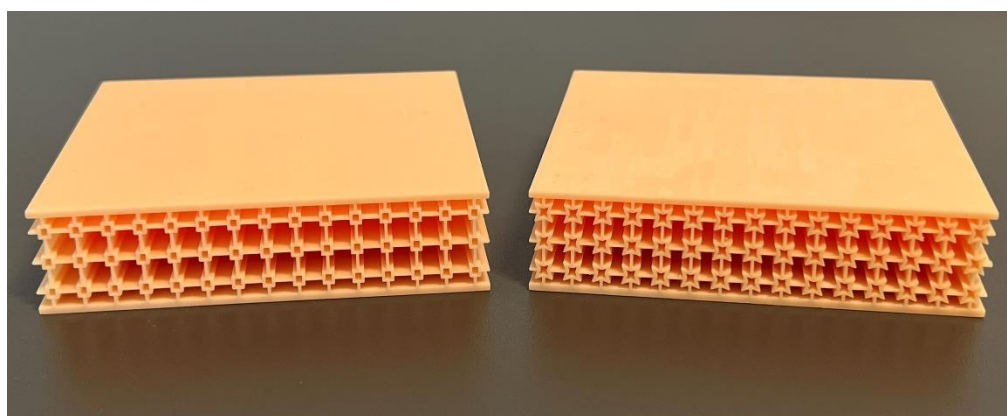
Jak można zaobserwować na powyższych rysunkach, bijak przebił jako ostatnią trzecią warstwę struktury rdzenia w przypadku płyty nieauksetycznej i drugą warstwę w przypadku płyty auksetycznej. Ponadto, większy spadek prędkości bijaka zaobserwowano w przypadku płyty auksetycznej. Należy przy tym ponownie podkreślić, iż omawiana tu symulacja nie była odwzorowaniem testu fizycznego przedstawionego w podrozdziale 8.4 a jedynie sprawdzeniem zachowania płyt aluminiowych w warunkach, którym poddane były próbki z żywicy, ale ze zwiększoną prędkością uderzenia ze względu na różnicę w wytrzymałości obu materiałów. Zastosowanie w symulacji materiału żywicy wymagałoby uzyskania stałych modelu Johnsona-Cooka ze złożonych badań eksperymentalnych. Ponadto model ten, przeznaczony głównie dla metali, mógłby nie odwzorowywać w pełni zachowania materiału o takim charakterze jak żywica.

8 TESTY FIZYCZNE PŁYT WYKONANYCH TECHNIKĄ PRZYROSTOWĄ

8.1 Opis próbek

Po przeprowadzeniu opisanych wyżej symulacji numerycznych przebiecia płyt, zdecydowano się na dodatkowe potwierdzenie obserwowanych zależności (przewagi płyt auksetycznych nad nieauksetycznymi w warunkach przebiecia) za pomocą testów fizycznych. Wybrano do nich płyty opisane w podrozdziale 7.1, a więc płyty ze strukturą 4-star przed zmniejszeniem współczynnika Poissona i ze strukturą w postaci siatki z prostokątami w połączeniach. Ze względu na trudności związane z wytwarzaniem, wykonano płyty techniką przyrostową z żywicy zamiast aluminium stosowanego w symulacjach. Zachowano jednak geometrie struktur, skalując jedynie odpowiednio ich wymiary gabarytowe (z uwagi na pole robocze drukarki 3D) oraz grubość rdzenia (z uwagi na trwałość wydruku podczas jego wytwarzania). Zmiany te były oczywiście takie same dla płyty auksetycznej i nieauksetycznej.

Próbki wykonano metodą stereolitografii, ze względu na precyzję tej metody i łatwość uzyskania dobrej jakości wydruku. Zastosowano drukarkę AnyCubic Photon Mono X 6K. Próbki miały globalne wymiary ok. 91x91x22.5 mm, a więc współczynnik skali wynosił 0.3. Grubość rdzenia zwiększono do ok. 0.5 mm po przeskalowaniu. Próbki ważyły ok. 70 g. Poniżej (Rys. 8.1.1) przedstawiono uzyskane wydruki.



Rys. 8.1.1 Zdjęcie próbek uzyskanych metodą stereolitografii: płyta nieauksetyczna po lewej stronie, płyta auksetyczna po prawej stronie.

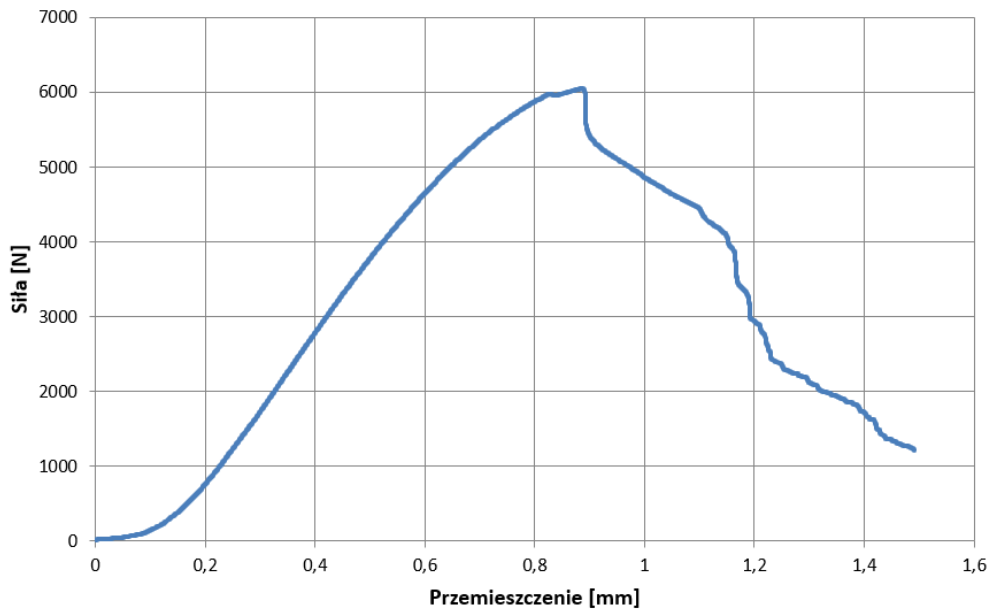
8.2 Test wytrzymałości statycznej na ściskanie

Pierwszym przeprowadzonym testem, mającym na celu weryfikację wytrzymałości statycznej płyt było ściskanie na maszynie wytrzymałościowej Zwick Z100. Poniżej przedstawiono jedną z płyt umieszczoną w maszynie (Rys. 8.2.1).

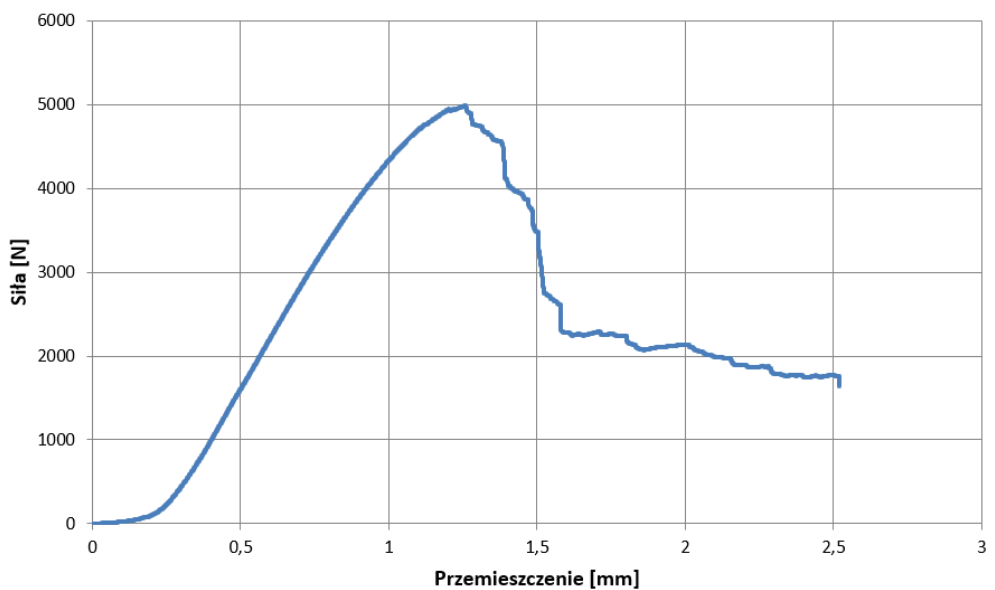


Rys. 8.2.1 Płyta auksetyczna umieszczona w maszynie wytrzymałościowej.

Przeprowadzono testy ściskania do zniszczenia próbek, uzyskując krzywe siła-przemieszczenie przedstawione poniżej (Rys. 8.2.2 – 8.2.3).

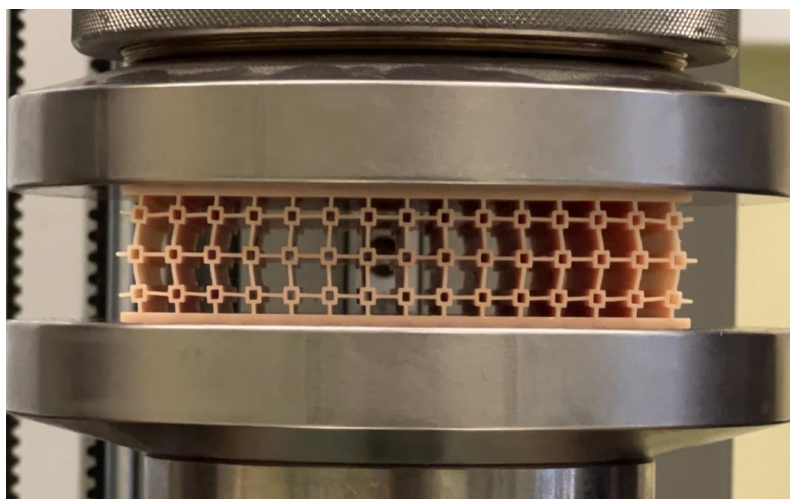


Rys. 8.2.2 Krzywa siła-przemieszczenie z próby ściskania płyty nieauksetycznej.

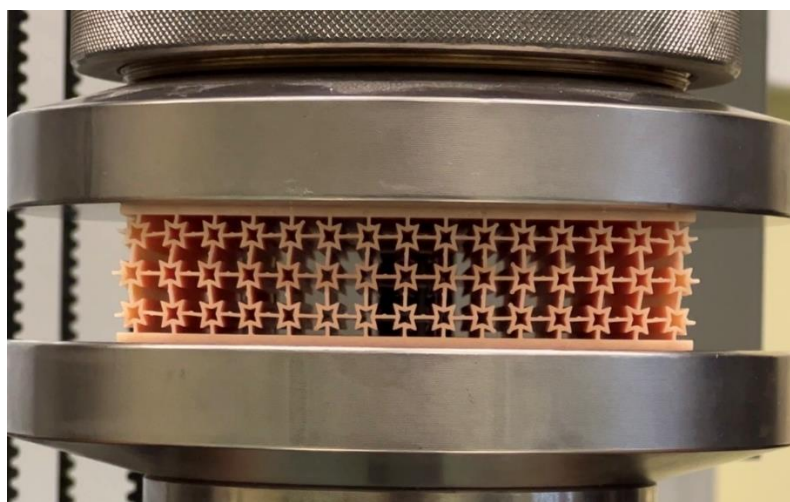


Rys. 8.2.3 Krzywa siła-przemieszczenie z próby ściskania płyty auksetycznej.

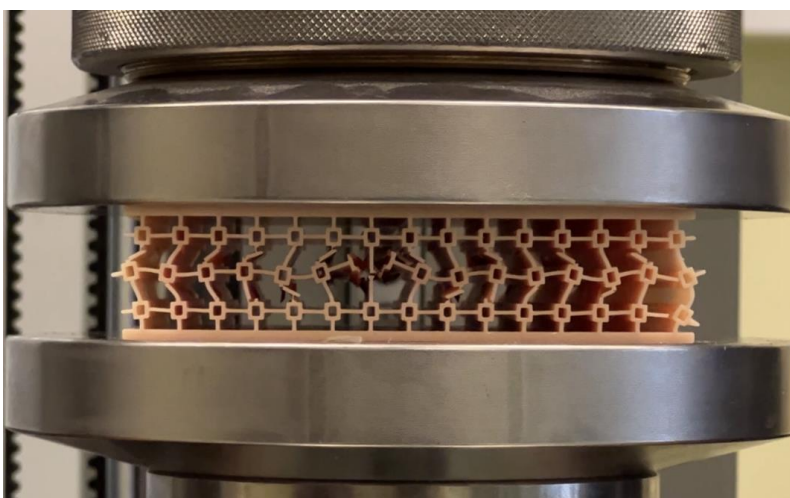
Jak można zaobserwować porównując powyższe krzywe, płyta nieauksetyczna ma większą wytrzymałość statyczną na ściskanie – uległa zniszczeniu dopiero przy obciążeniu ok. 6000 N. Płyta auksetyczna uległa zniszczeniu przy ok. 5000 N. Jest to jednak spodziewany efekt, nie mający wpływu na właściwości płyt w przeprowadzanych testach dynamicznych. Poniższe rysunki przedstawiają struktury rdzeni płyt po wyboczeniu, ale przed zniszczeniem (Rys. 8.2.4 – 8.2.5) oraz po zniszczeniu (Rys. 8.2.6 – 8.2.7). Właściwości auksetyczne nie są widoczne na zdjęciach przez wejście w nieliniowy zakres pracy i występujące wyboczenie.



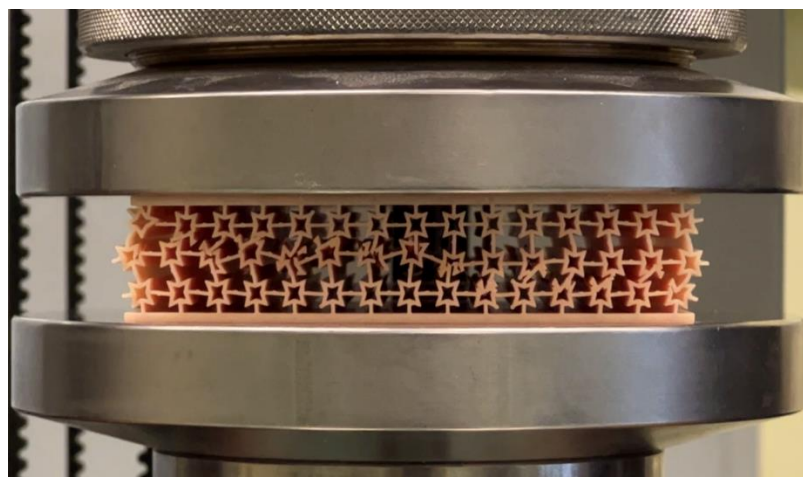
Rys. 8.2.4 Płyta nieakustyczna z rdzeniem po wyboczeniu.



Rys. 8.2.5 Płyta aukstyczna z rdzeniem po wyboczeniu.



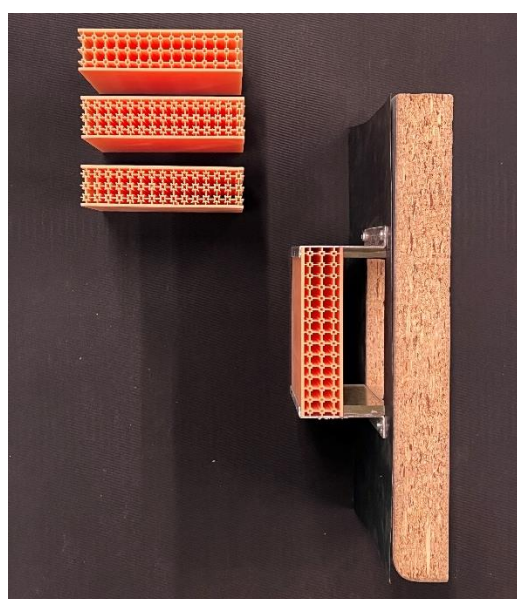
Rys. 8.2.6 Płyta nieakustyczna z rdzeniem po zniszczeniu.



Rys. 8.2.7 Płyta auksetyczna z rdzeniem po zniszczeniu.

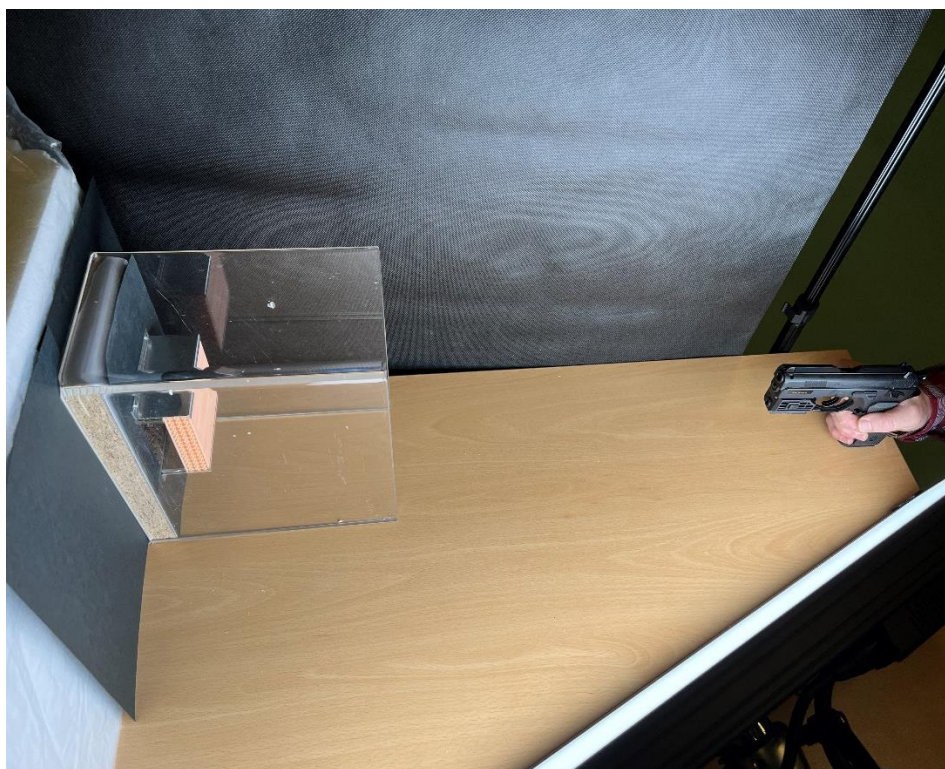
8.3 Test przebicia pociskiem z pistoletu na CO₂

Głównym przeprowadzonym badaniem było, najbliższe opisywanym wcześniej symulacji, przebijanie płyt metalowymi kulkami wystrzeliwanymi z pistoletu wiatrówki na CO₂ (CZ 75D Compact) o energii 2.4 J i kalibrze (średnicy kulek) 4.5 mm. Prędkość pocisku wynosiła ok. 114 – 124 m/s. Strzały oddawano z odległości 570 mm. Płyty były umieszczone w specjalnym uchwycie podtrzymującym ich dwa boki. Poniżej przedstawiono dwa zestawy próbek wraz z uchwytem (Rys. 8.3.1).



Rys. 8.3.1 Zestawy próbek do testu przebicia wraz z uchwytem na płyty.

Stanowisko badawcze składało się ze stołu, na którym umieszczono uchwyt z płytą, oparty o blok styropianu i worek piasku, służące za kulochwyty. Uchwyt z próbką przykryto osłoną ze szkła akrylowego w celu ochrony przed rykoszetami. Blisko celu, pod kątem, ustawiono lampę LED F&V Z1200VC CTD-Soft, która służyła mocnemu oświetleniu próbki aby umożliwić uchwycenie przebiegu na szybkiej kamerze Chronos 2.1 HD z obiektywem Nikon AF Nikkor 85mm f/1.8D z osłoną HN-23. Za stołem znajdowała się płachta czarnej tkaniny, zapewniająca odpowiednie tło. Zdjęcie stanowiska badawczego zamieszczono poniżej (Rys. 8.3.2).



Rys. 8.3.2 Stanowisko do badań przebiegu płyt pociskiem.

Uderzenia pocisków w płyty filmowano opisaną wyżej szybką kamerą w trybie 24038.5 klatek na sekundę. Poniżej przedstawiono wybrane ujęcia z tych nagrań (Rys. 8.3.3 – 8.3.4).



Rys. 8.3.3 Ujęcie z nagrania przebiccia płyty nieauksetycznej.

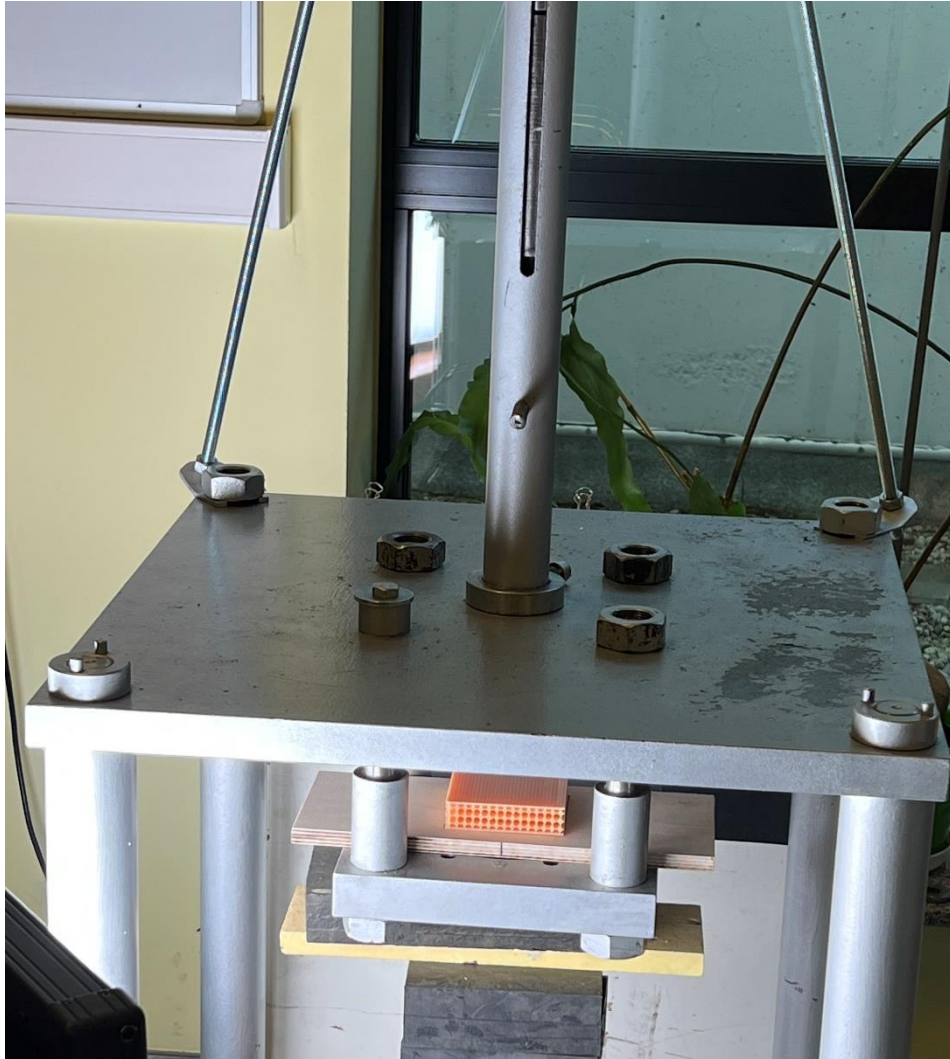


Rys. 8.3.4 Ujęcie z nagrania przebiccia płyty auksetycznej.

Jak można zaobserwować na przedstawionych ujęciach, płyta nieauksetyczna uległa całkowitemu przebicciu, podczas gdy płyta auksetyczna przebiła się jedynie przez pierwsze dwie warstwy struktury, zatrzymując się przed trzecią. Analogiczną zależność zaobserwowano w przypadku pozostałych strzałów – płyta auksetyczna ani razu nie uległa pełnemu przebicciu zaś nieauksetyczna była przebijana całkowicie lub bardziej niż auksetyczna.

8.4 Test przebiccia bijakiem

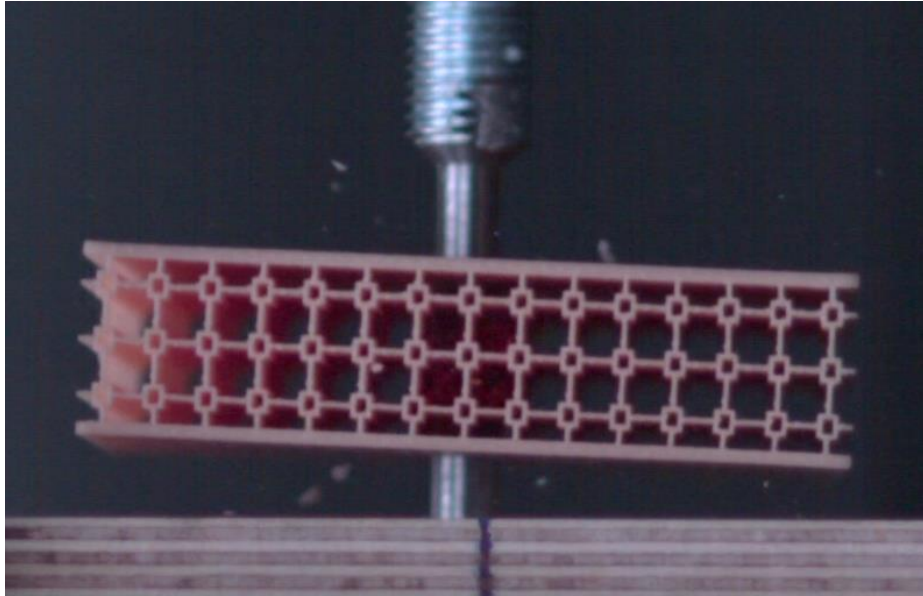
Ostatnim z przeprowadzonych testów było przebijanie płyt za pomocą bijaka upuszczanego ze specjalnego stanowiska, które zostało przedstawione poniżej (Rys. 8.4.1).



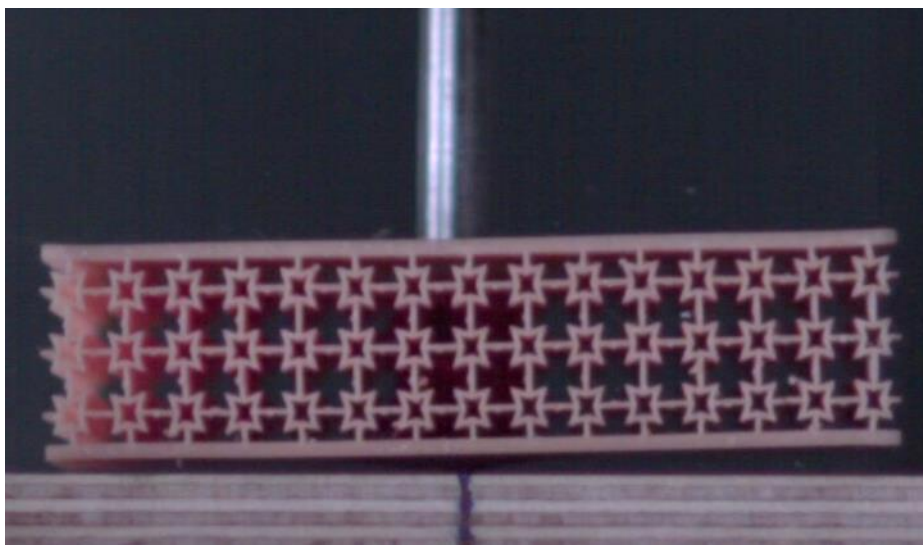
Rys. 8.4.1 Stanowisko do badań przebicia płyt bijakiem.

Sam bijak miał postać pręta o długości 65 mm i średnicy 8 mm z zaokrągloną końcówką. Bijak był dodatkowo dociążony obciążnikami i jego całkowita masa wynosiła 1.47 kg. Upuszczano go na płyty z wysokości 305 mm. Prędkość uderzenia można na tej podstawie oszacować jako 2.45 m/s. Z kolei energia kinetyczna uderzenia wynosiła w przybliżeniu 4.39 J.

Podobnie jak w przypadku badań przebicia pociskiem z pistoletu CO₂, tu również rejestrowano uderzenia szybką kamerą, ale tym razem z 4230 klatkami na sekundę. Poniższe rysunki (Rys. 8.4.2 – 8.4.3) przedstawiają wybrane ujęcia z tych nagrań.



Rys. 8.4.2 Ujęcie z nagrania przebicia płyty nieauksetycznej.



Rys. 8.4.3 Ujęcie z nagrania przebicia płyty auksetycznej.

W przypadku płyty nieauksetycznej zaobserwowano całkowite przebicie próbki, co jest widoczne na zamieszczonym wyżej ujęciu z szybkiej kamery. Z kolei płyta auksetyczna uległa jedynie częściowemu przebicciu – bijak skruszył drugą warstwę komórek jednostkowych i nie przebił trzeciej.

9 PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy przedstawiono badania odporności na przebicie płyt warstwowych z rdzeniem auksetycznym. Sprawdzono różne warianty struktur auksetycznych tworzących rdzeń i różne warunki przebicia. Wykonano szereg dynamicznych symulacji komputerowych metodą elementów skończonych. Przeprowadzono również testy fizyczne, mające na celu potwierdzenie wyników uzyskanych z symulacji.

W rozdziale piątym przedstawiono wyniki wstępnych badań numerycznych przebicia na płytach homogenicznych o różnym współczynniku Poissona. Wykazano znaczny wpływ tego parametru na odporność na przebicie i przewagę wariantów z jego ujemnymi wartościami, dając podstawę do dalszych badań na modelach uwzględniających geometrie struktur tworzących rdzeń.

W szóstym rozdziale opisano analizy dynamiczne przebicia przeprowadzone na płytach z rdzeniem anty-tetra-chiralnym. Dla każdego rozważanego przypadku dokonano porównania z najbliższym nieauksetycznym odpowiednikiem, który w tym przypadku stanowiła struktura klasycznego sześciokątnego plastra miodu. Udowodniono brak wpływu różnicy mas struktur na relacje obserwowane w wynikach. Zbadano także kilka dodatkowych przypadków – z uderzeniem pod kątem, z przesunięciem pocisku w bok oraz z większą liczbą komórek jednostkowych struktury. We wszystkich przypadkach zaobserwowano większą odporność na przebicie płyty auksetycznej.

W rozdziale siódmym przedstawiono wyniki symulacji przeprowadzonych na płytach z rdzeniem 4-star, które porównano z nieauksetyczną strukturą w postaci siatki z prostokątami w połączeniach. Zauważono wyraźną przewagę wariantu auksetycznego. Tu również dodatkowo wykazano brak wpływu różnicy mas struktur na obserwowane zależności. Ponadto, dokonano redukcji efektywnego współczynnika Poissona uzyskując strukturę 4-star auksetyczną w jeszcze większym stopniu. Porównanie wyników analiz przebicia otrzymanych dla tej wersji z wynikami otrzymanymi dla analogicznej struktury nieauksetycznej wykazało jeszcze większą przewagę auksetyku. Dodatkowo przeprowadzono symulację testu przebicia bijakiem, opisanego w kolejnym rozdziale, ale nie dysponowano danymi modelu Johnsona-Cooka dla żywicy użytej do wykonania próbek, więc symulację eksperymentu wykonano przyjmując stop aluminium jako materiał płyt.

W ósmym rozdziale zawarto opis przeprowadzonych dodatkowo testów fizycznych, mających na celu poparcie obserwowanych w symulacjach zależności. Nie dysponowano możliwością wykonania próbek ze stopu aluminium, więc płyty poddane eksperymentom były

wytworzone z żywicy przy pomocy stereolitografii i miały inne rozmiary niż modele wykorzystywane w symulacjach komputerowych. Uniemożliwiało to bezpośrednie porównanie symulacji z eksperymentami, ale możliwe było potwierdzenie widocznej w wynikach analiz przewagi auksetyku nad nieauksetykiem. Świadczyły o tym wyniki zarówno z testu przebicia pociskiem z pistoletu na CO₂, jak i wyniki z testu przebicia bijakiem upuszczanym z wysokości ze specjalnego stanowiska. Przeprowadzone badania eksperymentalne były kolejnym potwierdzeniem rozważanych właściwości i stanowiły rozszerzenie badań numerycznych.

Wyniki uzyskane z przeprowadzonych symulacji komputerowych i testów fizycznych pozwalają stwierdzić, iż postawiona w pracy teza została potwierdzona. Płyty warstwowe z rdzeniem auksetycznym mogą być z powodzeniem stosowane w konstrukcjach ochronnych, dla których stawiane są dodatkowe wymagania dotyczące niskiej masy. Stanowią one istotną alternatywę dla używanych dotychczas płyt z rdzeniami nieauksetycznymi, często mającymi postać klasycznego plastra miodu lub komórek prostokątnych. Znacząco wyższa odporność na przebicie przy niewielkiej różnicy mas może być kluczową zaletą płyt z rdzeniem auksetycznym w wielu zastosowaniach praktycznych. Potwierdzona teza rozprawy doktorskiej stanowi ważną podstawę do dalszych badań uwzględniających m.in. inne rodzaje materiałów, z których mogą być wykonane analizowane płyty oraz inne prędkości pocisków/bijaków.

LITERATURA

- [Abaqus2022] Dokumentacja oprogramowania Dassault Systemes SIMULIA Abaqus 2022.
- [Al-Rifaie2020] H. Al-Rifaie, W. Sumelka, *Improving the Blast Resistance of Large Steel Gates – Numerical Study*, Materials, 2020, 13(9), 2121. DOI: 10.3390/ma13092121
- [Bathe2007] K.J. Bathe, *Finite Element Procedures*, K.J. Bathe, Watertown 2007.
- [Carakapurwa2022] F.E. Carakapurwa, S.P. Santosa, *Design Optimization of Auxetic Structure for Crashworthy Pouch Battery Protection Using Machine Learning Method*, energies, 2022, 15(22), 8404. DOI: 10.3390/en15228404
- [Chan1998] N. Chan, K.E. Evans, *Indentation resilience of conventional and auxetic foams*, Journal of Cellular Plastics, 1998, 34(3), 231–260. DOI: 10.1177/0021955X9803400304
- [Clough1960] R.W. Clough, *The Finite Element Method in Plane Stress Analysis*, Proceedings of the 2nd A.S.C.E. Conference on Electronic Computation, Pittsburg, 1960.
- [Cook2001] R.D. Cook, D.S. Malkus, M.E. Plesha, R.J. Witt, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, John Wiley & Sons, Hoboken 2001.
- [DassaultSystemes2012] *Simulation of the ballistic perforation of aluminum plates with Abaqus/Explicit*, Abaqus Technology Brief, Dassault Systemes.
- [Dobrzański2002] L.A. Dobrzański, *Podstawy nauki o materiałach i metaloznawstwo: materiały inżynierskie z podstawami projektowania materiałowego*, WNT, Warszawa 2002.
- [Duncan2018] O. Duncan, T. Shepherd, Ch. Moroney, L. Foster, P.D. Venkatraman, K. Winwood, T. Allen, A. Alderson, *Review of Auxetic Materials for Sports Applications: Expanding Options in Comfort and Protection*, Applied Sciences, 2018, 8(6), 941. DOI: 10.3390/app8060941
- [Faraci2021] D. Faraci, L. Driemeier, C. Comi, *Bending-Dominated Auxetic Materials for Wearable Protective Devices Against Impact*, Journal of Dynamic Behavior of Materials, 2021, 7, 425-435. DOI: 10.1007/s40870-020-00284-2
- [Gao2018] Q. Gao, X. Zhao, Ch. Wang, L. Wang, Z. Ma, *Multi-objective crashworthiness optimization for an auxetic cylindrical structure under axial impact loading*, Materials and Design, 2018, 143, 120-130. DOI: 10.1016/j.matdes.2018.01.063
- [Gao2020] Q. Gao, W.H. Liao, L. Wang, *On the low-velocity impact responses of auxetic double arrowed honeycomb*, Aerospace Science and Technology, 2020, 98, 105698. DOI: /10.1016/j.ast.2020.105698
- [Gawroński1984] W. Gawroński, *Metoda elementów skończonych w dynamice konstrukcji*, Arkady, Warszawa 1984.
- [Gibson1982] L.J. Gibson, M.F. Ashby, G.S. Schajer, C.I. Roberson, *The mechanics of two-dimensional cellular materials*, Proceedings of the Royal Society A, 1982, 382(1782), 25–42. DOI: 10.1098/rspa.1982.0087
- [Hop1980] T. Hop, *Konstrukcje warstwowe*, Arkady, Warszawa 1980.
- [Huebner2001] K.H. Huebner, D.L. Dewhirst, D.E. Smith, T.G. Byrom, *The Finite Element*

Method for Engineers, John Wiley & Sons, Nowy Jork 2001.

[Imbalzano2017] G. Imbalzano, P. Tran, T.D. Ngo, P.V.S. Lee, *Three-dimensional modelling of auxetic sandwich panels for localized impact resistance*, *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2017, 19(3), 291-316. DOI: 10.1177/1099636215618539

[Imbalzano2018] G. Imbalzano, S. Linforth, T.D. Ngo, P.V.S. Lee, P. Tran, *Blast resistance of auxetic and honeycomb sandwich panels: Comparisons and parametric designs*, *Composite Structures*, 2018, 183, 242-261. DOI: 10.1016/j.compstruct.2017.03.018

[Jankowiak2016] T. Jankowiak, *Wykorzystanie metod eksperymentalnych i symulacji komputerowych do określania właściwości materiałów przy dużej prędkości deformacji*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2016.

[Jin2016] X. Jin, Z. Wang, J. Ning, G. Xiao, E. Liu, X. Shu, *Dynamic response of sandwich structures with graded auxetic honeycomb cores under blast loading*, *Composites Part B: Engineering*, 2016, 106, 206-217. DOI: 10.1016/j.compositesb.2016.09.037

[Körner2015] C. Körner, Y. Liebold-Ribeiro, *A systematic approach to identify cellular auxetic materials*, *Smart Materials and Structures*, 2015, 24(2). DOI: 10.1088/0964-1726/24/2/025013

[Kubik1993] J. Kubik, *Mechanika konstrukcji warstwowych*, TiT, Opole 1993.

[Lakes1987] R. Lakes, *Foam structures with negative Poisson's ratio*, *Science*, 1987, 235(4792), 1038–1040. DOI: 10.1126/science.235.4792.1038

[Lewandowski2018] R. Lewandowski, *Dynamika konstrukcji budowlanych tom 1*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2018.

[Li2020] T. Li, F. Liu, L. Wang, *Enhancing Indentation and Impact Resistance in Auxetic Composite Materials*, *Composites Part B Engineering*, 2020, 198(1), 108229. DOI: 10.1016/j.compositesb.2020.108229

[Lim2014] T.C. Lim, A. Alderson, K.L. Alderson, *Experimental studies on the impact properties of auxetic materials*, *Physica Status Solidi B*, 2014, 251(2), 307–313. DOI: 10.1002/pssb.201384249

[Lim2015] T.C. Lim, *Auxetic Materials and Structures*, Springer, Singapur 2015.

[Lim2020] T.C. Lim, *Mechanics of Metamaterials with Negative Parameters*, Springer, Singapur 2020.

[Luo2020] F. Luo, S. Zang, D. Yang, *Anti-Explosion Performance of Composite Blast Wall with an Auxetic Re-Entrant Honeycomb Core for Offshore Platforms*, *Journal of Marine Science and Engineering*, 2020, 8(3), 182. DOI: 10.3390/jmse8030182

[Łodygowski1991] T. Łodygowski, W. Kąkol, *Metoda elementów skończonych w wybranych zagadnieniach mechaniki konstrukcji inżynierskich*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1991.

[Lvov2022] V.A. Lvov, F.S. Senatov, A.A. Veveris, V.A. Skrybykina, A.D. Lantada, *Auxetic Metamaterials for Biomedical Devices: Current Situation, Main Challenges, and Research Trends*, *Materials*, 2022, 15(4), 1439. DOI: 10.3390/ma15041439

[Madier2020] D. Madier, *Practical Finite Element Analysis for Mechanical Engineers*, FEA Academy, Kanada 2020.

- [Magnucka-Blandzi2018] E. Magnucka-Blandzi, *Modelowanie matematyczne siedmiowarstwowych belek i płyt prostokątnych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2018.
- [Magnucki2001] K. Magnucki, M. Ostwald, *Stateczność i optymalizacja konstrukcji trójwarstwowych*, Wydawnictwo i Zakład Poligrafii Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom 2001.
- [Magnucki2012] K. Magnucki, W. Szyc, *Wytrzymałość i stateczność belek i płyt trójwarstwowych z rdzeniem z pianki aluminiowej*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2012.
- [Michalski2019] J. Michalski, T. Stręć, *Fatigue Life of Auxetic Re-entrant Honeycomb Structure*, Lecture Notes in Mechanical Engineering. Advances in Manufacturing II. Volume 4 - Mechanical Engineering, Springer, Poznań 2019, 50-60. DOI: 10.1007/978-3-030-16943-5_5
- [Michalski2020] J. Michalski, T. Stręć, *Blast Resistance of Sandwich Plate with Auxetic Anti-tetrachiral Core*, Vibrations in Physical Systems, 2020, 31(3), 2020317-1 - 2020317-8. DOI: 10.21008/j.0860-6897.2020.3.17
- [Michalski2021] J. Michalski, T. Stręć, *Zastosowanie XFEM do badania wpływu współczynnika Poissona na propagację pęknięć zmęczeniowych w teście trójpunktowego zginania*, XXVIII Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania, Bydgoszcz 2021, 29-30.
- [Michalski2022] J. Michalski, T. Stręć, *Response of a Sandwich Plate with Auxetic Anti-tetrachiral Core to Puncture*, Lecture Notes in Mechanical Engineering. Advances in Manufacturing III. Volume 1 - Mechanical Engineering: Research and Technology Innovations, Industry 4.0, Springer, Poznań 2022, 1-14. DOI: 10.1007/978-3-031-00805-4_1
- [Mir2014] M. Mir, M. Najabat Ali, J. Sami, U. Ansari, *Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures*, Advances in Materials Science and Engineering, 2014. DOI: 10.1155/2014/753496
- [Muc2005] A. Muc, R. Nogowczyk, *Formy zniszczenia konstrukcji sandwiczowych z okładzinami wykonanymi z kompozytów*, Kompozyty, 2005, 5(4), 31-35.
- [Novak2019a] N. Novak, L. Starcevic, M. Vesenjak, Z. Ren, *Blast response study of the sandwich composite panels with 3D chiral auxetic core*, Composite Structures, 2019, 210, 167-178. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.11.050
- [Novak2019b] N. Novak, M. Vesenjak, G. Kennedy, N. Thadhani, Z. Ren, *Response of Chiral Auxetic Composite Sandwich Panel to Fragment Simulating Projectile Impact*, Physica Status Solidi B, 2019, 257(10), 1900099. DOI: 10.1002/pssb.201900099
- [Rakowski2005] G. Rakowski, Z. Kacprzyk, *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2005.
- [Remennikov2019] A. Remennikov, D. Kalubadanage, T. Ngo, P. Mendis, G. Alici, A. Whittaker, *Development and performance evaluation of large-scale auxetic protective systems for localized impulsive loads*, International Journal of Protective Structures, 10(3), 390-417. DOI: 10.1177/2041419619858087
- [Ren2018] X. Ren, R. Das, P. Tran, T.D. Ngo, and Y.M. Xie, *Auxetic metamaterials and structures: a review*, Smart Materials and Structures, 2018, 27(2). DOI: 10.1088/1361-665X/aaa61c

- [Romanów1995] F. Romanów, *Wytrzymałość konstrukcji warstwowych*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej, Zielona Góra 1995.
- [Rusiński2000] E. Rusiński, J. Czmochoński, T. Smolnicki, *Zaawansowana metoda elementów skończonych w konstrukcjach nośnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2000.
- [Sanami2014] M. Sanami, N. Ravirala, K. Alderson, A. Alderson, *Auxetic Materials for Sports Applications*, *Procedia Engineering*, 2014, 72, 453-458. DOI: 10.1016/j.proeng.2014.06.079
- [Sawicki2010] J. Sawicki, *Płyty warstwowe w sztywnych okładzinach metalowych. Przewodnik dla inwestorów, architektów i wykonawców*, Medium, Warszawa 2010.
- [Shah2022] I.A. Shah, K. Rafiullah, S.S.R. Koloor, M. Petru, S. Badshah, S. Ahmad, M. Amjad, *Finite Element Analysis of the Ballistic Impact on Auxetic Sandwich Composite Human Body Armor*, *Materials*, 15(6), 2064, 2022. DOI: 10.3390/ma15062064
- [Smith2000] C.W. Smith, J.N. Grima, K.E. Evans, *A novel mechanism for generating auxetic behavior in reticulated foams: missing rib foam model*. *Acta Materialia*, 2000, 48(17), 4349–4356. DOI: 10.1016/S1359-6454(00)00269-X
- [Stopel2020] M. Stopel, *Metodyka wyznaczania stałych dla modelu konstytutywnego i modelu uszkodzenia Johnsona-Cooka*, Wydawnictwa Uczelniane Uniwersytetu Technologiczno-Przyrodniczego, Bydgoszcz 2020.
- [Stręć2017] T. Stręć, A. Matuszewska, H. Jopek, *Finite Element Analysis of the Influence of the Covering Auxetic Layer of Plate on the Contact Pressure*, *Physica Status Solidi B*, 2017, 254(12), 1700103-1 - 1700103-8. DOI: 10.1002/pssb.201700103
- [Stręć2019] T. Stręć, J. Michalski, H. Jopek, *Computational Analysis of the Mechanical Impedance of the Sandwich Beam with Auxetic Metal Foam Core*, *Physica Status Solidi B*, 2019, 256(1), 1800423-1 - 1800423-8. DOI: 10.1002/pssb.201800423
- [Turner1956] M.J. Turner, R.W. Clough, H.C. Martin, L.J. Topp, *Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures*, *Journal of the Aeronautical Sciences* 1956, 23(9), 805-823.
- [Wang2022] Y. Wang, *Auxetic Composite Laminates with Through-Thickness Negative Poisson's Ratio for Mitigating Low Velocity Impact Damage: A Numerical Study*, *Materials*, 2022, 15(9), 6963. DOI: 10.3390/ma15196963
- [Wu2012] S.R. Wu, L. Gu, *Introduction to the Explicit Finite Element Method for Nonlinear Transient Dynamics*, Wiley, Hoboken 2012.
- [Yang2018] C. Yang, H.D. Vora, Y. Chang, *Behavior of auxetic structures under compression and impact forces*, *Smart Materials and Structures*, 2018, 27(2), 025012. DOI: 10.1088/1361-665X/aaa3cf
- [Zenkert1995] D. Zenkert, *An Introduction to Sandwich Construction*, Engineering Materials Advisory Services, Warrington 1995.
- [Zhang2015] X. Zhang, H. Ding, L. An, X. Wang, *Numerical Investigation on Dynamic Crushing Behavior of Auxetic Honeycombs with Various Cell-Wall Angles*, *Advances in Mechanical Engineering*, 2015, 7(2). DOI: 10.1155/2014/679678
- [Zienkiewicz1967] O.C. Zienkiewicz, Y.K. Cheung, *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*, McGraw-Hill, Nowy Jork, 1967.

