

Politechnika Poznańska  
Wydział Budowy Maszyn i Zarządzania  
Instytut Mechaniki Stosowanej

Inżynierska praca dyplomowa

**Modelowanie i symulacja wymiany ciepła  
pomiędzy człowiekiem a otoczeniem**

**Michał Ciesielski**

Promotor:  
**dr hab. Tomasz Stręk, prof. nadzw.**

Poznań, 2013

## Spis treści

<b>1. Motywacja i cel pracy .....</b>	<b>3</b>
<b>2. Wymiana ciepła .....</b>	<b>4</b>
2.1 Radiacyjna wymiana ciepła .....	4
2.2 Konwekcja .....	5
2.3 Przewodzenie ciepła .....	5
2.4 Parowanie .....	7
2.5 Warunki graniczne .....	8
2.5.1 Warunki początkowe – warunki Cauchy’ego .....	8
2.5.2 Warunki brzegowe I rodzaju – warunki Dirichleta.....	8
2.5.3 Warunki brzegowe II rodzaju – warunki Neumanna.....	8
2.5.4 Warunki brzegowe III rodzaju – warunek brzegowy Robina .....	9
2.5.5 Warunki brzegowe IV rodzaju .....	9
2.6 Transport ciepła wewnątrz i na zewnątrz ludzkiego organizmu.....	10
2.7 Równanie Pennesa.....	11
2.8 Konwekcyjny współczynnik przenikania ciepła.....	12
<b>3. Krioterapia .....</b>	<b>14</b>
<b>4. Metoda elementów skończonych.....</b>	<b>16</b>
<b>5. Comsol Multiphysics.....</b>	<b>17</b>
<b>6. Metodologia procesu modelowania .....</b>	<b>19</b>
<b>7. Wyniki obliczeń .....</b>	<b>23</b>
7.1 Wyniki po przeprowadzeniu symulacji dla $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	23
7.2 Wyniki po przeprowadzeniu symulacji dla $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	29
7.3 Wyniki po przeprowadzeniu symulacji z siatką o zwiększonej ilości elementów skończonych dla $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	35
<b>8. Wnioski i uwagi końcowe .....</b>	<b>41</b>
<b>Literatura.....</b>	<b>44</b>
<b>Źródła internetowe.....</b>	<b>44</b>
<b>Spis rysunków.....</b>	<b>45</b>
<b>Spis tabel .....</b>	<b>45</b>
<b>Spis wykresów.....</b>	<b>45</b>
<b>Streszczenie .....</b>	<b>47</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>48</b>

## 1. Motywacja i cel pracy

Celem niniejszej pracy jest analiza wymiany ciepła pomiędzy ciałem człowieka a otoczeniem. Analiza ta zostanie dokonana na podstawie modelowania i symulacji wymiany ciepła do jakiej dochodzi podczas zabiegu krioterapii ogólnej w komorze kriogenicznej.

Krioterapia ogólna polega na wywołaniu w ludzkim organizmie stresu fizjologicznego spowodowanego ekstremalnie niskimi temperaturami sięgającymi minus 160 [°C]. Dzięki temu w ciele człowieka dochodzi do gwałtownego zwiększenia przepływu krwi. Skutkiem tego do komórek trafia zwiększona ilość składników odżywczych. Krioterapia ogólna stale się rozwija i znajduje nowe zastosowania w medycynie, rehabilitacji, fizjoterapii lub medycynie sportowej. Między innymi poprawia odporność, przyspiesza gojenie się urazów, zwiększa metabolizm, poprawia ogólne samopoczucie oraz sprawdza się jako profilaktyka urazowa podczas etapów przygotowań przez sportowców przed sezonem.

Równaniem, które będzie wykorzystane do przeprowadzenia analizy będzie równanie Pennesa [4]. Opisuje ono przepływ ciepła w tkance biologicznej. W równaniu tym uwzględnione są takie wielkości jak właściwości termofizyczne tkanki biologicznej, właściwości termofizyczne krwi oraz wydajność cieplna związana z metabolizmem człowieka. Na podstawie numerycznych rozwiązań równania Pennesa zostaną przedstawione rozkłady temperatur na powierzchni ciała człowieka po zabiegu krioterapii. Zaprezentowane zostaną również zależności temperatur poszczególnych części ludzkiego ciała od czasu wykonywanego zabiegu oraz zmiany temperatury wybranych części ciała ludzkiego w czasie.

Model wykorzystany do symulacji wymiany ciepła między ciałem człowieka a otoczeniem zostanie uproszczony do poziomu jednolitej tkanki opisanej za pomocą właściwości termofizycznych tkanki mięśniowej. Wpływ występowania dużych naczyń krwionośnych zostanie pominięty.

Do wykonania obliczeń oraz symulacji zostanie wykorzystany program Comsol Multiphysics 3.4.

## 2. Wymiana ciepła

Pod względem fizycznym wyróżnia się trzy różne sposoby wymiany ciepła. Są to: radiacyjna wymiana ciepła, konwekcja, oraz przewodzenie ciepła. Często wszystkie sposoby występują równocześnie. W praktyce jednak zawsze jeden z nich przeważa nad pozostałymi i istnieje możliwość analizowania go odrębnie. Rozdział drugi opracowano na podstawie materiałów zawartych w pozycjach bibliograficznych [7,8,9].

### 2.1 Radiacyjna wymiana ciepła

Najbardziej rozpoznawalną cechą radiacyjnej wymiany ciepła czyli wymiany ciepła przez promieniowanie jest to, iż zachodzi ona pomiędzy ciałami, które nie mają ze sobą kontaktu. Między nimi znajduje się ośrodek przenikliwy dla promieniowania termicznego. Radiacyjna wymiana ciepła może zachodzić nawet jeśli między ciałami znajduje się próżnia. Wymiana ta powstaje poprzez zamianę energii wewnętrznej ciała na energię radiacyjną. Następnie energia ta po napotkaniu innych ciał lub innych części tego samego ciała zostaje częściowo lub całkowicie pochłonięta i przekształcona w energię wewnętrzną. Radiacyjna wymiana ciepła powstaje jeśli ilość energii wypromieniowanej różni się od ilości energii pochłoniętej przez powierzchnię. Ogólne równanie bilansu promieniowania można zapisać w następujący sposób:

$$(2.1) \quad R_n = S_t + S_e - \rho_b(S_t + S_e) + \varepsilon(L_d + L_e) - \varepsilon L_b$$

gdzie:

$R_n$  - całkowity strumień promieniowania padającego na jednostkę powierzchni,

$S_t$  - składowa strumienia promieniowania słonecznego bezpośredniego i rozproszonego w atmosferze,

$S_e$  - składowa strumienia promieniowania słonecznego odbitego przez otoczenie,

$\rho_b$  - współczynnik odbicia powierzchni,

$L_d$  - strumień promieniowania atmosfery,

$L_e$  - strumień promieniowania otoczenia,

$L_b$  - strumień promieniowania ciała doskonale czarnego,

$\varepsilon$  - zdolność emisyjna powierzchni.

## 2.2 Konwekcja

Konwekcja polega na przekazywaniu ciepła poprzez makroskopowy ruch części płynu o różnych temperaturach. Tą złożoną formę wymiany ciepła za pomocą równania matematycznego opisał Newton. Równanie to ma następującą postać:

$$(2.2) \quad q_s = \alpha(T_s - T_p)$$

gdzie:

$q_s$  – gęstość strumienia ciepła [ $\frac{W}{m^2}$ ],

$\alpha$  – współczynnik przejmowania ciepła [ $\frac{W}{m \cdot K}$ ],

$T_s$  – temperatura powierzchni ciała [ $K$ ],

$T_p$  – temperatura płynu [ $K$ ].

Współczynnik przejmowania ciepła jest funkcją wielu zmiennych i zależy między innymi od ciepła właściwego, ciśnienia, prędkości ruchu, temperatury, lepkości środowiska ciekłego lub gazowego oraz gęstości. Jest on wyznaczany doświadczalnie.

Konwekcja występuje w przestrzeni ograniczonej lub nieograniczonej. W pierwszym przypadku wymiana ciepła odbywa się w zamkniętych elementach takich jak zbiornik lub rura. Konwekcja nieograniczona jest to opływanie przez płyn zewnętrznej części ciała stałego. Makroskopowy ruch części płynu może być spowodowany działaniem pompy, sprężarki, mieszadła. W takim przypadku jest to określane konwekcją wymuszoną. Konwekcją swobodną, czyli naturalną, jest wymiana ciepła spowodowana działaniem zewnętrznych sił masowych na części płynu o różnych temperaturach.

## 2.3 Przewodzenie ciepła

Przewodzenie ciepła zachodzi jeśli części jednego ciała lub dwa różne ciała bezpośrednio stykają się ze sobą. Wymiana ciepła polega na bezpośrednim przekazywaniu energii wewnętrznej. Przewodzenie w ciałach stałych odbywa się poprzez przekazywanie energii drgań atomów w sieci krystalicznej oraz energii ruchu

swobodnych atomów. Przewodzenie ciepła w płynach odbywa się dzięki przekazywaniu energii kinetycznej atomów i cząsteczek i najczęściej towarzyszy mu konwekcja.

Na ogół przewodzenie ciepła przebiega zgodnie z prawem Fouriera gęstość przewodzonego strumienia ciepła jest wprost proporcjonalna do gradientu temperatury:

$$(2.3) \quad q = -\lambda \nabla T.$$

Postać skalarna :

$$(2.4) \quad q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}$$

gdzie:

$\nabla T = grad T$  – gradient temperatury,

$q$  – gęstość strumienia ciepła [ $\frac{W}{m^2}$ ],

$\lambda$  – współczynnik przewodzenia ciepła (przewodność cieplna) [ $\frac{W}{m \cdot K}$ ],

$T$  – temperatura [K],

$n$  – współrzędna określająca kierunek przewodzenia [m].

Znak minus wynika z tego, że ciepło płynie zgodnie z ze spadkiem temperatury, tj. od ciała ciepłego do ciała zimnego.

Gradient temperatury opisuje największą zmianę temperatury w polu temperatury. Zmiana ta jest największa w kierunku prostopadłym do powierzchni izotermicznej, czyli powierzchni tworzonej przez zbiór punktów o jednakowej temperaturze. Gradient ten przyjmuje postać dla:

- kartezyjskiego układu współrzędnych

$$(2.5) \quad \nabla T = l_x \frac{\partial T}{\partial x} + l_y \frac{\partial T}{\partial y} + l_z \frac{\partial T}{\partial z},$$

- współrzędnych cylindrycznych

$$(2.6) \quad \nabla T = l_r \frac{\partial T}{\partial r} + l_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + l_z \frac{\partial T}{\partial z},$$

- sferycznego układu współrzędnych

$$(2.7) \quad \nabla T = l_r \frac{\partial T}{\partial r} + l_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + l_\phi \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi}$$

gdzie  $l$  stanowi składowe wektora jednostkowego.

## 2.4 Parowanie

Parowanie jest to podstawowy mechanizm zapobiegający przegrzaniu się organizmów stałocieplnych w gorących środowiskach. Parowanie, czyli przekształcenie wody w parę wodną, powoduje ochładzanie się organizmu ponieważ jest procesem endotermicznym co oznacza, że proces wymiany ciepła z otoczeniem ma bilans ujemny. Wymiana materii pomiędzy żywymi organizmami o otoczeniem zachodzi na drodze dyfuzji cząsteczkowej oraz dyfuzji turbulentnej. Dyfuzja cząsteczkowa w przypadku zwierząt, a więc i ludzi, zachodzi we wnętrzu organizmu, a konkretnie w płucach, oraz w cienkiej warstwie powietrza otaczającej organizm. Dyfuzja turbulentna natomiast zachodzi atmosferze. Wymiana materii pomiędzy żywym organizmem a otoczeniem na tej drodze zachodzi poprzez przekształcenie energii ruchu turbulentnego w ciepło. Gęstość strumienia ciepła traconego w skutek parowania wyraża się poprzez wzór, który ma następującą postać:

$$(2.8) \quad q_E = \frac{h_E}{\gamma} (p_s - p_o),$$

gdzie:

$q_E$  - to gęstość strumienia ciepła,

$h_E$  - współczynnik przenoszenia ciepła przez parowanie,

$\gamma$  - stała psychometryczna,

$p_s$  - ciśnienie cząstkowe par wodnej na powierzchni skóry organizmów stałocieplnych,

$p_o$  - ciśnienie cząstkowe pary wodnej w otoczeniu.

## 2.5 Warunki graniczne

Aby uzyskać tylko jedno rozwiązanie równania różniczkowego nieustalonego przewodzenia ciepła dla konkretnie rozpatrywanego przypadku należy tak sformułować warunki jednoznaczności, aby rozwiązanie to zależało w sposób ciągły od warunków granicznych. Na warunki graniczne składają się warunki brzegowe oraz warunki początkowe. Warunki brzegowe określają warunki wymiany ciepła na powierzchniach badanego ciała, natomiast warunki początkowe określają sposób rozkładania się temperatury w początkowej chwili. Warunki brzegowe dla przewodzenia ciepła mogą być określone na wiele sposobów. Mimo to z praktycznego punktu widzenia uzasadnione zastosowanie mają jedynie cztery z nich.

### 2.5.1 Warunki początkowe – warunki Cauchy’ego

Są to warunki, które określają wartości temperatury ciała w chwili początkowej  $t_0=0$  [s]. warunki początkowe przyjmują postać:

$$(2.9) \quad T(r, t)|_{t=0} = T_0(r)$$

gdzie  $r$  jest wektorem pozycyjnym analizowanego punktu.

### 2.5.2 Warunki brzegowe I rodzaju – warunki Dirichleta

Warunek brzegowy tego rodzaju określa rozkład temperatury na powierzchni ciała w każdej chwili. Przyjmuje on postać:

$$(2.10) \quad T(r, t)|_A = T_A(r_A, t)$$

gdzie  $r_A$  oznacza wektor pozycyjny punktu leżącego na powierzchni ciała.

### 2.5.3 Warunki brzegowe II rodzaju – warunki Neumanna

Warunki brzegowe drugiego rodzaju opisują rozkład gęstości strumienia ciepła na powierzchni ciała w każdej chwili.

Dla ciał izotropowych warunek ten przyjmuje postać:

$$(2.11) \quad \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right) \Big|_A = q(r_A, t).$$



Dla ciał anizotropowych:

$$(2.12) \quad \Lambda \nabla T \cdot n|_A = q(r_A, t).$$

W przypadku, w którym główne osie anizotropii pokrywają się z osiami układu współrzędnych otrzymujemy warunek w postaci:

$$(2.13) \quad \left( \lambda_{xx} \frac{\partial T}{\partial x} n_x + \lambda_{yy} \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda_{zz} \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) \Big|_A = q(r_A, t)$$

W takim przypadku  $n_x = \cos(n, x)$ ,  $n_y = \cos(n, y)$ ,  $n_z = \cos(n, z)$  są kosinusami kierunkowymi normalnych do powierzchni.

#### 2.5.4 Warunki brzegowe III rodzaju – warunek brzegowy Robina

Warunki te opisują temperaturę płynu otaczającego ciało oraz współczynnik przejmowania ciepła w każdym miejscu powierzchni ciała oraz w każdej chwili. Można je opisać za pomocą wzoru Newtona (2.1), który był przedstawiony w rozdziale 2.2.

$$(2.2) \quad q_s = \alpha(T_s - T_p).$$

Wzór ten mówi o tym, że gęstość strumienia ciepła jest wprost proporcjonalna do różnicy temperatur powierzchni ciała i płynu.

#### 2.5.5 Warunki brzegowe IV rodzaju

Warunki brzegowe czwartego rodzaju opisują warunki na styku dwóch powierzchni. W przypadku kiedy taki styk jest idealny warunki te zakładają równość temperatury po obu stronach powierzchni.

$$(2.14) \quad T_{s1} = T_{s2}.$$

W rzeczywistości jednak dwie warstwy powierzchni nie stykają się ze sobą idealnie. Każda powierzchnia posiada pewną chropowatość, co prowadzi do gromadzenia się płynu, w postaci cieczy lub gazu, między nierównościami. Płyn znajdujący się między wierzchołkami nierówności ma mniejszą przewodność cieplną niż dwa ciała sąsiadujące ze sobą. Prowadzi to do występowania termicznego oporu kontaktowego. Opór ten jest wyznaczany na podstawie przeprowadzanych doświadczeń. Najczęściej zależy on od chropowatości powierzchni, nacisków występujących na powierzchni, rodzaju ośrodka między nierównościami powierzchni oraz od temperatury w polu styku.

Tak więc warunek brzegowy przy rzeczywistym styku jest wyrażany za pomocą współczynnika wymiany ciepła przez styk  $h_s$ . współczynnik ten jest odwrotnością termicznego oporu kontaktowego. Warunek ten ma postać:

$$(2.15) \quad q_s = h_s(T_{s1} - T_{s2})$$

gdzie:

$$(2.16) \quad h_s = \frac{1}{r_s}$$

a  $r_s$  to – termiczny opór kontaktowy.

## 2.6 Transport ciepła wewnątrz i na zewnątrz ludzkiego organizmu

Ponieważ w przypadku organizmów stałocieplnych występuje bardzo skomplikowane i nieustalone pole temperatury, opisując rozkład temperatury wyróżnia się wnętrze, inaczej jądro oraz powierzchnie zewnętrzne, czyli powłokę. Taki podział organizmu jest wymuszony trudnością w opisie jego pola temperatury, wynikającą ze zróżnicowania wytwarzania ciepła w różnych narządach, ich nieregularnych kształtów, konwekcyjnego transportu ciepła przez naczynia krwionośne oraz zmiennej izolacji ciała.

W odróżnieniu od powłoki jądro stanowi część organizmu, w której temperatura jest stała i w przybliżeniu wynosi 37° C. W jego skład wchodzi: wnętrze jamy brzusznej, wnętrze klatki piersiowej, wnętrze czaszki oraz wnętrze części mięśni. W przypadku ludzkiego organizmu, który znajduje się w otoczeniu o niewielkich zmianach temperatury, masę jądra określa się w przedziale od 65 do 80% masy ciała. W przypadku, w którym temperatura otoczenia cechuje się znacznymi zmianami temperatury, jego masa spada do 50% masy ciała. Temperaturę jądra najlepiej oddaje temperatura moczu.

W powłoce występują większe wahania temperatury niż w jądrze. Mimo to granica między tymi dwoma obszarami ludzkiego organizmu jest płynna. Transport ciepła wytworzonego w jądrze organizmu do jego powłoki odbywa się na drodze konwekcji oraz przewodnictwa cieplnego. Wymiana ciepła między organizmem a otoczeniem zależy od ośrodka, w którym organizm się znajduje. Jeśli ośrodkiem otaczającym człowieka jest woda, wymiana odbywa się na zasadzie przewodnictwa

cieplnego oraz konwekcji. Natomiast jeśli środowiskiem otaczającym ludzki organizm jest powietrze, ciepło z powłoki do otoczenia jest transportowane na drodze promieniowania, konwekcji oraz parowania.

## 2.7 Równanie Pennesa

Równanie Pennesa jest to podstawowe równanie służące do opisu sposobu przepływu ciepła w ludzkiej tkance. Jest równaniem różniczkowym dyfuzji zawierającym składniki opisujące perfuzję krwi w ciele człowieka oraz przemiany metaboliczne. Równanie to jest stosowane do opisywania zagadnień przepływu ciepła w ciele człowieka w tkance, w której występuje duża ilość naczyń krwionośnych o małych rozmiarach, naczyń włosowatych. Istnieje również możliwość rozpatrywania modeli, w których występują podobszary dużych naczyń krwionośnych. W takiej sytuacji równanie Pennesa można uzupełnić równaniami, które opisują procesy cieplne jakie zachodzą w takich podobszarach.

Równanie to ma postać:

$$(2.17) \quad c(T) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \text{div}[\lambda(T) \text{grad}T(x,t)] + Q_{perf} + Q_{met}$$

gdzie:

$c(T)$  – ciepło właściwe tkanki odniesione do jednostki objętości,

$\lambda(T)$  – współczynnik przewodzenia ciepła,

$Q_{perf}$  - wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związanych z perfuzją krwi  $[\frac{W}{m^3}]$ ,

$Q_{met}$  - wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związanych z metabolizmem  $[\frac{W}{m^3}]$ ,

$T = T(x, t)$  – temperatura,

$x$  – współrzędne geometryczne,

$t$  – czas.

Postać operatora  $\text{div}[\lambda(T) \text{grad}T(x,t)]$  zależy od tego jaki układ współrzędnych zostanie przyjęty. W przypadku, w którym badane ciało znajduje się w stanie ustalonym  $\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$  przyjmuje wartość 0, natomiast  $T = T(x)$ .

Równanie opisujące wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związanych z perfuzją krwi ma postać:

$$(2.18) \quad Q_{perf} = c_B G_B [T_B - T(x, t)]$$

gdzie:

$c_B$  - ciepło właściwe krwi odniesione do jednostki objętości,

$T_B$  - temperatura krwi,

$G_B$  - współczynnik perfuzji.

Wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związanych z metabolizmem, w przeciwieństwie do tych związanych z perfuzją krwi najczęściej przyjmuje się jako wartość stałą. Problem stanowi fakt, że wraz ze zmianą warunków aktywności wartość ta zmienia się w dość znaczący sposób. W przypadku, w którym badane ciało znajduje się w warunkach wysiłku fizycznego, wydajność źródła związanego z metabolizmem może sięgnąć wartości kilkuset tysięcy  $[\frac{W}{m^3}]$ . Natomiast w chwili wypoczynku wartość ta osiąga kilkanaście tysięcy  $[\frac{W}{m^3}]$ .

## 2.7 Konwekcyjny współczynnik przenikania ciepła

Modelowanie przepływu ciepła między ciałem człowieka a otoczeniem jest bardzo skomplikowanym działaniem [3]. Dzieje się tak ze względu na fakt, iż ludzki organizm jest bardzo zróżnicowany pod względem budowy. Różne części ciała charakteryzują się odmienną grubością skóry, procentowym udziałem tkanki tłuszczowej oraz mięśniowej lub też zróżnicowanym ukrwieniem narządów oraz występowaniem dużych naczyń krwionośnych. Z tego powodu ludzki organizm będzie odmiennie reagował w różnych częściach ciała na zmiany temperatury otoczenia. Aby ułatwić numeryczne modelowanie przepływu ciepła w ludzkim organizmie, posługuje się konwekcyjnym współczynnikiem przenikania ciepła -  $h_c$ . Współczynnik ten jest inny dla każdego osobnego segmentu ciała takiego jak głowa, klatka piersiowa, ramię czy stopa. Jednostką w jakiej wyraża się wielkość tego współczynnika jest  $[\frac{W}{m^2 \cdot K}]$ . W poniższej tabeli przedstawiono wartości jakie przyjmuje konwekcyjny współczynnik przenikania ciepła dla różnych segmentów nagiego ludzkiego ciała w pozycji stojącej,

w otoczeniu nieruchomego powietrza czyli takiego, którego prędkość nie przekracza  $0,1 \frac{m}{s}$ .

Segment ciała	$h_c \left[ \frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$
Stopa	5,1
Podudzie	4,1
Udo	4,1
Miednica	3,4
Głowa	3,6
Dłoń	4,1
Przedramię	3,7
Ramię	2,9
Klatka piersiowa	3,0
Plecy	2,9
Całe ciało	3,4

Tabela 1. Wartość konwekcyjnego współczynnika przenikania ciepła

### 3. Krioterapia

Krioterapia jest to leczenie zimnem. Obecnie wyróżnia się dwa sposoby stosowania krioterapii. Jest to krioterapia miejscowa, zwana również kriodestrukcją, oraz krioterapię ogólną. Rozdział trzeci opracowano na podstawie danych z [10,13].

Krioterapia miejscowa polega na zadziałaniu bardzo niską temperaturą na miejsce zmienione chorobowo. W skutek cyklicznego powtarzania zabiegu dochodzi do zamarzania komórek oraz pękania błon biologicznych. Następstwem tego jest zniszczenie chorych tkanek. Temperatura jaką działa się podczas zabiegu na pacjenta zależy od rodzaju stosowanej metody. Obecnie w lecznictwie stosuje się metody takie jak okłady z wykorzystaniem woreczków z lodem, częściowa kąpiel w wodzie z lodem, nadmuchi parami azotu lub nadmuchi zimnym powietrzem. Podczas stosowania metody z wykorzystaniem zimnego powietrza temperatura gazu u wylotu z dyszy wynosi od  $-30^{\circ}\text{C}$  do  $-34^{\circ}\text{C}$ , natomiast podczas stosowania nadmuchu parami azotu temperatura ta wynosi od  $-160^{\circ}\text{C}$  do  $-196^{\circ}\text{C}$ .



*Rys.1. Zabieg krioterapii miejscowej [14]*

Krioterapia ogólna polega na zadziałaniu niskimi temperaturami na cały organizm człowieka. Wykorzystuje się do tego specjalne komory kriogeniczne zwane również kriokomorami. Czas zabiegu jest dobierany indywidualnie dla każdego organizmu, nie przekracza on jednak trzech minut. Podczas zabiegu temperatura w komorze może wynosić nawet  $-160^{\circ}\text{C}$ . Do uzyskania tak niskich temperatur podczas zabiegu wykorzystuje się chłodzenie ciekłym azotem, ciekłym syntetycznym powietrzem (ciekłą mieszaniną azotu i tlenu) lub agregaty chłodnicze. W przeciwieństwie do kriodestrukcji, krioterapia ogólna nie polega na niszczeniu

niepożądanych tkanek. Organizm poddany przez krótki czas tak niskim temperaturom ulega zjawisku zwanemu stresem fizjologicznym. Zjawisko to polega na wywołaniu w ludzkim organizmie reakcji obronnej spowodowanej niskimi temperaturami. Organizm pod wpływem tak ekstremalnych temperatur gwałtownie rozszerza naczynia krwionośne skutkiem czego jest zwiększony dopływ tlenu, składników odżywczych oraz substancji przeciwzapalnych do komórek. Stres fizjologiczny jakiemu poddany jest organizm bezpośrednio po zabiegu powoduje zwiększenie przemiany materii, regenerację uszkodzonych tkanek, usuwa obrzęk oraz zwiększa elastyczność mięśni. Innym korzystnym działaniem tak niskich temperatur na ciało człowieka jest łagodzenie występującego bólu. Pozwala to na wykorzystanie krioterapii podczas leczenia chorób narządów ruchu takich jak reumatoidalne zapalenie stawów oraz chorób zwyrodnieniowych stawów. W szerszym ujęciu krioterapia ogólna powoduje znaczne zwiększenie odporności oraz wzmocnienie kości i mięśni.



*Rys.2. Komora kriogeniczna [12]*

Ponieważ przyspieszeniu ulega regeneracja uszkodzonych tkanek, krioterapia znalazła swoje zastosowanie również w sporcie. Większość urazów w tej dziedzinie spowodowanych przeciążeniem prowadzi do destrukcji tkanki łącznej ochraniającej stawy. Leczeniu za pomocą komór kriogenicznych mogą podlegać ostre urazy takie jak stłuczenia mięśni, krwiaki śródmięśniowe lub też skręcenia stawów. Zabiegi w kriokomorach są również zalecane podczas regeneracji po przeprowadzonej operacji więzadeł, kości lub ścięgien. Innym zastosowaniem tych zabiegów w sporcie jest przeprowadzenie odnowy biologicznej lub też profilaktyka urazów, które mogą się pojawić w wyniku przeciążeń związanych z intensywnymi przygotowaniem do sezonu.

## 4. Metoda elementów skończonych

Metoda elementów skończonych (w skrócie MES) jest to metoda numeryczna, która jest stosowana do rozwiązywania problemów inżynierskich lub też problemów matematycznych w fizyce. Rozdział opracowano na podstawie wprowadzenia do metody elementów skończonych [5].

Istotą MES jest podział jednolitego układu na równoważny układ składający się ze skończonej ilości mniejszych ciał. Podział ten jest nazywany dyskretyzacją układu, a uzyskany w jego skutku model nazywany jest modelem dyskretnym. Ciała na które podzielono układ ciągły nazywa się też elementami skończonymi. Dyskretyzacji ulegają również obciążenia ciągłe, skupione oraz powierzchniowe jak i warunki brzegowe zadane w rozwiązywanym problemie. Elementy skończone po przeprowadzonej dyskretyzacji połączone są ze sobą we wspólnych węzłach. Jeden węzeł może być wspólny dla dwóch jak i większej liczby elementów. Ciała z których składa się model dyskretny oddziałują na siebie jedynie w powstałych węzłach. Ponieważ dyskretyzacji uległy również obciążenia, w modelu dyskretnym są one zastępowane siłami skupionymi, które są statycznie równoważne oraz są przyłożone w węzłach. MES jest bardzo użyteczny podczas rozwiązywania skomplikowanych zagadnień tj. takich, w których uzyskanie rozwiązania analitycznego jest niezwykle trudne. Najczęściej są to przypadki, w których występuje złożony stan obciążenia, zastosowanie znalazły różne materiały, określone zostały różnorodne warunki brzegowe oraz geometria konstrukcji jest niezwykle skomplikowana. Wyróżnić możemy następujące typy elementów skończonych:

- liniowy, jednowymiarowy
- płaski, dwuwymiarowy
- bryłowy trójwymiarowy

Typ liniowy elementów skończonych znajduje zastosowanie w rozwiązywaniu zadań dotyczących układów sprężyn, konstrukcji prętowych i belkowych oraz ram i rur.

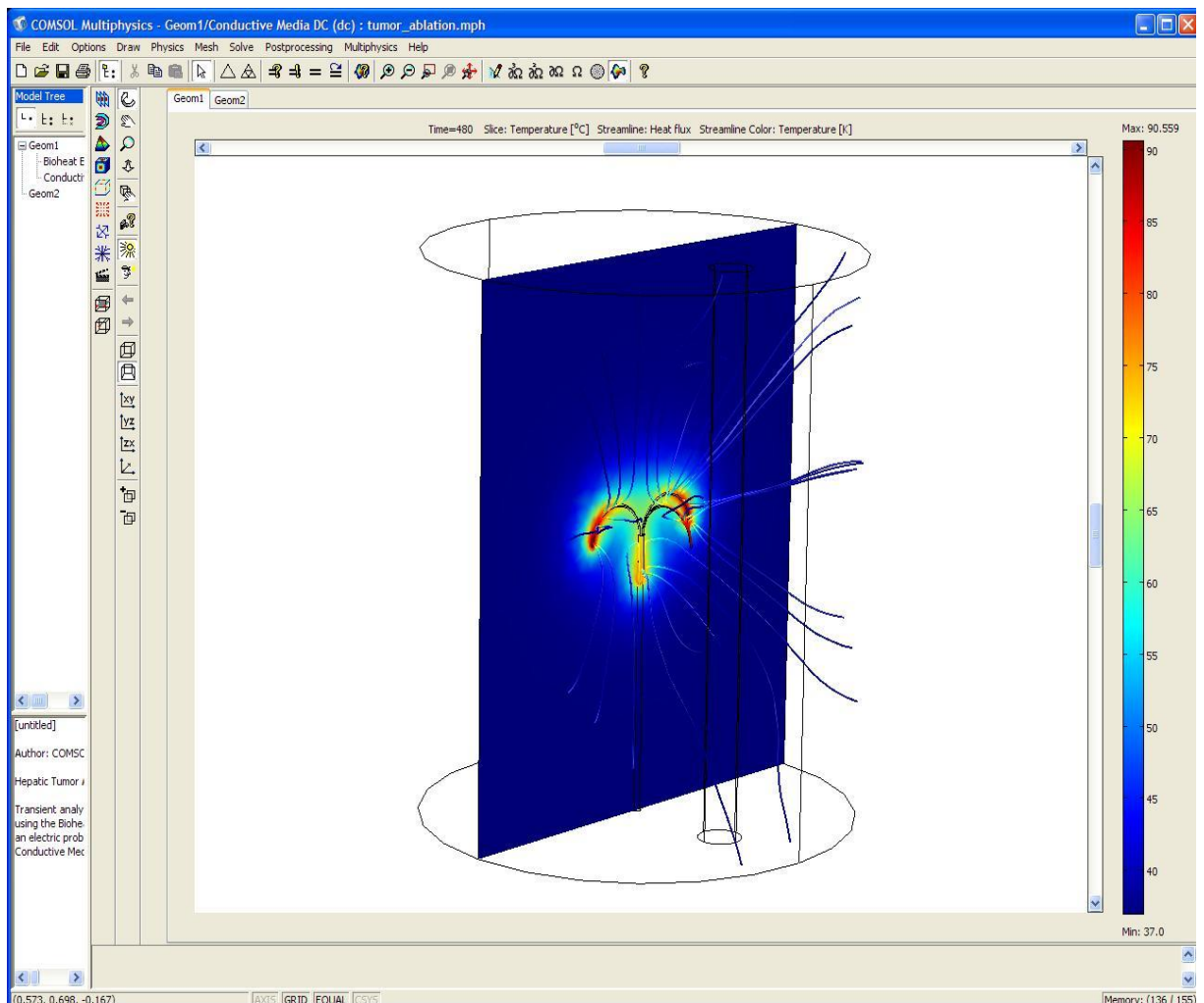
Płaski typ elementów skończonych występuje w zagadnieniach płaskich i pomaga w rozwiązaniu zadań dotyczących elementów takich jak membrany, tarcze, płyty.

Typy elementów trójwymiarowych tj. bryłowych występują w zagadnieniach dotyczących naprężeń, pól temperatury oraz przemieszczeń, korpusów.



## 5. Comsol Multiphysics

Procesy modelowania oraz symulacji wymiany ciepła między ciałem człowieka a otoczeniem zostały wykonane w programie Comsol Multiphysics [1], wersji 3.4. Jest to program służący do rozwiązywania problemów inżynierskich za pomocą układów nieliniowych równań różniczkowych cząstkowych oraz symulowania ich zachowania. Program umożliwia modelowanie prostych kształtów geometrycznych oraz importowanie bardziej złożonych, dyskretyzację układu, określenie warunków fizycznych, dowolne definiowanie warunków brzegowych, przeprowadzenie symulacji, prezentację wyników. Bardzo istotną zaletą tego programu jest możliwość importowania elementów zamodelowanych w programach wspierających komputerowe projektowanie, co pozwala na przeprowadzanie analiz bardziej skomplikowanych konstrukcyjnie elementów.



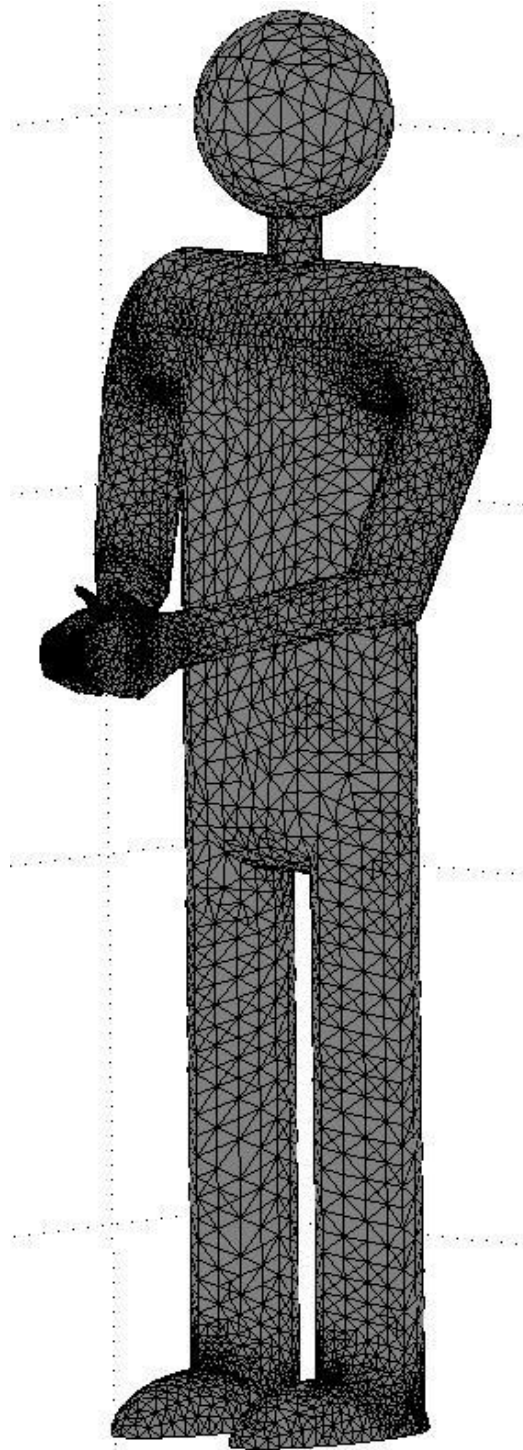
Rys.3.Okno program Comsol Multiphysics 3.4

Program ten zawiera bardzo obszerne biblioteki materiałów. Ponadto możliwe jest również określenie własnego materiału poprzez wprowadzenie jego parametrów fizycznych. Podobnie jest z warunkami początkowo – brzegowymi, które można definiować wprowadzając zmienne zależne.

Comsol Multiphysics zawiera dużą liczbę zaimplementowanych modułów pozwalających na rozwiązanie zadań związanych z bardzo szerokim wachlarzem zagadnień fizycznych. Podczas wykonywania symulacji związanych z tematyką niniejszej pracy korzystano z modułu Bioheat Transfer opisującego przepływ biociepła, na podstawie przewodzenia ciepła, konwekcji oraz radiacyjnej wymiany ciepła. Moduł ten opiera swoje obliczenia na równaniu Pennesa, w którym uwzględniono źródła ciepła związane z perfuzją krwi oraz z metabolizmem człowieka.

## 6. Metodologia procesu modelowania [2,6]

W celu przeprowadzenia symulacji niezbędne było zamodelowanie ludzkiego ciała. Na rysunku 4 przedstawiono uproszczony model dyskretny ciała człowieka.



*Rys.4. Model dyskretny ciała człowieka [11]*

Jest to uproszczony model ludzkiego ciała z zachowanymi proporcjami, który po podstawieniu odpowiednich wartości do równania Pennesa oraz określeniu warunków początkowo – brzegowych w programie przeznaczonym do symulacji pozwoli na przeanalizowanie rozkładu temperatur w ciele człowieka w trakcie zabiegu w komorze kriogenicznej.

W programie Comsol Multiphysics 3.4 równanie Pennesa przyjmuje postać:

$$(6.1) \quad \delta_{ts}\rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k\nabla T) = \rho_b C_b \omega_b (T_b - T) + Q_{met} + Q_{ext}$$

gdzie:

$\delta_{ts}$  – współczynnik skalowania czasu,

$T$  – temperatura [K],

$\rho$  – gęstość tkanki [ $\frac{kg}{m^3}$ ],

$C$  – ciepło właściwe tkanki [ $\frac{J}{kg \cdot K}$ ],

$k$  – współczynnik przewodzenia ciepła tkanki biologicznej [ $\frac{W}{m \cdot K}$ ],

$\rho_b$  – gęstość krwi [ $\frac{kg}{m^3}$ ],

$C_b$  – ciepło właściwe krwi [ $\frac{J}{kg \cdot K}$ ],

$\omega_b$  – współczynnik perfuzji krwi [ $\frac{1}{s}$ ],

$T_b$  – temperatura krwi tętniczej [K],

$Q_{met}$  – wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związanych z metabolizmem [ $\frac{W}{m^3}$ ],

$Q_{ext}$  – opisuje wydajność zewnętrznych źródeł ciepła [ $\frac{W}{m^3}$ ].

Gęstość, ciepło właściwe oraz współczynnik przewodzenia ciepła przyjmują różne wartości dla każdego rodzaju ludzkiej tkanki. Na potrzeby przeprowadzenia analizy przyjęto wartości, którymi cechuje się tkanka mięśniowa. Wynoszą one odpowiednio:

$$\rho = 1050 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

$$C = 3700 \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

$$k = 0,5 \left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$$

Dla właściwości krwi, niezbędnych do przeprowadzenia symulacji, zostały przyjęte następujące wartości:

$$\rho_b = 1060 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

$$C_b = 3600 \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

$$\omega_b = 0,0005 \left[ \frac{1}{s} \right]$$

$$T_b = 310,15 [K]$$

Wydajność wewnętrznych źródeł ciepła związanych z metabolizmem jest wielkością stałą i zależy od wykonywanej przez człowieka czynności. Ponieważ w komorze kriogenicznej nie wykonuje się intensywnego wysiłku, przyjęto wartość  $Q_{met} = 700 \left[ \frac{W}{m^3} \right]$ .

W przeprowadzanej symulacji nie przewidziano wpływu zewnętrznych źródeł ciepła na badane ciało, z tego powodu  $Q_{ext} = 0 \left[ \frac{W}{m^3} \right]$ .

Dla warunków początkowych przyjęto przybliżoną wartość temperatury zdrowego ludzkiego organizmu, czyli 37°C.

$$T_0 = 310.15 [K]$$

Warunki brzegowe w programie Comsol Multiphysics dla modułu służącego do modelowania i symulowania przepływu biociepła mają postać:

$$(6.2) \quad n \cdot (k\nabla t) = q_0 + h(T_{inf} - T).$$

W celu poprawnego zamodelowania powyższego warunku brzegowego niezbędne jest wprowadzenie wielkości:

$q_0$  – strumień ciepła skierowany do wewnątrz organizmu [ $\frac{W}{m^2}$ ],

$h$  – konwekcyjny współczynnik przenikania ciepła [ $\frac{W}{m \cdot K}$ ],

$T_{inf}$  – temperatura zewnętrzna (otoczenia) [K].

Ponieważ nie przewidziano kierowania na organizm żadnego strumienia ciepła wielkość  $q_0$  przyjmie wartość 0 [ $\frac{W}{m^2}$ ]. Wartość konwekcyjnego współczynnika przenikania ciepła jest różna dla każdego elementu ciała. Model przedstawiony na rysunku 4 umożliwia definiowanie tego współczynnika dla każdego segmentu ciała. Wielkość ta została zamodelowana zgodnie z tabelą 1, przedstawioną w rozdziale 2.7.

## 7. Wyniki obliczeń

W tym rozdziale przedstawiono wyniki symulacji wymiany ciepła między człowiekiem a otoczeniem do jakiej dochodzi podczas zabiegu krioterapii w komorze kriogenicznej. Symulacje były przeprowadzane dla dwóch różnych wartości temperatury otoczenia, czyli temperatury panującej w komorze. W pierwszym przypadku zadana temperatura wynosiła  $T_{inf} = 113.15$  [K] ( $-160^{\circ}$  C), natomiast w drugim  $T_{inf} = 213.15$  [K] ( $-60^{\circ}$  C). Dodatkowo przeprowadzono symulację dla modelu dyskretnego ciała człowieka o zwiększonej liczbie elementów skończonych. Analizie po przeprowadzonych symulacjach poddano zależność spadku temperatury od czasu trwania zabiegu dla różnych punktów zlokalizowanych na powierzchni modelu ciała człowieka. Czas trwania wszystkich trzech symulacji wynosił 180 sekund. Jest to maksymalnie dopuszczalny czas pobytu człowieka w komorze kriogenicznej. Do przeprowadzenia symulacji w programie Comsol Multiphysics 3.4 posłużyło równanie Lagrange'a o funkcji kształtu drugiego stopnia.

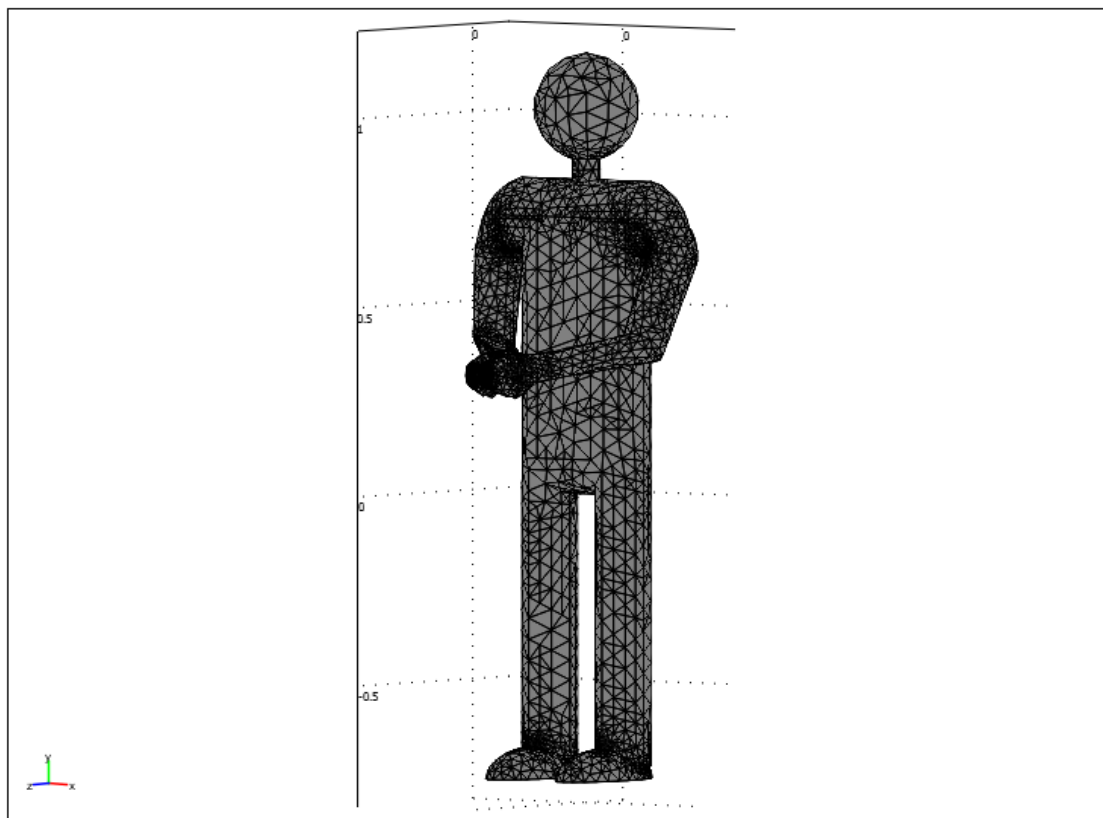
### 7.1 Wyniki po przeprowadzeniu symulacji dla $T_{inf} = 113.15$ [K]

Statystyki siatki wykorzystanej do obliczeń oraz symulacji:

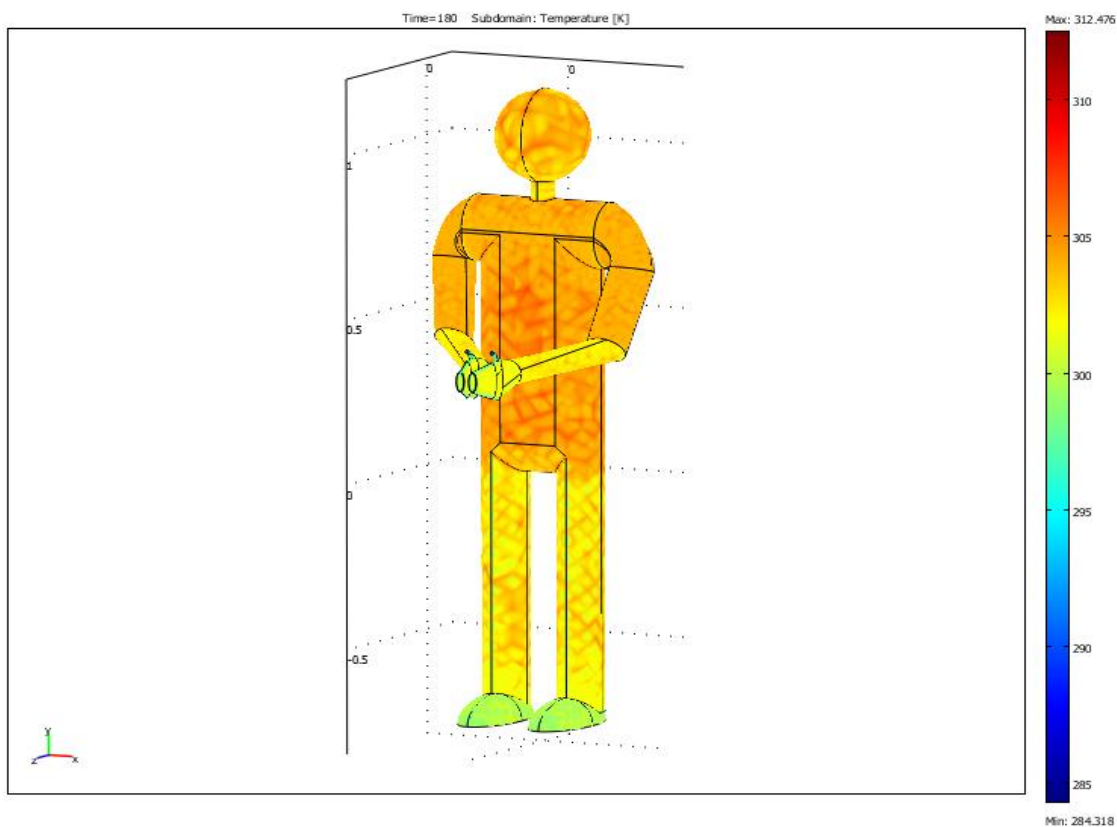
- Liczba elementów: 110621
- Liczba elementów brzegowych: 14976
- Liczba stopni swobody: 163817

Rys. 5 oraz rys. 6 przedstawiają kolejno zdjęcie modelu dyskretnego ciała człowieka, który posłużył do przeprowadzenia symulacji oraz zdjęcie rozkładu temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka po przeprowadzonej symulacji.

Dalej na wykresach 1 – 9 przedstawiono zależności temperatury ciała człowieka od czasu trwania zabiegu dla różnych punktów zlokalizowanych na powierzchni modelu ciała człowieka. Wielkość czasu wyrażana w sekundach została przedstawiona na osi poziomej wykresów.

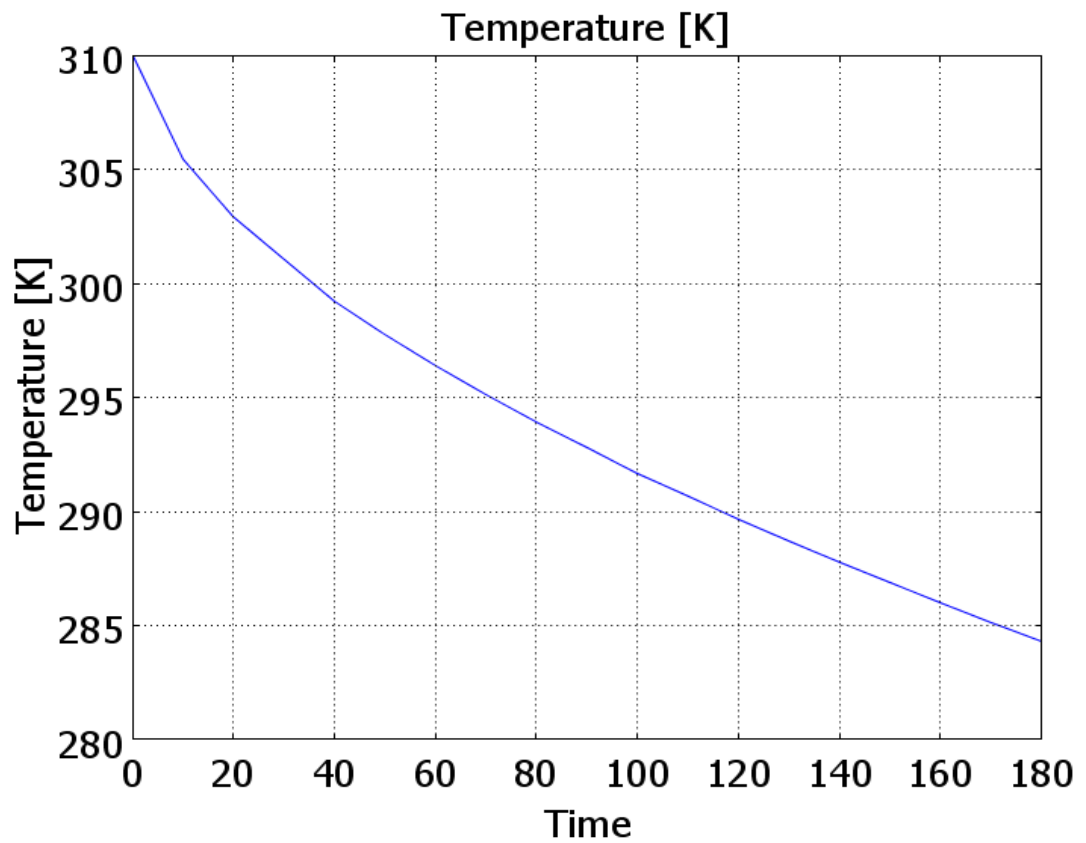


Rys.5. Model dyskretny ciała człowieka dla symulacji  $T_{inf} = 113.15 [K]$

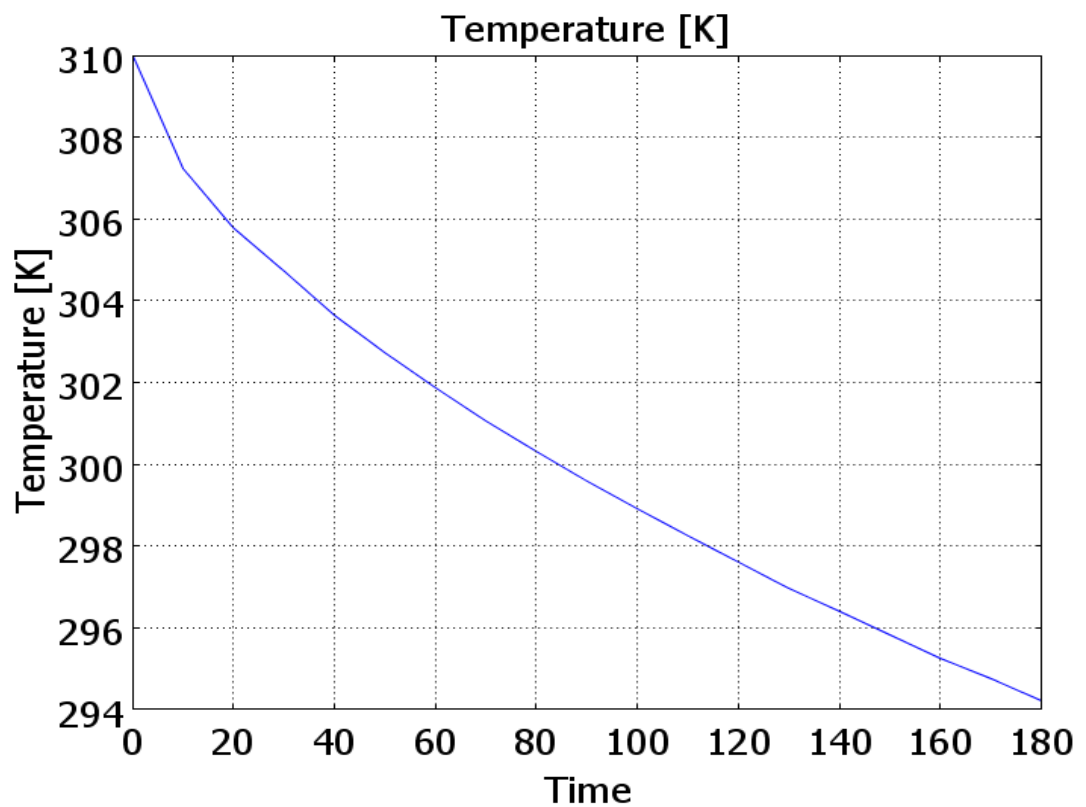


Rys.6. Rozkład temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka dla symulacji  $T_{inf} = 113.15 [K]$

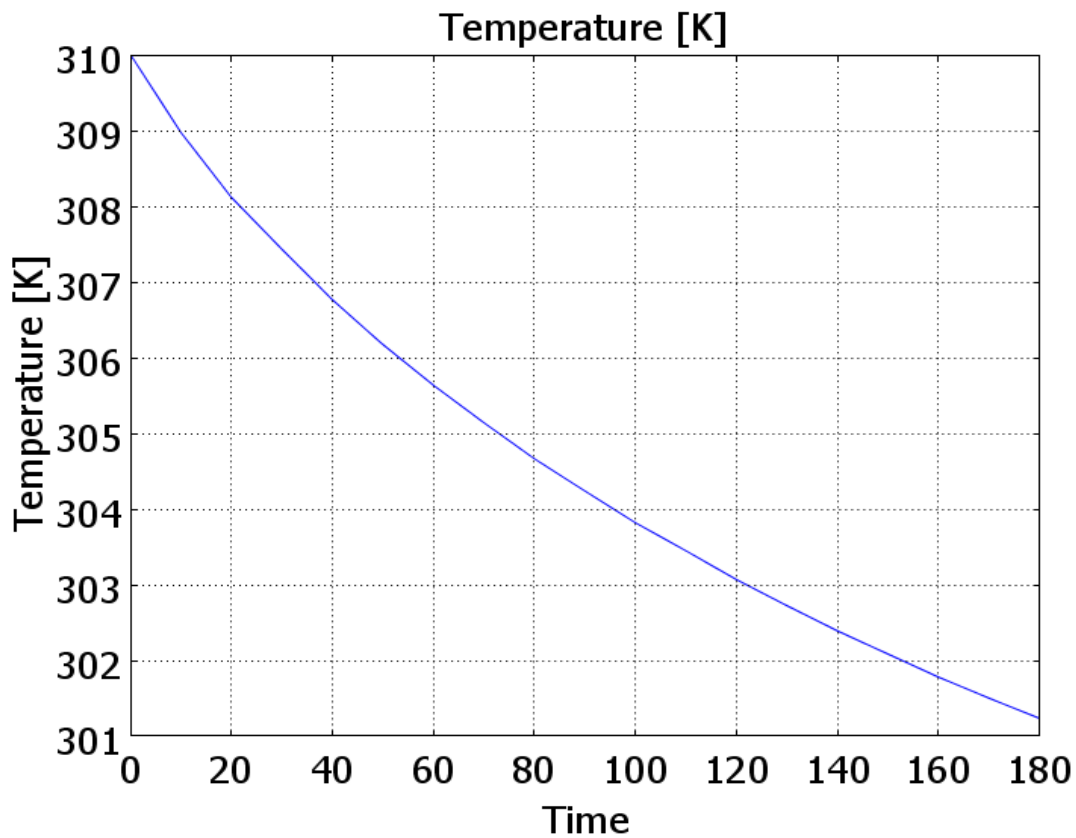




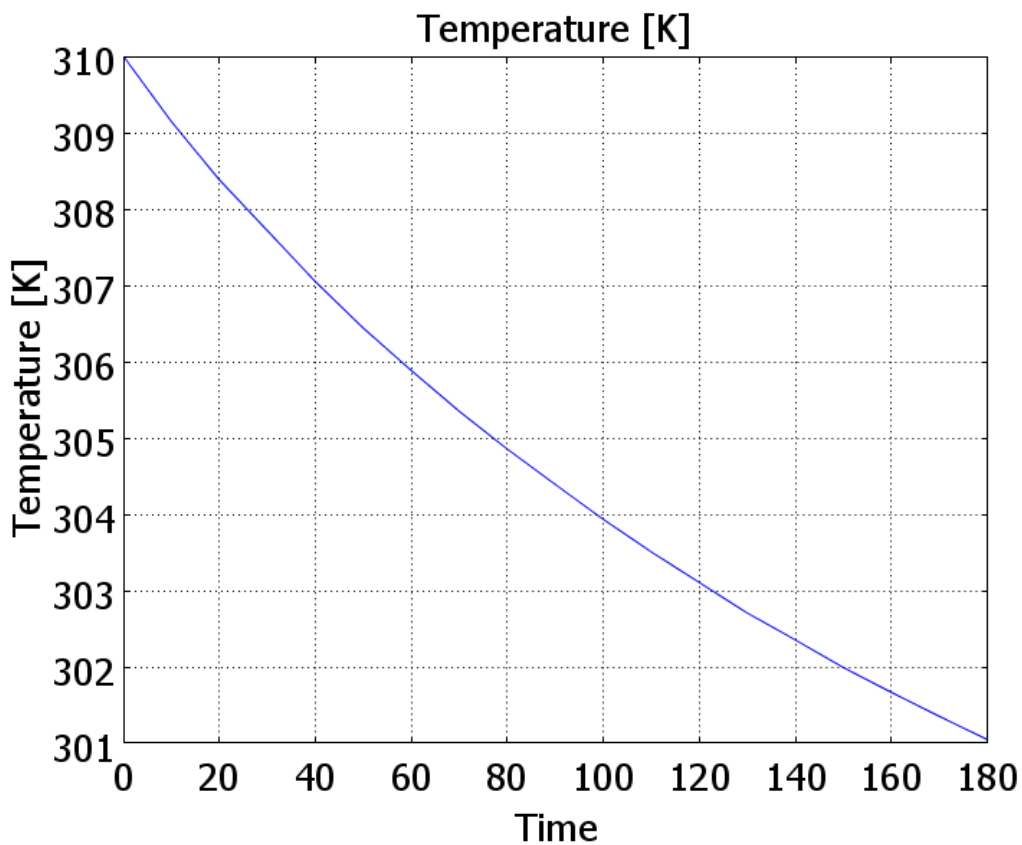
Wykres 1 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla kciuka przy  $T_{inf} = 113.15 [K]$



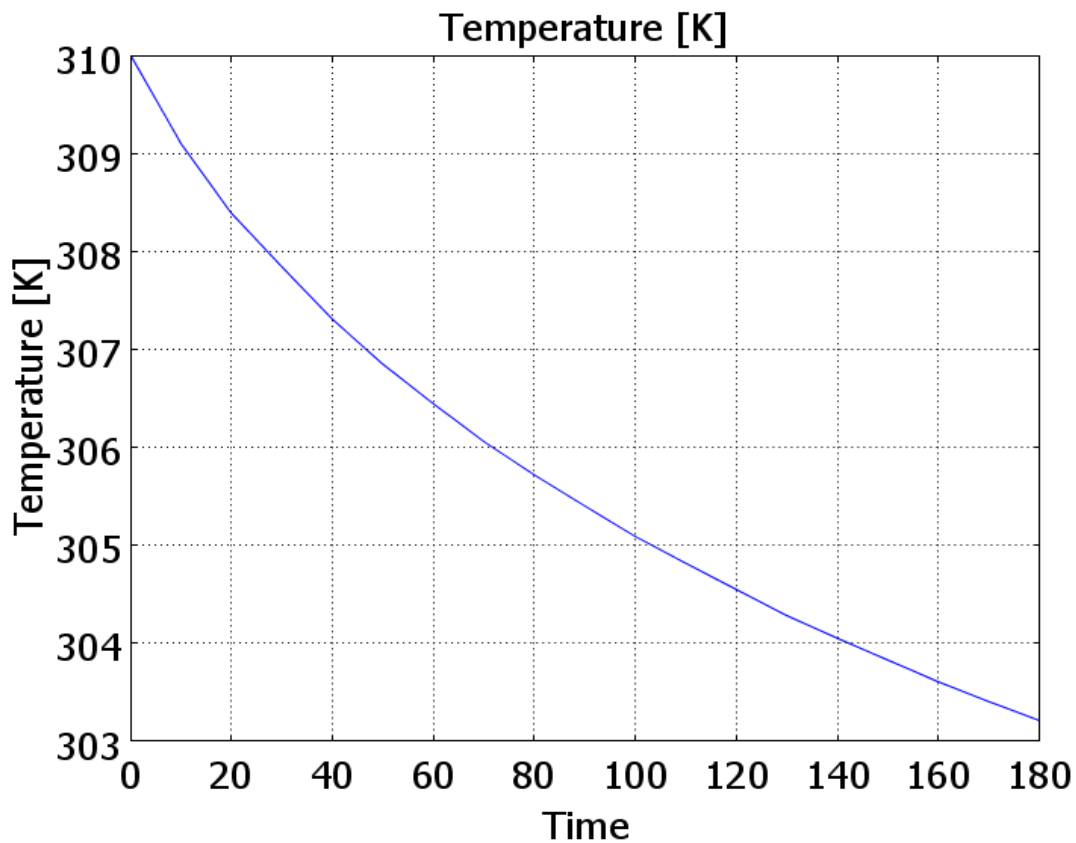
Wykres 2 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla czubka palców u dłoni przy  $T_{inf} = 113.15 [K]$



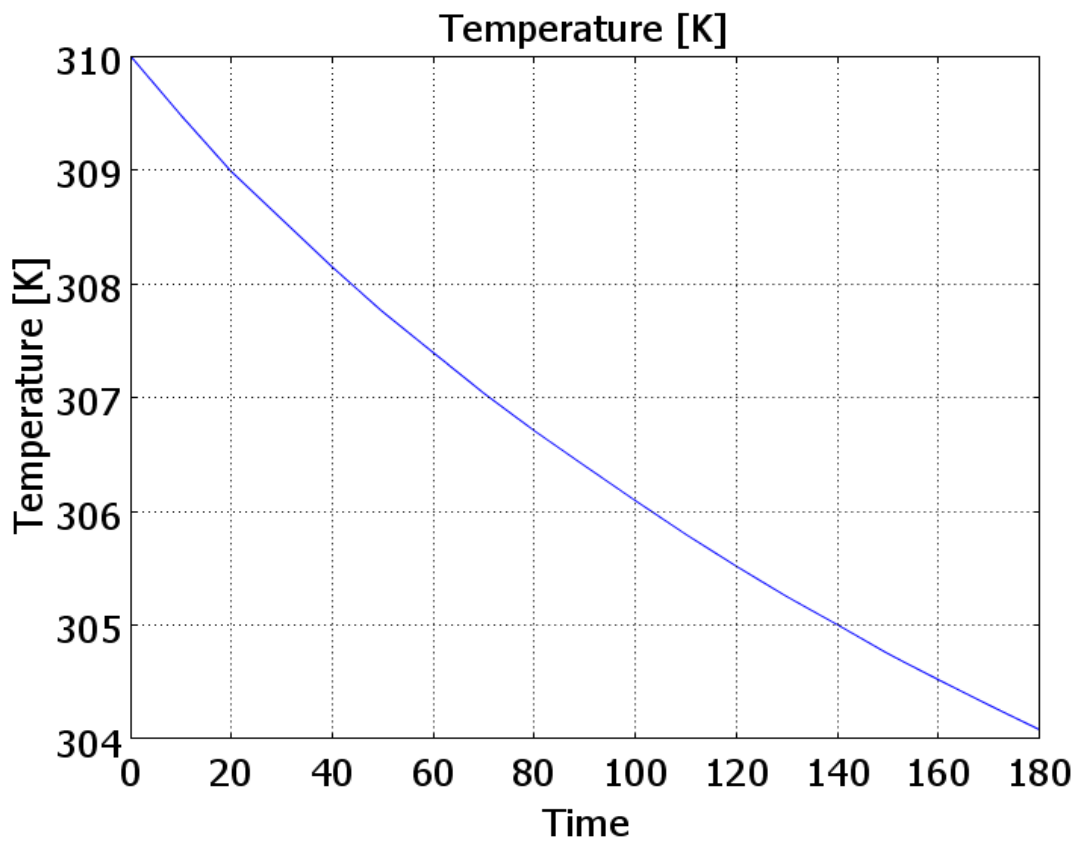
Wykres 3 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla dłoni przy  $T_{inf} = 113.15$  [K]



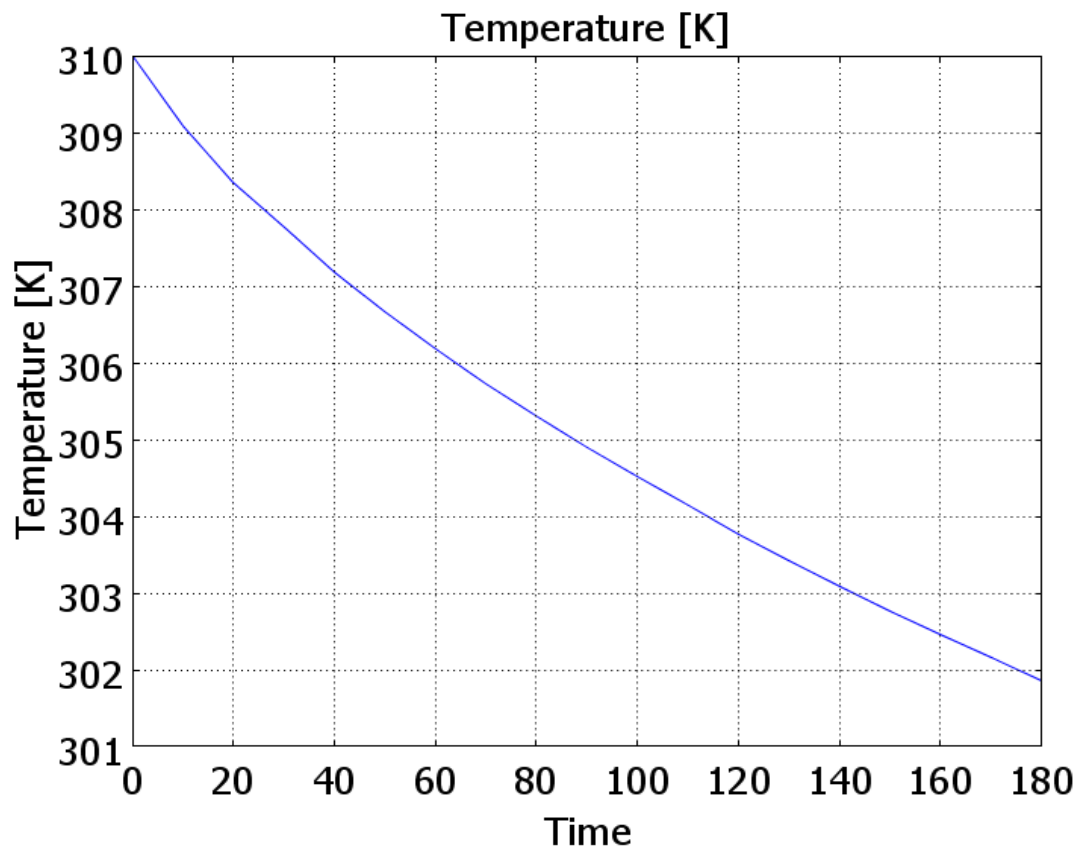
Wykres 4 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla łokcia przy  $T_{inf} = 113.15$  [K]



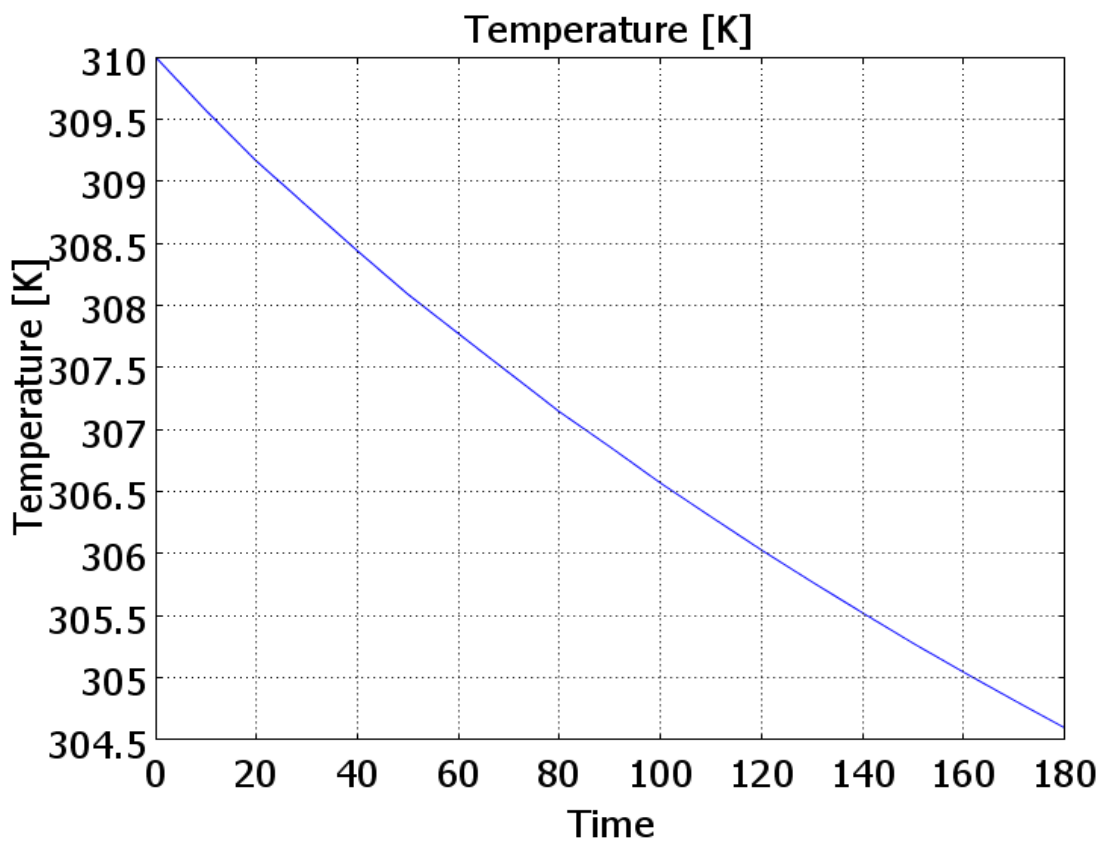
Wykres 5 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla ramienia przy  $T_{inf} = 113.15 [K]$



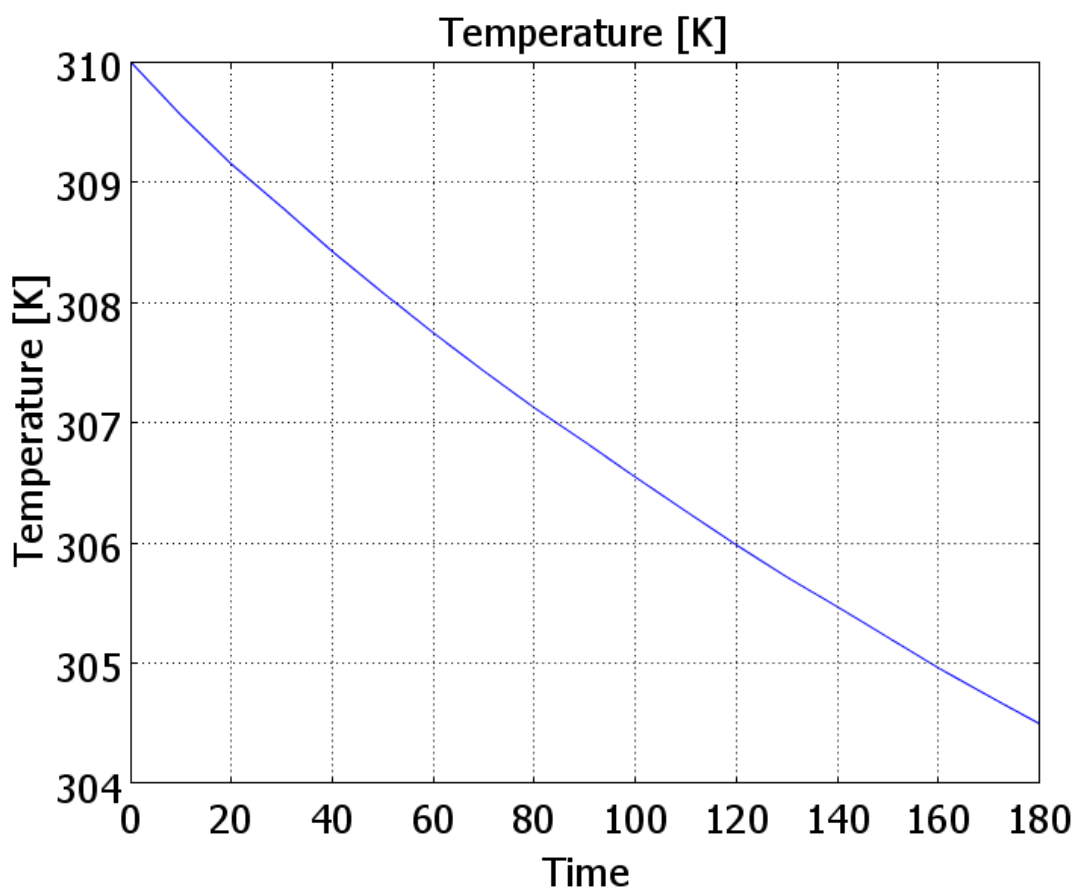
Wykres 6 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla barku przy  $T_{inf} = 113.15 [K]$



Wykres 7 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla stopy przy  $T_{inf} = 113.15$  [K]



Wykres 8 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla biodra przy  $T_{inf} = 113.15$  [K]



Wykres 9 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla głowy przy  $T_{inf} = 113.15$  [K]

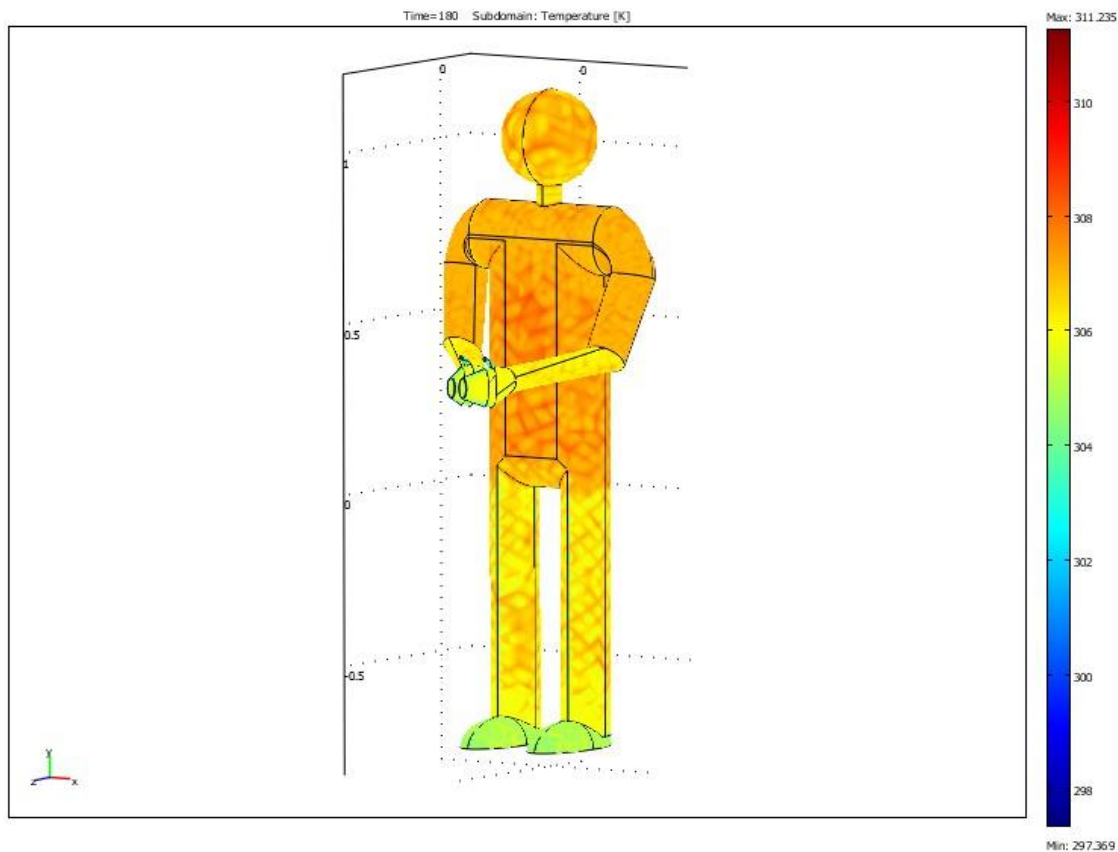
## 7.2 Wyniki po przeprowadzeniu symulacji dla $T_{inf} = 213.15$ [K]

Statystyki siatki wykorzystanej do obliczeń oraz symulacji:

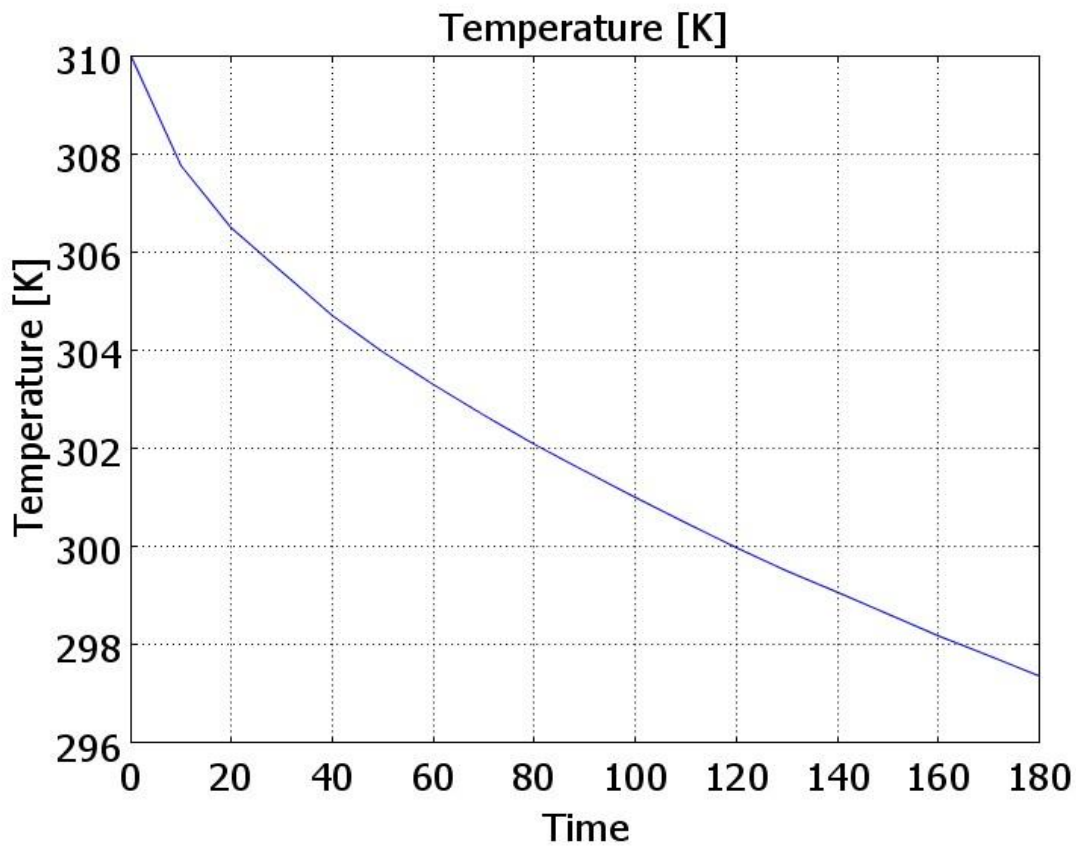
- Liczba elementów: 110621
- Liczba elementów brzegowych: 14976
- Liczba stopni swobody: 163817

Do przeprowadzenia symulacji ponownie wykorzystano model dyskretny ciała człowieka, który jest przedstawiony na rys. 5. Na rys. 7 przedstawiono zdjęcie rozkładu temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka po przeprowadzonej symulacji.

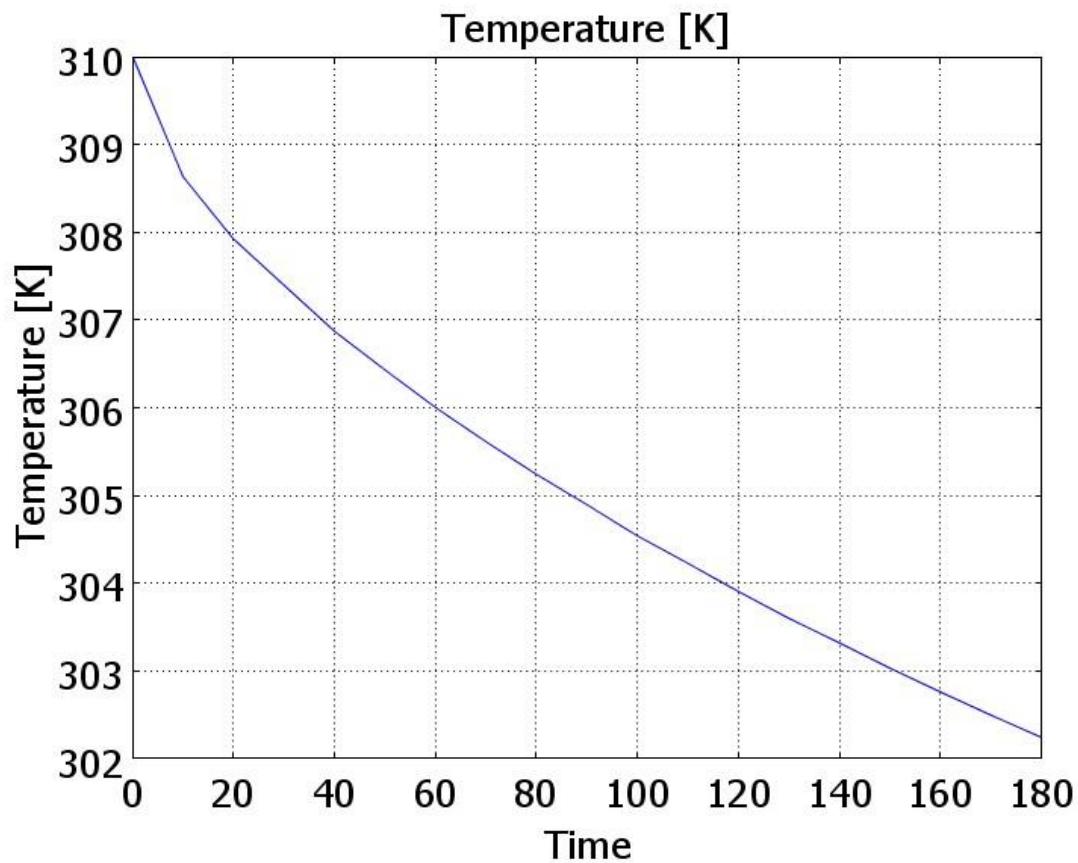
Dalej na wykresach 10 – 19 przedstawiono zależności temperatury ciała człowieka od czasu trwania zabiegu dla różnych punktów zlokalizowanych na powierzchni modelu ciała człowieka. Wielkość czasu wyrażana w sekundach została przedstawiona na osi poziomej wykresów.



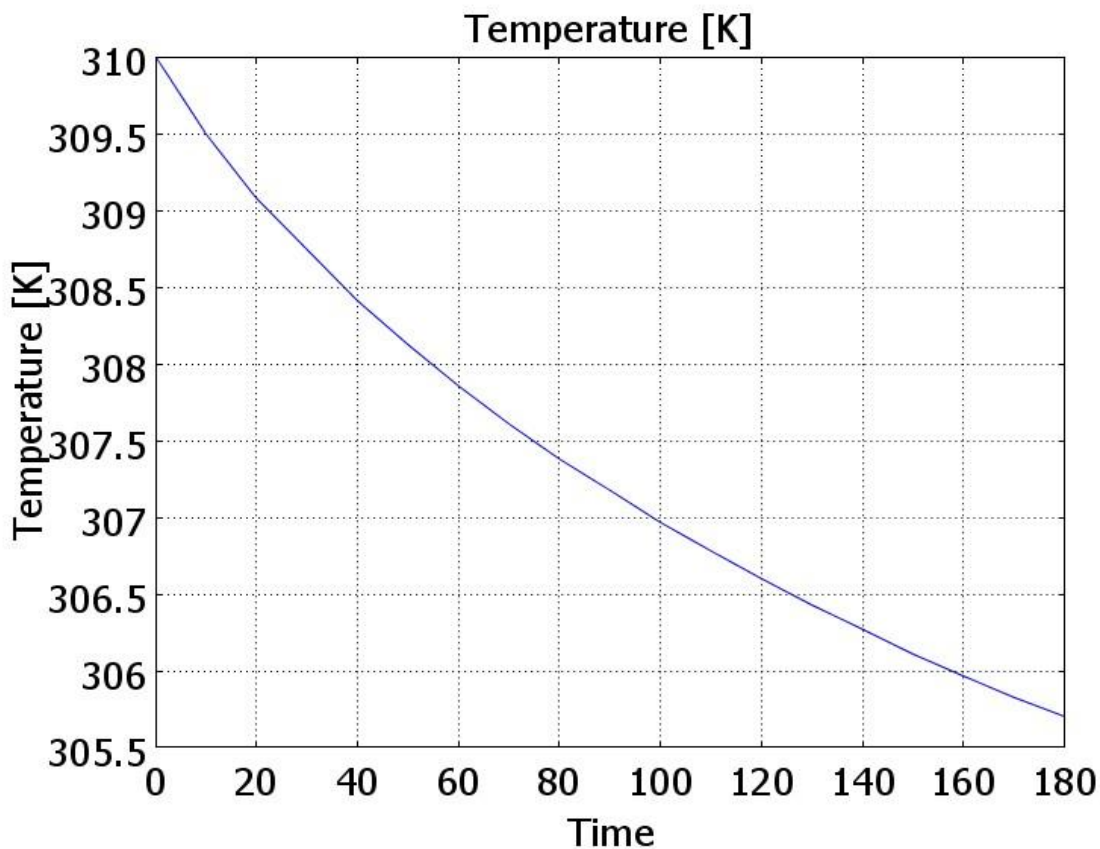
Rys.7. Rozkład temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka dla symulacji  $T_{inf} = 213,15$  [K]



Wykres 10 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla kciuka przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]

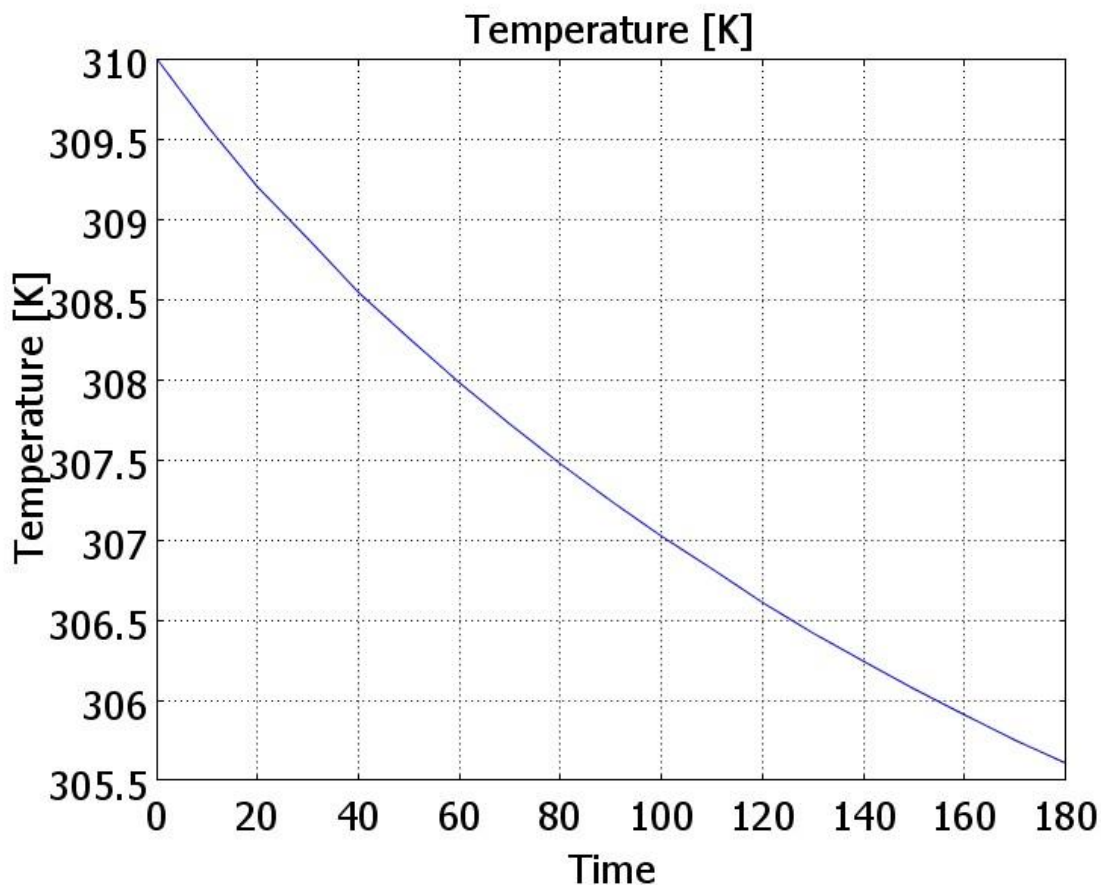


Wykres 11 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla czubka palców u dłoni przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]

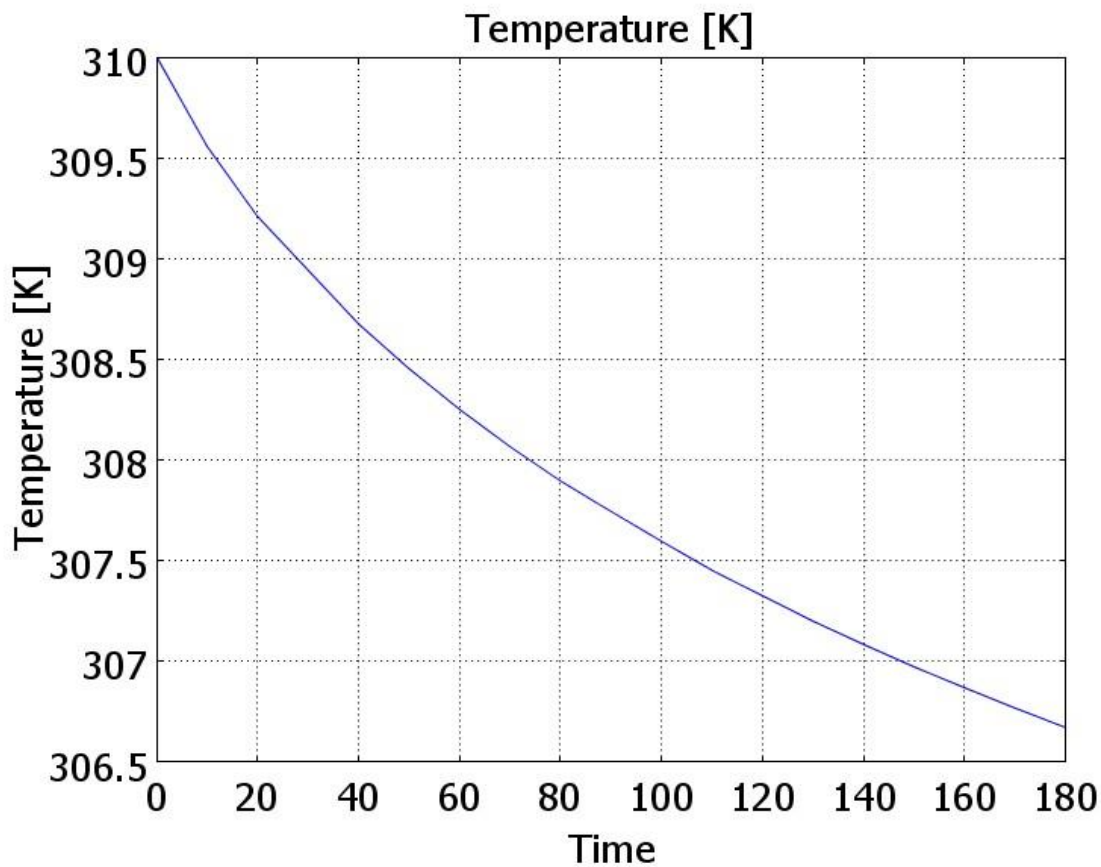


Wykres 12 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla dłoni przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]



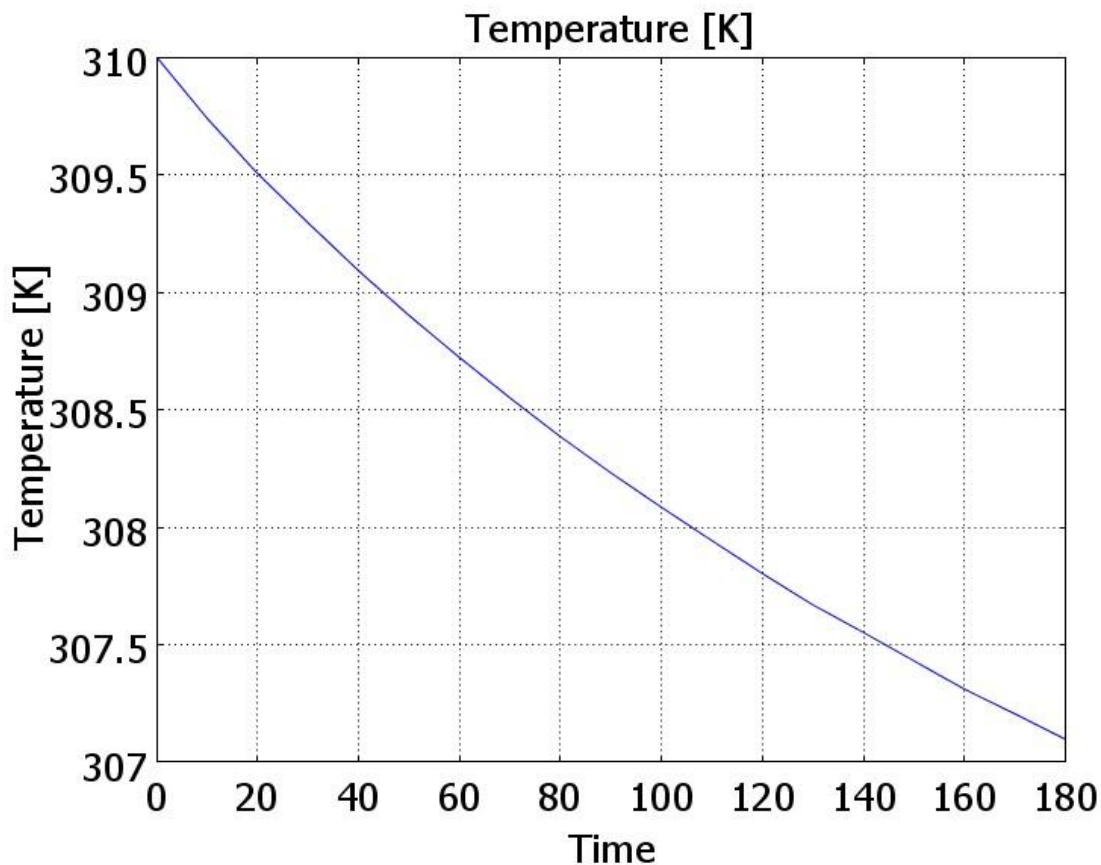


Wykres 13 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla łokcia przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]

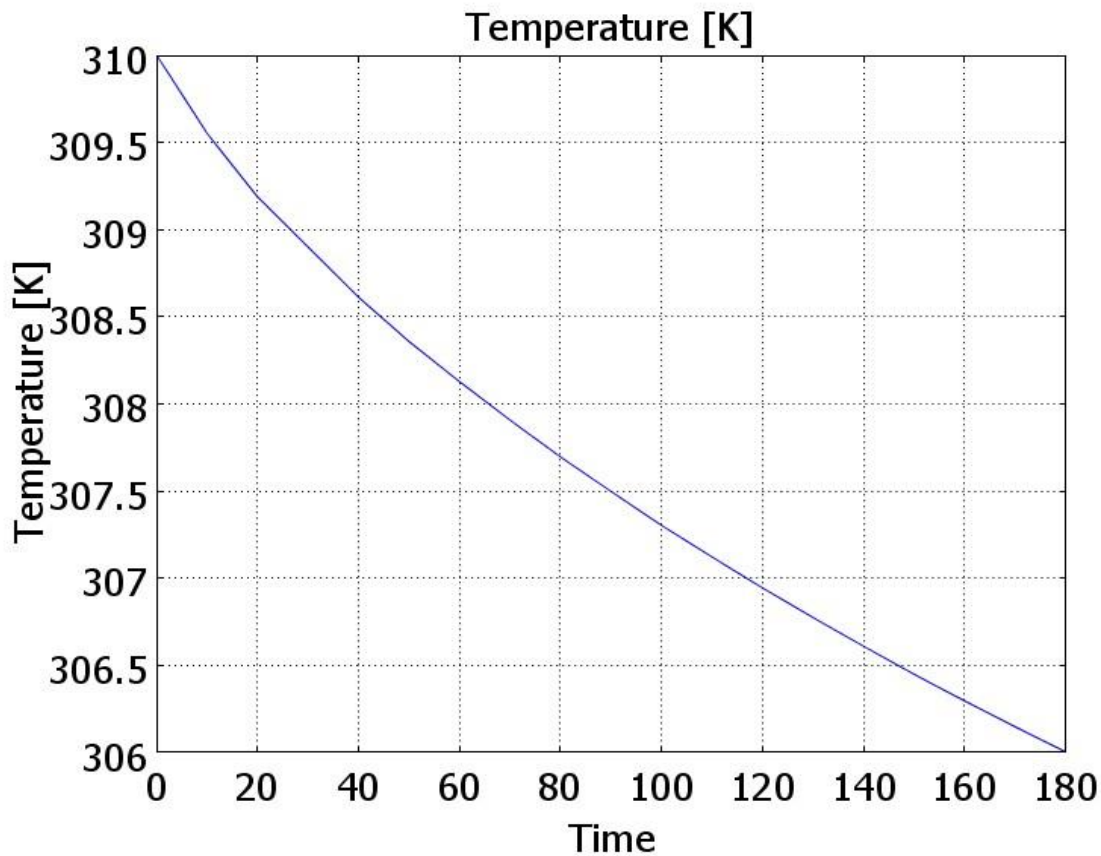


Wykres 14 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla ramienia przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]

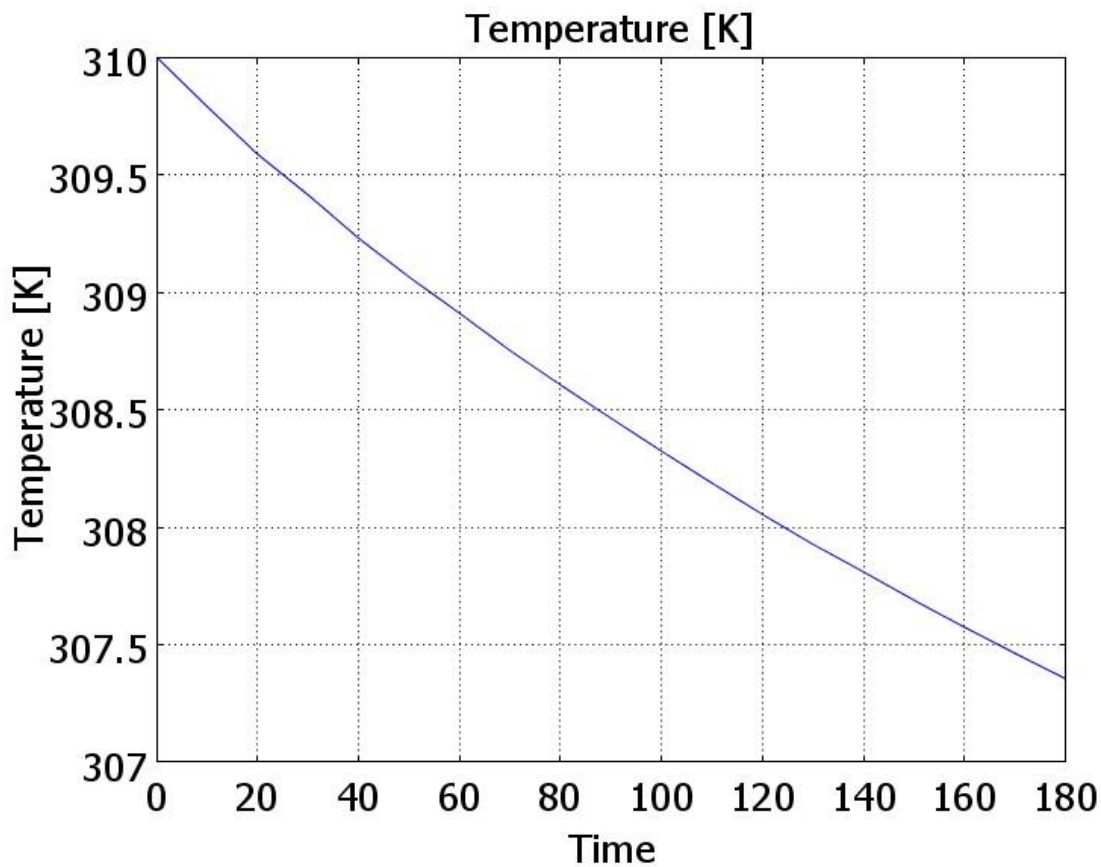




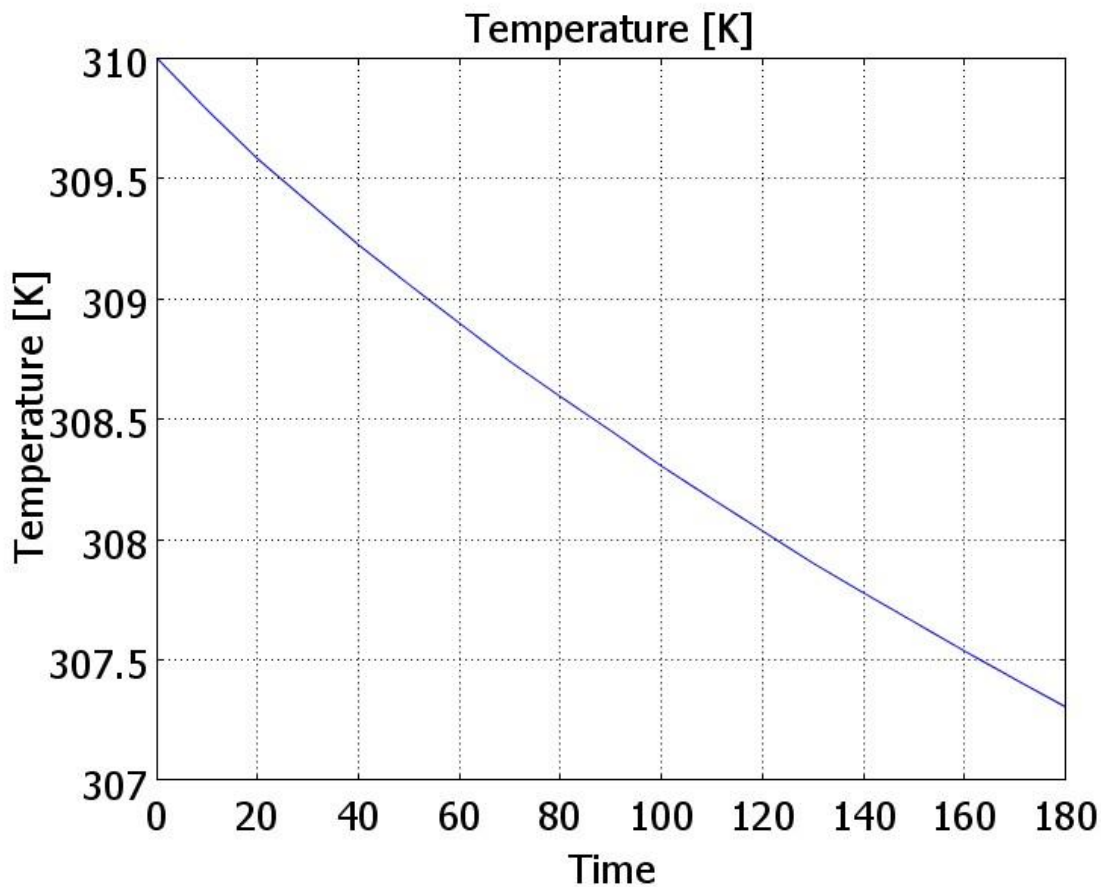
Wykres 15 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla barku przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]



Wykres 16 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla stopy przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]



Wykres 17 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla biodra przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]



Wykres 18 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla głowy przy  $T_{inf} = 213.15$  [K]

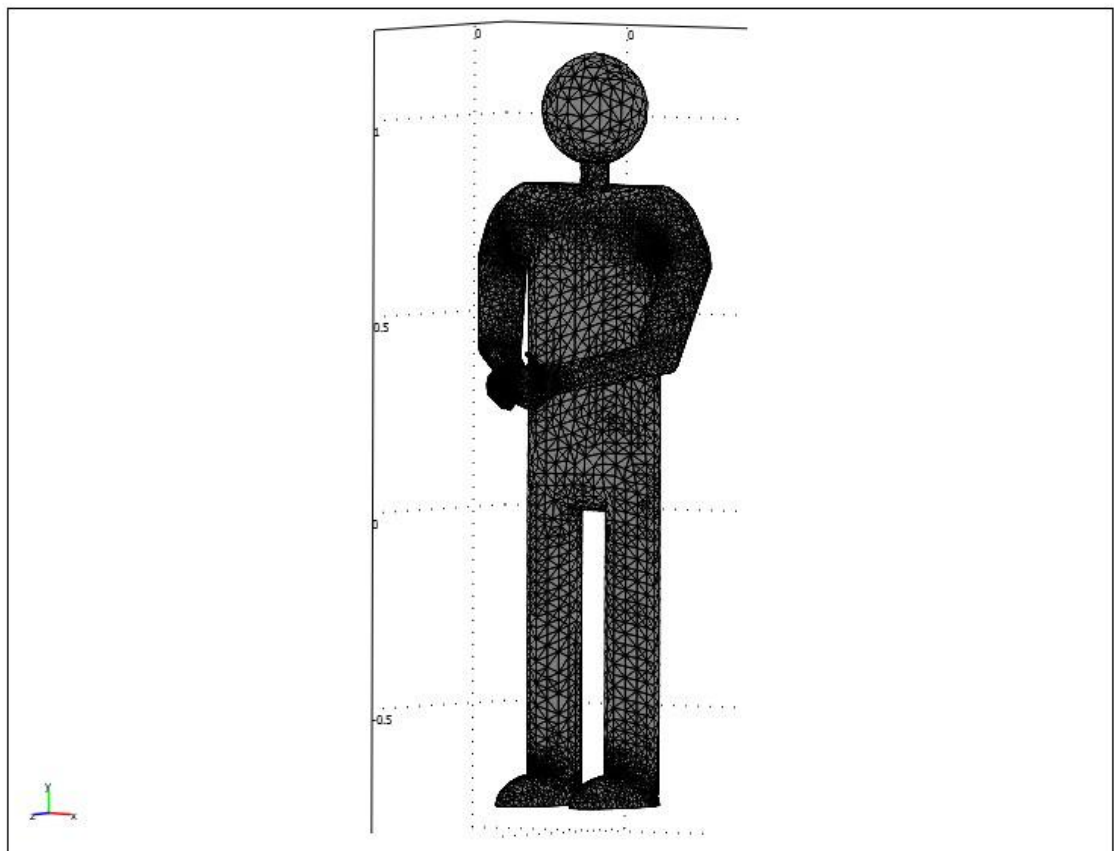
### 7.3 Wyniki po przeprowadzeniu symulacji z siatką o zwiększonej ilości elementów skończonych dla $T_{inf} = 113.15$ [K]

Statystyki siatki wykorzystanej do obliczeń oraz symulacji:

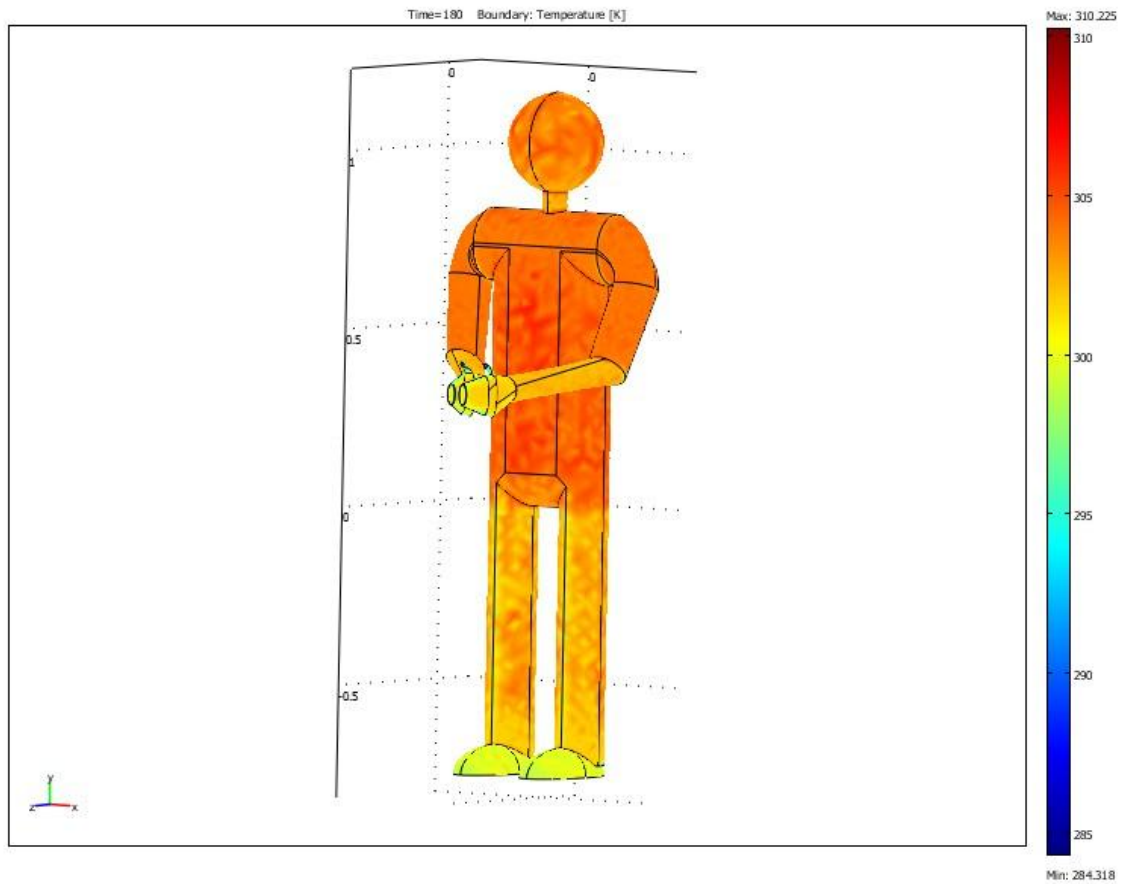
- Liczba elementów: 364279
- Liczba elementów brzegowych: 34100
- Liczba stopni swobody: 526405

Rys. 8 oraz rys. 9 przedstawiają kolejno zdjęcie modelu dyskretnego ciała człowieka, który posłużył do przeprowadzenia symulacji oraz zdjęcie rozkładu temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka po przeprowadzonej symulacji.

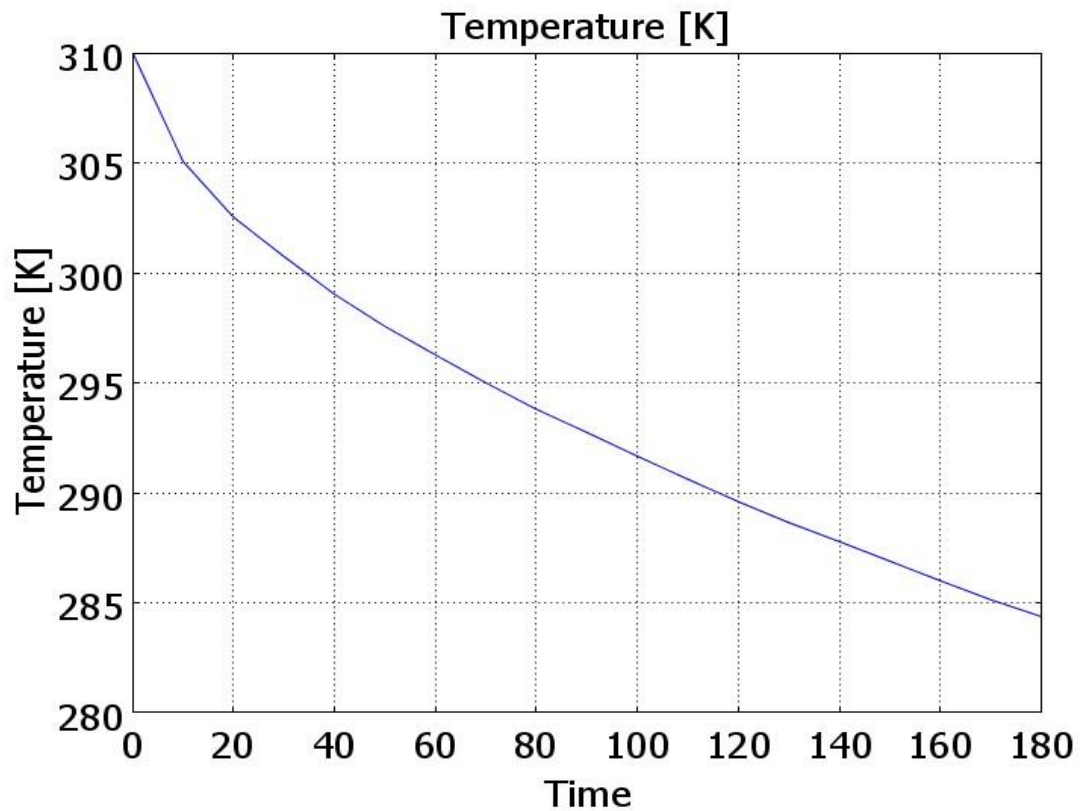
Dalej na wykresach 19 – 27 przedstawiono zależności temperatury ciała człowieka od czasu trwania zabiegu dla różnych punktów zlokalizowanych na powierzchni modelu ciała człowieka. Wielkość czasu wyrażana w sekundach została przedstawiona na osi poziomej wykresów.



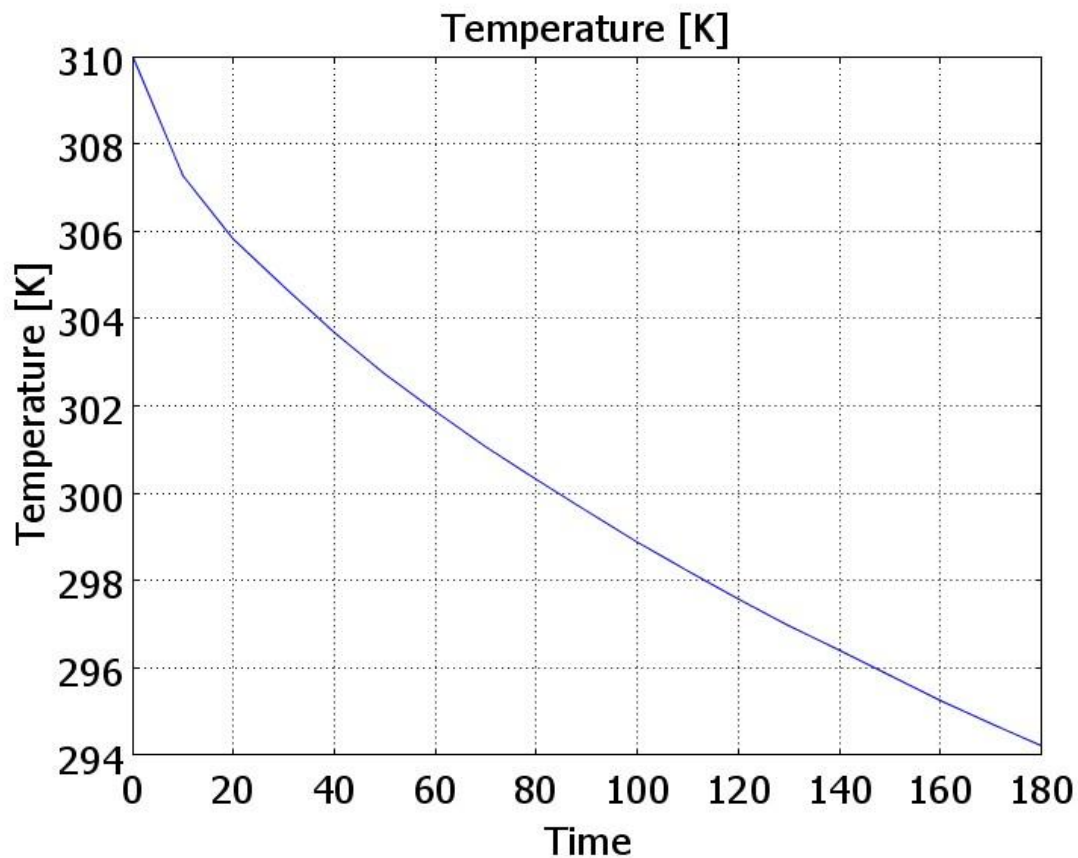
Rys.8. Model dyskretny ciała człowieka dla symulacji z siatką o zwiększonej ilości elementów skończonych dla  $T_{inf} = 113.15$  [K]



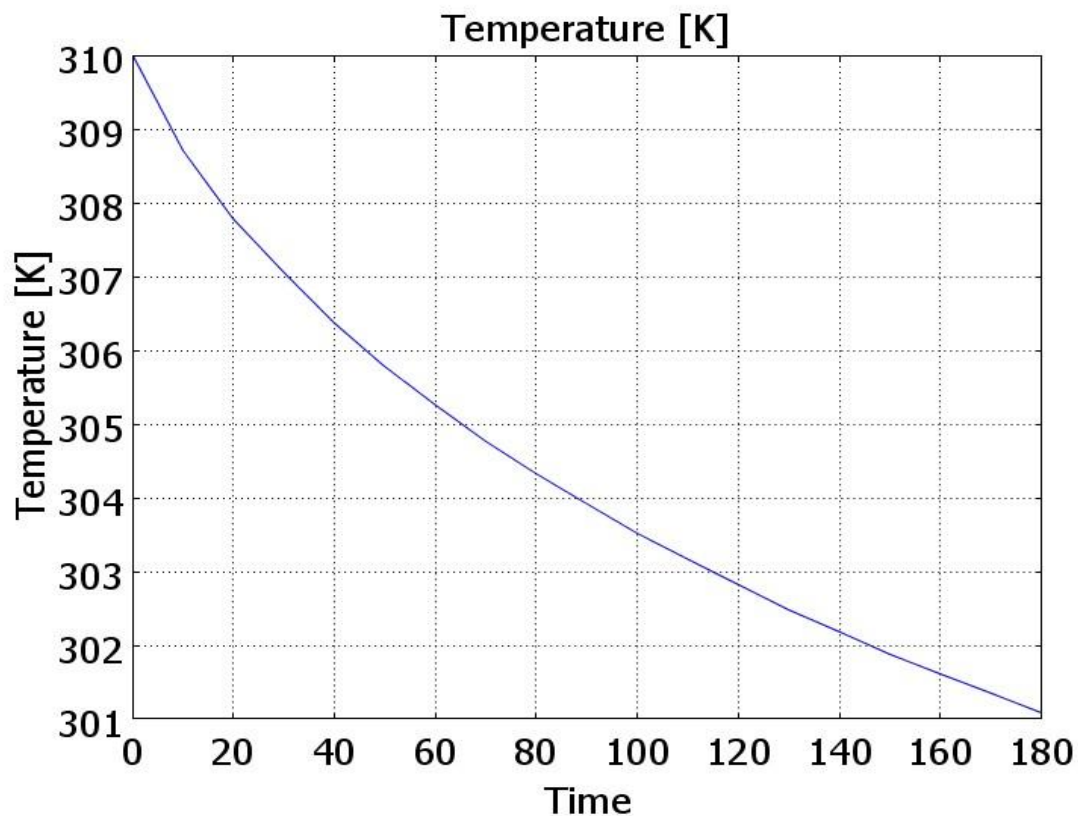
Rys.9. Rozkład temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka dla symulacji z siatką o zwiększonej ilości elementów skończonych dla  $T_{inf} = 113.15$  [K]



Wykres 19 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla kciuka przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce

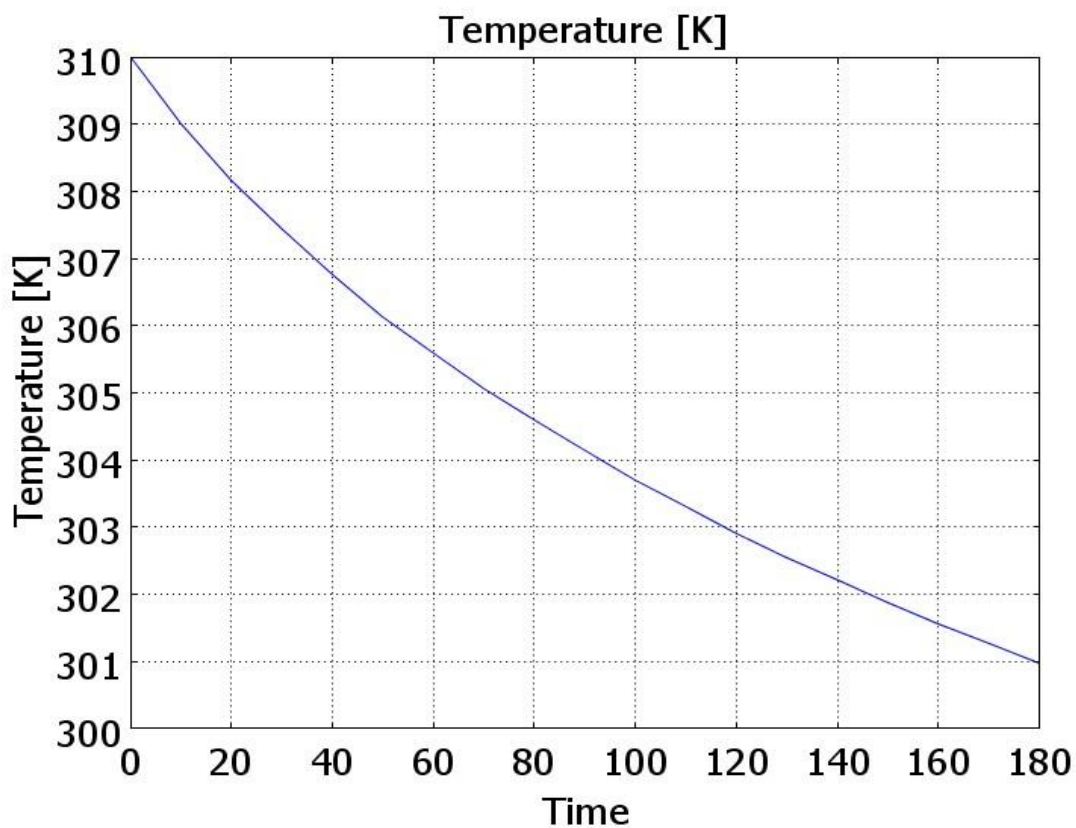


Wykres 20 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla czubka palców u dłoni przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce

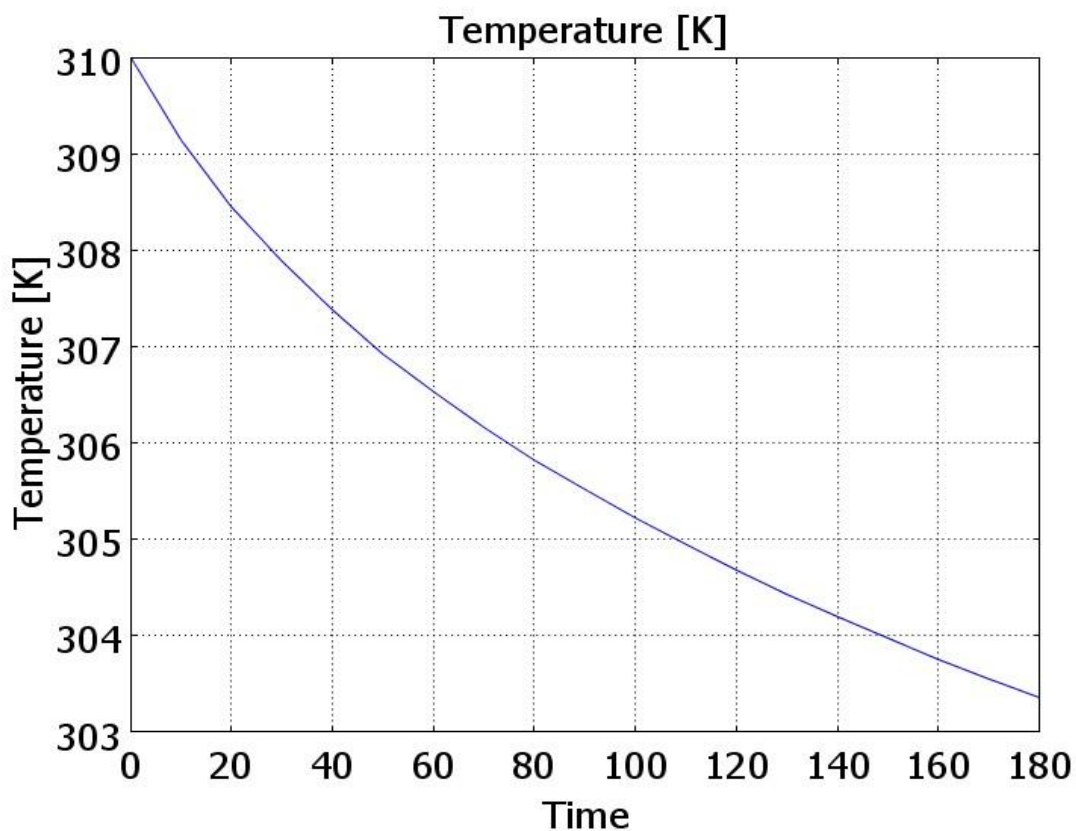


Wykres 21 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla dłoni przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce

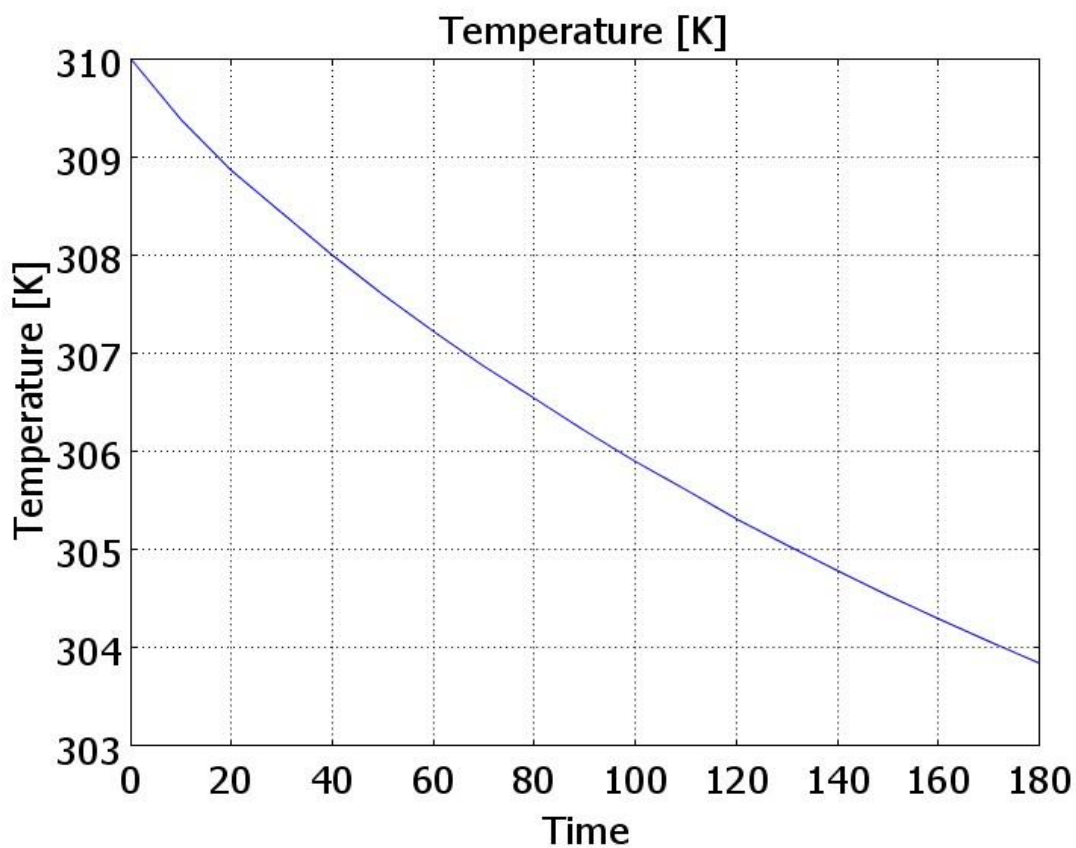




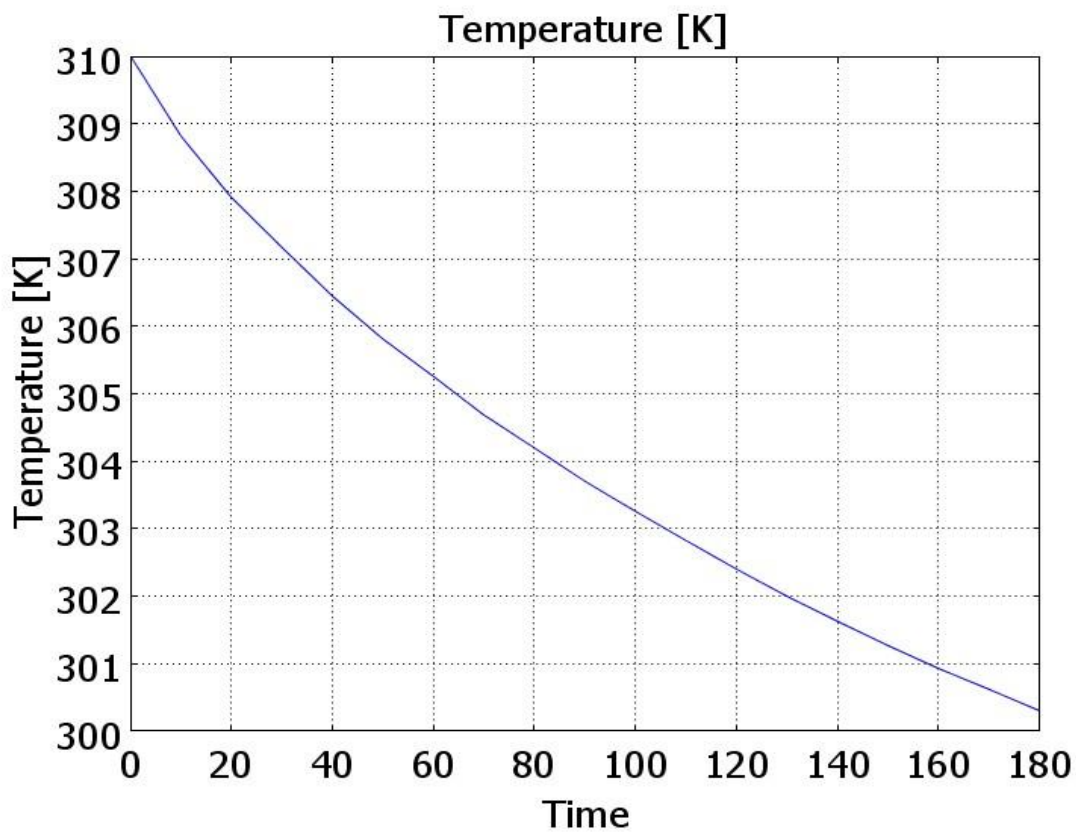
Wykres 22 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla łokcia przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce



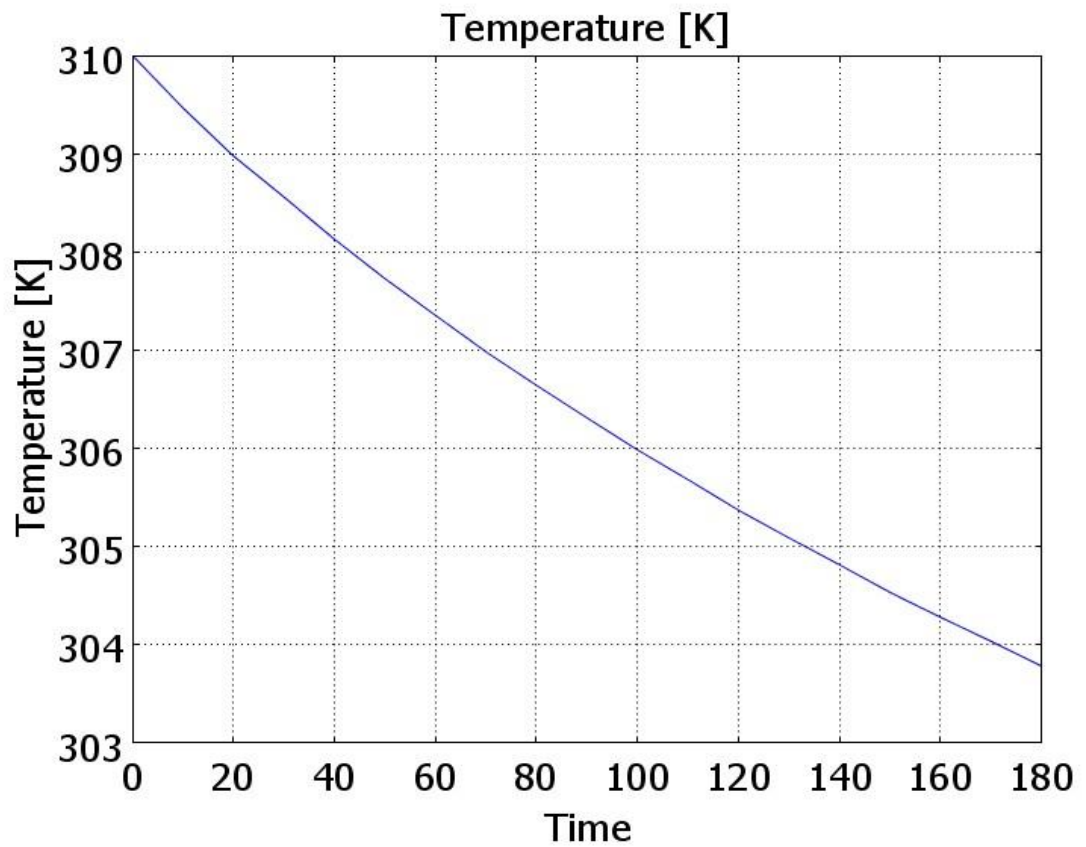
Wykres 23 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla ramienia przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce



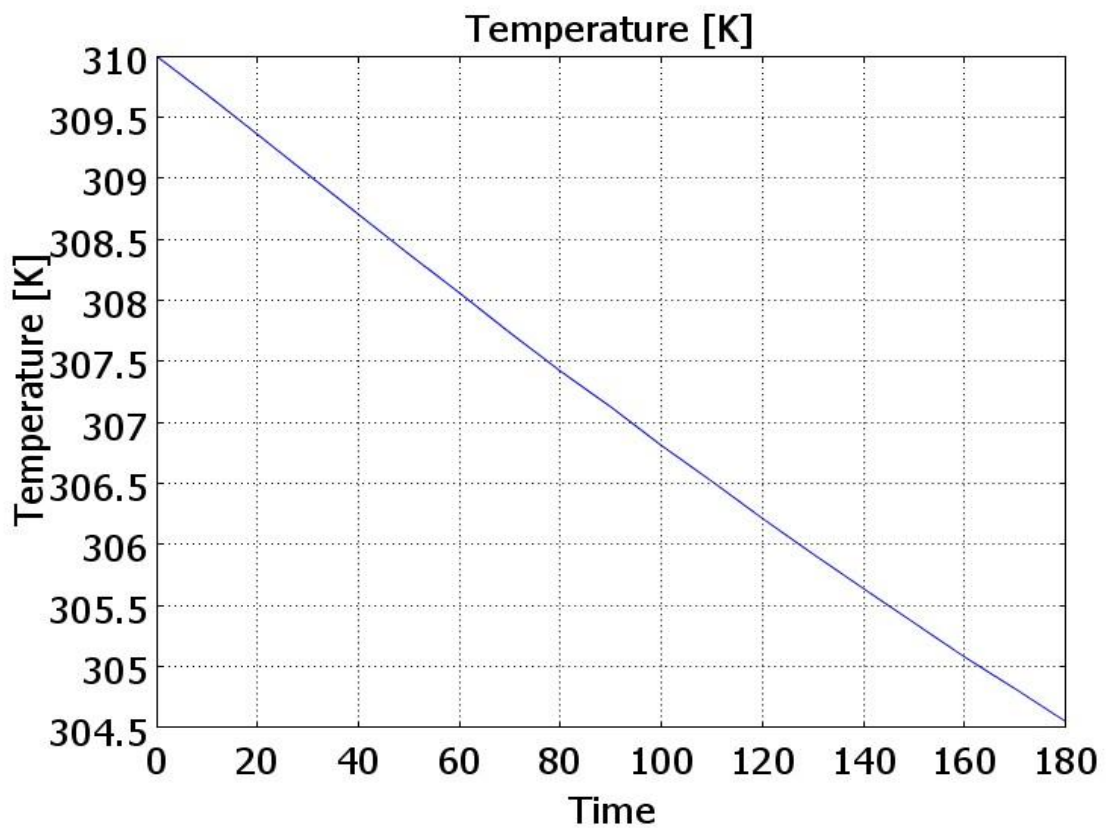
Wykres 24 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla barku przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce



Wykres 25 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla stopy przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce



Wykres 26 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla biodra przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce



Wykres 27 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla głowy przy  $T_{inf} = 113.15$  [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce



## 8. Wnioski i uwagi końcowe

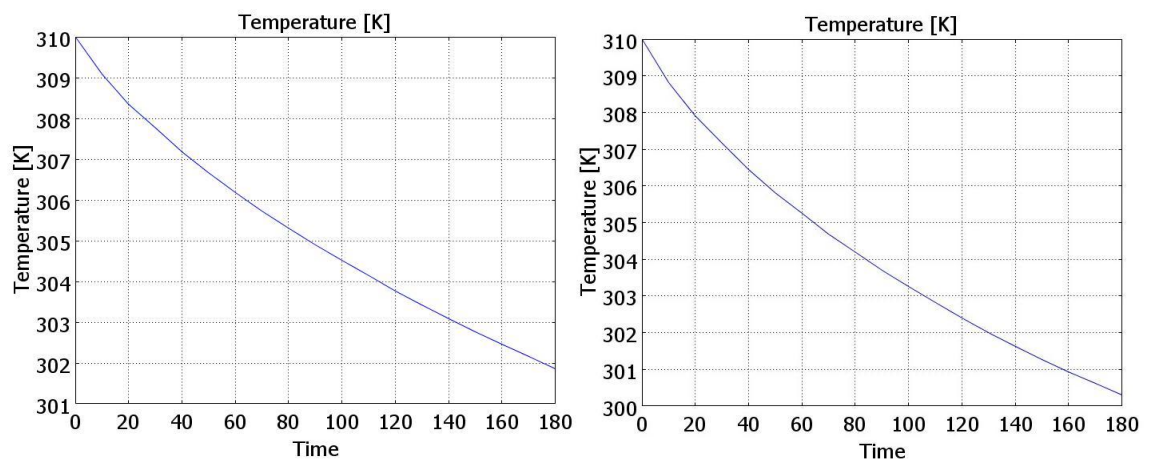
Pierwsza część symulacji polegała na przeanalizowaniu procesu wymiany ciepła między ciałem człowieka a otoczeniem w komorze kriogenicznej, w maksymalnie ekstremalnych warunkach jakimi są poddawani pacjenci podczas zabiegu krioterapii. Czas trwania zabiegu wynosił 180 sekund, natomiast temperatura wewnątrz komory wynosiła 113.15 [K] ( $-160$  [°C]). Po wykonaniu symulacji na otrzymanym rysunku rozkładu temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka (rys. 7) widać, że najbardziej ochłodziły się te części ciała, które charakteryzują się wysokim współczynnikiem konwekcyjnego przenikania ciepła oraz dodatkowo małą objętością. Najbardziej ochłodziły się stopy, dłonie, nogi oraz przedramiona. Stopy, które cechują się największą wartością tego współczynnika, osiągnęły temperaturę poniżej 302 [K] (28.85 [°C]). Mimo to, najniższą temperaturę w całym ciele człowieka odnotowano w kciukach. Wyniosła ona mniej niż 285 [K] (11.85 [°C]), oraz różniła się znacznie od temperatury pozostałej części dłoni, chociaż wartość współczynnika była jednakowa dla całego segmentu. Stało się tak ponieważ kciuki w użytym do symulacji modelu ciała człowieka były złączone tylko z dłonią, a pozostałe palce z dłonią oraz dodatkowo przylegały do siebie co spowalniało proces chłodzenia.

Na tym przykładzie można zaobserwować jak łatwo ochładzają się części ciała, które są w jakiś sposób odseparowane od reszty organizmu i dodatkowo w ten sposób narażone na utratę ciepła. Analizując otrzymane wykresy zależności temperatury od czasu trwania zabiegu można zauważyć, że w pierwszej fazie trwania zabiegu najszybciej na utratę ciepła narażone są kciuki oraz palce dłoni. Pozostałe części ciała tracą wolniej ciepło, nawet stopy chociaż charakteryzują się one większym konwekcyjnym współczynnikiem przenikania ciepła.

Druga część symulacji również poświęcona była przeanalizowaniu wymiany ciepła między ciałem człowieka a otoczeniem, lecz w łagodniejszych warunkach. Czas trwania zabiegu ponownie wynosił 180 sekund, natomiast temperatura jakiej działaniu był poddany człowiek wynosiła 213.15 [K] ( $-60$  [°C]). Rozkład temperatury na powierzchni ciała człowieka uzyskał identyczny przebieg jak w przypadku pierwszej części symulacji. W tym przypadku również najbardziej ochłodziły się stopy, dłonie, nogi oraz przedramiona. Jednak tym razem z uwagi na działanie temperaturą znacznie wyższą niż podczas pierwszej części symulacji, temperatura jaką osiągnął model ciała

człowieka również była wyższa. Najzimniejszy punkt ciała, czyli kciuk, osiągnął temperaturę 297.5 [K] (24.35 [°C]), natomiast stopy 306 [K] (32.85 [°C]). Analizując wykresy otrzymane w tej części symulacji można zauważyć, iż przyjmują one podobne przebiegi jak wykresy odpowiadające tym samym częścią ciała z pierwszej części symulacji. Osiągają one jednak inne wartości co jest związane z wyższą temperaturą, jakiej działaniu był poddany model.

W ostatniej, trzeciej części symulacji model ciała człowieka znalazł się w identycznych warunkach jak w pierwszej części. W tym przypadku model dyskretny składał się z większej liczby elementów skończonych. Po wykonaniu symulacji można było zauważyć, że rozkład temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka charakteryzuje się płynniejszą zmianą wartości dla poszczególnych części ciała. Analizując wykresy otrzymane dla przebiegu temperatury w zależności od czasu widać niewielkie różnice w stosunku do tych otrzymanych w pierwszej części symulacji. Największą różnicę widać w końcowym wyniku symulacji dla stopy, wynosi ona 2 [K]. W pozostałych przypadkach różnica ta nie wynosi więcej niż 1 [K]. Mimo niewielkiej różnicy w wynikach symulacji można zauważyć, że zagęszczenie siatki podczas dyskretyzacji modelu niesie ze sobą poprawienie dokładności wyników. Poniższe zdjęcie przedstawia wykresy temperatury jaką osiągała stopa podczas zabiegu. Wykres po lewej stronie przedstawia zależność temperatury od czasu dla stopy z pierwszej części symulacji, natomiast po prawej dla trzeciej części symulacji, w której wykorzystywano model ze zwiększoną ilością elementów skończonych.



*Rys. 10. Porównanie zależności temperatury od czasu trwania zabiegu dla  $T_{inf} = 113.15$  [K] z wykorzystaniem modelu o mniejszej ilości elementów skończonych (po lewej z modelem o zwiększonej ilości elementów (po prawej)).*

Modelowanie oraz symulacja wymiany ciepła między człowiekiem a otoczeniem jest bardzo trudnym i złożonym zagadnieniem. Podczas modelowania układu dokonano uproszczeń takich jak przyjęcie wartości gęstości tkanki, ciepła właściwego tkanki oraz współczynnika przewodzenia ciepła tkanki jednakowych dla całego ciała. Równanie Pennesa opisuje przepływ ciepła w tkance biologicznej, w której występuje duża ilość małych naczyń krwionośnych. Nie uwzględnia ono wpływu dużych naczyń krwionośnych na przepływ ciepła w ludzkim organizmie. Mimo to wykonanie symulacji w programie Comsol Mutliphysics 3.4 pozwoliło na zaobserwowanie wpływu konwekcyjnego współczynnika przenikania ciepła na wymianę ciepła między ciałem człowieka a otoczeniem. Ponieważ korzystanie z narzędzia jakim jest metoda elementów skończonych do analizowania takich modeli pozwoli jedynie na uzyskanie wyników przybliżonych, istotny jest optymalny dobór intensywności zagęszczenia siatki elementów skończonych do dokładności wyników jaką planuje się uzyskać. Zbyt duże zagęszczenie siatki może nieznacznie poprawić dokładność otrzymanych wyników, kosztem znacznego wydłużenia procesu obliczeniowego z uwagi na możliwości techniczne komputera.

## **Literatura**

- [1] Comsol Multiphysics 3.4 User's Guide, Comsol AB, 2006.
- [2] Cutnell J., Johnson K., Physics, Wiley, 1998.
- [3] de Dear R., Arens E., Zhang H., Oguro M., Convective and radiative heat transfer coefficients for individual human body segment, Indoor Environmental Quality (IEQ), Center for the Built Environment, Center for Environmental Design Research, UC Berkeley, 1996.
- [4] Dziewoński M., Jasiński M., Kałuża G., Majrzhak E., Mochnacki B., Modelowanie Numeryczne Przepływu Biociepła, Nauka·Innowacje·Technika, 9, 30 – 38, 2005.
- [5] Grądzki R., Wprowadzenie do Metody Elementów Skończonych, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź, 2002.
- [6] Hamilton G., Investigations of the Thermal Properties of Human and Animal Tissues, University of Glasgow, Glasgow, 1998.
- [7] Jaroszyk F., Biofizyka, Wydawnictwo lekarskie PZWL, Warszawa, 2011.
- [8] Taler J., Duda P., Rozwiązywanie prostych i odwrotnych zagadnień przewodnictwa ciepła, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2003.
- [9] Wiśniewski S., Wiśniewski T., Wymiana Ciepła, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1994.
- [10] Zimmer K., Krioterapia ogólna w medycynie sportowej, Sport Wyczynowy, 5, 461 - 462, 2003.

## **Źródła internetowe**

- [11] <http://www.3dcontentcentral.com>
- [12] <http://www.kriomedica.pl>
- [13] <http://krioterapia.net>
- [14] <http://www.medicol.pl>

(stan na dzień 31.01.2013)

## Spis rysunków

Rys.1. Zabieg krioterapii miejscowej [14].....	14
Rys.2. Komora kriogeniczna [12].....	15
Rys.3.Okno program Comsol Multiphysics 3.4 .....	17
Rys.4. Model dyskretny ciała człowieka [10].....	19
Rys.5. Model dyskretny ciała człowieka dla symulacji $T_{inf} = 113.15$ [K].....	24
Rys.6. Rozkład temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka dla symulacji $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	24
Rys.7. Rozkład temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka dla symulacji $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	30
Rys.8. Model dyskretny ciała człowieka dla symulacji z siatką o zwiększonej ilości elementów skończonych dla $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	35
Rys.9. Rozkład temperatury na powierzchni modelu ciała człowieka dla symulacji z siatką o zwiększonej ilości elementów skończonych dla $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	36
Rys. 10. Porównanie zależności temperatury od czasu trwania zabiegu dla $T_{inf} = 113.15$ [K] z wykorzystaniem modelu o mniejszej ilości elementów skończonych z modelem o zwiększonej ilości elementów.....	42

## Spis tabel

Tabela 1. Wartość konwekcyjnego współczynnika przenikania ciepła .....	13
--	----

## Spis wykresów

Wykres 1 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla kciuka przy $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	25
Wykres 2 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla czubka palców u dłoni przy $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	25
Wykres 3 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla dłoni przy $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	26
Wykres 4 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla łokcia przy $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	26
Wykres 5 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla ramienia przy $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	27
Wykres 6 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla barku przy $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	27

Wykres 7 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla stopy przy $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	28
Wykres 8 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla biodra przy $T_{inf} = 113.15$ [K] .....	28
Wykres 9 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla głowy przy $T_{inf} = 113.15$ [K].....	29
Wykres 10 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla kciuka przy $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	30
Wykres 11 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla czubka palców u dłoni przy $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	31
Wykres 12 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla dłoni przy $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	31
Wykres 13 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla łokcia przy $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	32
Wykres 14 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla ramienia przy $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	32
Wykres 15 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla barku przy $T_{inf} = 213.15$ [K].....	33
Wykres 16 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla stopy przy $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	33
Wykres 17 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla biodra przy $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	34
Wykres 18 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla głowy przy $T_{inf} = 213.15$ [K] .....	34
Wykres 19 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla kciuka przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce.....	36
Wykres 20 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla czubka palców u dłoni przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce.....	37
Wykres 21 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla dłoni przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce .....	37
Wykres 22 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla łokcia przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce.....	38
Wykres 23 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla ramienia przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce.....	38
Wykres 24 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla barku przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce.....	39
Wykres 25 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla stopy przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce.....	39
Wykres 26 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla biodra przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce .....	40
Wykres 27 Zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla głowy przy $T_{inf} = 113.15$ [K], symulacja ze zwiększoną ilością elementów w siatce.....	40

## **Streszczenie**

Celem pracy było przeanalizowanie wymiany ciepła między ciałem człowieka a otoczeniem, które stanowiło komorę kriogeniczną podczas zabiegu krioterapii. Na modelu ciała człowieka zadano odpowiednie wartości niezbędne do przeprowadzenia obliczeń takich jak właściwości termofizyczne tkanki biologicznej, temperatura otoczenia lub warunki początkowo – brzegowe. Obliczenia i symulacje przeprowadzono w programie Comsol Multiphysics 3.4.

W pierwszej części pracy przedstawiono teorię zawierającą opis przepływu ciepła w ogólnych przypadkach oraz w ludzkim ciele, opis warunków początkowych i brzegowych, cel i charakterystykę przeprowadzania zabiegów krioterapii, istotę metody elementów skończonych oraz metodologię procesu modelowania.

W drugiej części pracy zaprezentowano graficzne wyniki obliczeń rozkładu temperatury w ludzkim ciele po zabiegu w komorze kriogenicznej wraz z wykresami prezentującymi zależność temperatury od czasu trwania zabiegu dla różnych części ludzkiego ciała.

Ostatnia część pracy zawiera opis interpretacji otrzymanych wyników oraz wnioski z nich wynikające.

## **Abstract**

The aim of this study was analyze the heat transfer between the human body and the environment, which was the cryogenic chamber during the treatment cryotherapy. On the model of the human body were put the values necessary for the calculation such as thermophysical properties of biological tissue, ambient temperature or conditions of initial - boundary. Calculations and simulations performed in Comsol Multiphysics 3.4.

In the first part of the study presented a theory that contains a description of the heat flow in general cases and in the human body, the description of the initial and boundary conditions, the purpose and characteristics of cryotherapy treatments, the essence of the Finite Element Method and the modeling methodology.

In the second part of the study presented results of the calculations as image of the temperature distribution in the body after treatment in a cryogenic chamber with presenting the graphs of the temperature dependence of the duration of treatment for various parts of the human body.

The last part of the book contains a description of the interpretation of the results and conclusions arising from them.