INSTYTUT MECHANIKI STOSOWANEJ WYDZIAŁ BUDOWY MASZYN I ZARZĄDZANIA POLITECHNIKA POZNAŃSKA

INŻYNIERSKA PRACA DYPLOMOWA

MODELOWANIE I ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI MECHANICZNYCH PŁYTY WARSTWOWEJ Z RDZENIEM W POSTACI KRATOWNICY

Promotor: dr hab. Tomasz Stręk, prof. nadz. PP

Poznań 2015

Składam serdeczne podziękowania Panu Tomaszowi Strękowi, promotorowi niniejszej pracy, za wskazanie mi obiektu badań, poświęcony czas oraz cenne wskazówki, które przyczyniły się do jej powstania. Pragnę również podziękować Panu Piotrowi Wasilewiczowi i Leszkowi Paetzowi za pomoc przy prowadzeniu badań eksperymentalnych i konsultacje w trakcie realizacji pracy.

Spis treści

1.	Wstęp	4 -
2.	Struktury warstwowe z rdzeniem komórkowym	5 -
	2.1 Materiały komórkowe	5 -
	2.2 Wielofunkcyjne struktury warstwowe	8 -
	2.3 Miniaturowe kratownice	9 -
	2.3 Metalowe laminaty tekstylne	9 -
	2.4 Otwarte kratownice	13 -
3.	Właściwości mechaniczne	16 -
4.	Metoda elementów skończonych	19 -
5.	Opis problemu	20 -
	5.1 Model struktury Kagomè	20 -
	5.2 Dane początkowe	22 -
	5.3 Wyniki symulacji	22 -
	5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania	22 -
	5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania	22 - 24 -
	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych 	22 - 24 - 26 -
	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych 5.3.4 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas trójpunktowego zginania 	22 - 24 - 26 - 30 -
	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych 5.3.4 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas trójpunktowego zginania 5.4 Badania laboratoryjne 	22 - 24 - 26 - 30 - 31 -
	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych 5.3.4 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas trójpunktowego zginania 5.4 Badania laboratoryjne 5.4.1 Statyczna próba ściskania 	22 - 24 - 26 - 30 - 31 - 32 -
	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych 5.3.4 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas trójpunktowego zginania 5.4 Badania laboratoryjne 5.4.1 Statyczna próba ściskania	22 - 24 - 26 - 30 - 31 - 32 - 35 -
	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych 5.3.4 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas trójpunktowego zginania 5.4 Badania laboratoryjne 5.4.1 Statyczna próba ściskania	22 - 24 - 26 - 30 - 31 - 32 - 35 - 38 -
6.	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych 5.3.4 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas trójpunktowego zginania 5.4 Badania laboratoryjne 5.4.1 Statyczna próba ściskania	22 - 24 - 26 - 30 - 31 - 32 - 35 - 38 - 40 -
6. Lii	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych	22 - 24 - 26 - 30 - 31 - 32 - 35 - 38 - 40 - 41 -
6. Lii	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych 5.3.4 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas trójpunktowego zginania 5.4 Badania laboratoryjne	22 - 24 - 26 - 30 - 31 - 32 - 35 - 38 - 40 - 41 - 42 -
6. Lit	 5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania 5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania 5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych	22 - 24 - 26 - 30 - 31 - 32 - 35 - 38 - 40 - 41 - 42 - 43 -

1. Wstęp

Naukowcy i inżynierowie od dawna zafascynowani są materiałami komórkowymi istniejącymi w przyrodzie. Kiedy Robert Hooke udoskonalił swój mikroskop około roku 1660 jednym z pierwszych materiałów jakie badał był korek. Siatkowate struktury, które zobaczył nazwał komórką. Dziś, struktura naturalnych materiałów komórkowych jest naśladowana w inżynierii i znajduje zastosowanie w licznych nowatorskich rozwiązaniach. Jednym z takich są konstrukcje warstwowe z rdzeniem w postaci kratownic.

Przedmiotem pracy jest analiza wybranych właściwości mechanicznych modelu płyty warstwowej. Symulacje zostały wykonane w programie inżynierskim COMSOL Multiphysics 4.4, wykorzystującym metodę elementów skończonych. Celem pracy jest przedstawienie wpływu obciążeń na przemieszczenia i naprężenia zaprojektowanych modeli. Następnie wykonane zostały w skali 1:1 trójwymiarowe elementy przeznaczone do przeprowadzenia badań wytrzymałościowych.

Praca ma charakter teoretyczno - projektowy i jest podzielona na część:

• Teoretyczną, która opisuje:

- charakterystykę i podział struktur komórkowych,

- sposób ich wytwarzania,
- rodzaje i zastosowanie współcześnie badanych płyt warstwowych,

 zagadnienia z dziedziny wytrzymałości materiałów, fizyki, metody elementów skończonych.

- Projektową składającą się z:
 - modelowania płyt warstwowych,
 - wykonania obliczeń i symulacji komputerowej,
 - stworzeniu modeli 3D i poddania badaniom w laboratorium.

2. Struktury warstwowe z rdzeniem komórkowym

2.1 Materiały komórkowe

Wnioski wyciągnięte z natury często są inspiracją do postępu technologicznego. Struktura pnia drzewa, budowa skrzydła niektórych ptaków, plaster miodu to tylko kilka przykładów naturalnych materiałów komórkowych. Słowo "komórka" pochodzi od łacińskiego słowa "cella" oznaczającego mały przedział lub zamkniętą przestrzeń. Naturalne materiały są często wykonane z wielu komórek. Drewno, kość i gąbki morskie są tego dobrymi przykładami. Bydlęca kość udowa przedstawioną jest na *rysunku 1a.* jest sztywna, lekka i wytrzymała. Natomiast na *rysunku 1b* przedstawiona jest syntetyczna struktura przypominająca wnętrze kości. Aktualnie produkowane są następujące materiały komórkowe: sztuczne pianki, gazary, puste struktury sferyczne, plastry miodu, materiały pryzmatyczne, laminaty tekstylne oraz miniaturowe konstrukcje kratowe [14]. Najtańsze i najbardziej popularne są pianki wykonane z polimerów. Mają one stochastyczną strukturę komórkową i często używane są do amortyzacji, izolacji termicznej i filtrowania. Inne mogą znaleźć zastosowanie jako pochłaniacze energii uderzenia, rdzeni paneli kompozytowych, a nawet jako dekoracje domowe [9].

Większość pianek jest wytwarzana w procesach spieniania materiału postaci płynnej, stałej lub półstałej. Wadą jest trudna kontrola rozmieszczenia materiału stałego, przez co powstają losowe niedoskonałości. Na *rysunku 2* łatwo jest zaobserwować znaczne różnice w kształcie komórek, wielkości i grubości ścianek. Należy zauważyć, że z powodu niedoskonałości, wad strukturalnych i niejednorodności, właściwości mechaniczne pianek są znacznie niższe od tych, okresowych, mniej wadliwych struktur komórkowych, takich jak plaster miodu pokazany na *rysunku 3* [8].

Syntetyczne plastry miodu są oparte o konstrukcje gniazda pszczół, w których zawarte jest ich potomstwo i zasoby miodu. Takie konstrukcje są często wykorzystywane jako rdzenie struktur wielowarstwowych oraz jako pochłaniacze energii uderzenia, ponieważ są sztywne, mocne, lekkie. Rysunek 4 przedstawia porównanie własności pianek stochastycznych i struktury plastra miodu. Parametry ρ , E i G oznaczają gęstość, moduł Younga i moduł Kirchoffa natomiast ρ_s i E_s jest gęstością a także modułem Younga dla materiału podstawowego z którego jest wykonana struktura. Gęstość względna ρ/ρ_s , stanowi część materiału stałego w strukturze.



Rysunek 1. a) Kość zwierzęca. b) Syntetyczna otwarta aluminiowa struktura typu Durocel [9]

Porowatość jest określana jako $1-\rho/\rho_s$. Zauważyć trzeba, że moduł Younga pianek komórkowych jest znacznie niższy niż w zwykłych plastrach sześciokątnych. Podobne



Rysunek 2. Zdjęcie rentgenowsie różnice w kształcie komórek [11]

różnice występują przy badaniu granicy plastyczności. Jest to konsekwencją różnego kształtu komórek. W celu poprawy własności wytrzymałościowych należy stosować struktury o regularnych prostych kształtach. Również naprężenia rozciągające i ściskające są mniejsze w przeciwieństwie do struktur nieregularnych [8].



Rysunek 3. Wzmocnienie o strukturze plastra miodu [8]



Rysunek 4. Porównanie własności wytrzymałościowych struktur otwartych i plastra miodu [8]

Na sztywność i wytrzymałość struktury plastra miodu wpływa to, jak materiał jest ukształtowany na poziomie komórek i zależy od gęstości, grubości ścianek i ilości wad materiałowych. W różnych zastosowaniach można spotkać się z połączeniem obu struktur. Na przykład, ściany komórkowe o strukturze plastra miodu, mogą być wytwarzane ze stochastycznych pianek.

2.2 Wielofunkcyjne struktury warstwowe

Konwencjonalne panele warstwowe składają się z połączonych ze sobą kilku lub wielu warstw dwuwymiarowych płyt lub paneli. Stosowane są liczne metody wytwarzania materiałów warstwowych jednak dla metali najczęściej stosuje się łączenie odkształceniowe. Wytwarzane w ten sposób panele mogą być lekkie i sztywne ale także wykazują znaczną anizotropię i są kosztowne w produkcji. Warstwowe struktury mają budowę wykonaną z trzech warstw w których środkowa jest wykonana z materiału o niskiej gęstości a zewnętrze z cienkich sztywnych paneli. Dla przykładu struktury plastra miodu są łączone od zewnątrz z cienkimi płytami o dużej wytrzymałości na zginanie. Jednak panele o takiej strukturze również wykazują właściwości anizotropowe. Następnym problemem technologicznym jest wykonanie takich struktur w skomplikowanych zakrzywionych kształtach. Ponadto między rdzeniem a płytą wierzchnią może powstawać wilgoć co skutkuje korozją materiału albo jego oddzielaniem. Problemy te można rozwiązać przez stosowanie otwartych rdzeni.

Dzięki dostępnej przestrzeni wewnątrz rdzenia struktury mogą posiadać unikalne połączenia właściwości. Przykładowo, otwarta struktura może podtrzymywać ciało stałe a ponadto zapewnić właściwości, takie jak pochłanianie energii uderzenia, transportu termicznego, ekranowania fal elektromagnetycznych, filtrowania cieczy lub katalizowania [9,10]. *Rysunek 5* przedstawia zastosowanie takiej struktury w poszyciu samolotu.



Rysunek 5. Fragment poszycia samolotu [12]

2.3 Miniaturowe kratownice

Od wielu lat wiadomo, że duże konstrukcje na bazie kratownic wykazują znakomite własności wytrzymałościowe w stosunku do gęstości. Sferyczne struktury na bazie kratownic należą do najbardziej wydajnych spośród konstrukcji tego typu. Ich korzystna geometria została przekształcona i użyta w panelach.

Kilka analitycznych i numerycznych analiz sugeruje, że struktury warstwowe z rdzeniem w postaci kratownicy mogą być tak sztywne, mocne i lekkie jak te wykonane z sześciokątnych paneli. Jednak w przeciwieństwie do rdzeni o strukturze plastra miodu, te otwarte odpowiedniki nie zatrzymują wilgoci i są bardziej wielofunkcyjne. Przez dziesiątki lat pracy inżynierów otwarte komórki okresowe zostały dokładnie zbadane. Ich własności wytrzymałościowe w stosunku do wagi są doskonałe. Budowa jest analogiczna do dużych konstrukcji (np: wieżowce, mosty, wieże transmisyjne), które zostały produkowane i testowane przez wiele lat. Kluczową kwestią jest znalezienie rozwiązania technologii produkcji.

Początkowo wytwarzanie miniaturowych kratownic było przeprowadzane przez: wtryskiwanie, szybkie projektowanie (rapid prototyping), odlewanie i elektrolizę. Właściwości mechaniczne tak wytworzonych struktur znacznie przewyższają stochastyczne pianki. Jednakże wiele z wymienionych metod produkcyjnych jest trudne do zastosowania i ma nierównomierną strukturę (na przykład przy odlewaniu). Podobnie jak przy piankach, istnieją ograniczenia dotyczące rodzajów materiałów z których mogą być wykonane. Istnieją jednak rozwiązania konstrukcyjne, które zapewniają wyjątkowe właściwości i kombinacje cech przy jednoczesnej eliminacji wad.

2.3 Metalowe laminaty tekstylne

Wykorzystanie topologii tekstylnych jest stosunkowo proste do produkcji rdzeni w postaci kratownicy. Polega na wplataniu w wiązki metalowych elementów [12]. Ogromną zaletą jest możliwość stosowania różnych materiałów (praktycznie wszystkie materiały mogą być wytwarzane w postaci drutu) oraz zmiany rodzaju zaplotu (holenderski, heksagonalny itp.). Jednak konwencjonalne tkaniny nie nadają się do wielofunkcyjnych zastosowań, ponieważ metalowe zakończenia siatki nie są zwykle związane z materiałem wierzchnim i powstają trudności z wykonaniem grubszych warstw. Na *rysunku 6* przedstawiona jest struktura warstwowa z rdzeniem w postaci zaplecionych metalowych drutów i płyt wierzchnich mocowanych poprzez zgrzewanie.



Rysunek 6. Zgrzewanie płyt wierzchnich z rdzeniem tekstylnym [10]

Metalowe tkaniny mogą być bardzo sztywne i trwałe. Pochłaniają również duże ilości energii mechanicznej podczas obciążeń dynamicznych [8].

Dla poprawy sztywności i wytrzymałości na ścinanie struktura została wykonana z kutego Al-6061 (*rys.* 7) i ze stali nierdzewnej typu AISI 304 (*rys.* 8). Jak widać sploty



Rysunek 7. Struktura wykonana ze stopu z aluminium z odwróconym rdzeniem [12]



Rysunek 8. Odkształcenia plastyczne wywołane obciążeniem zewnętrznym (ściskanie) [12]

obrócone są o 45 stopni. Wytrzymałość na ścinanie paneli wykonanych w ten sposób jest o około dwa razy wyższa niż tych wzorowanych na plastrze miodu. Kiedy obciążymy strukturę łatwo zauważyć, że połowa drutów się rozciąganie a druga połowa jest ściskana. Rysunki 8 i 9 pokazują, że poprawa wytrzymałości na ściskanie i pochłanianie energii może zostać zwiększona poprzez dodanie płyt wierzchnich [12].



Rysunek 9. Porównanie wytrzymałości samego rdzenia oraz tego samego rdzenia połączonego z płytami wierzchnimi [12]

Metale komórkowe mogą być także stosowane w celu ułatwienia wymiany ciepła pomiędzy strukturą a płynem (*rysunek 10*). Przeznaczone do tego celu są gęste struktury o dużej przewodności. Jeżeli odstęp między przewodami opisany zostanie jako "w" i średnica drutu "d", to metalowe tkaniny mają gęstość obszaru $\alpha = \pi / (w + d)$, która jest większa niż przy stochastycznych piankach. Geometria takiego przepływu jest podobna do dobrze sprawdzonej konstrukcji wymiennika ciepła składającego się z cylindrów o przepływie poprzecznym. Wybierane materiały muszą mieć wysoką przewodność cieplną np. miedź, aluminium. Takie konstrukcje stosowane są do kompaktowych zastosowań (np: małych radiatorów, klimatyzatorów, itp.). Prototypy wymiennika ciepła są wykonane z miedzi (*rysunek. 11*). Zbadano takie wymienniki i ich właściwości są porównywalne do wymienników konwekcyjnych [13].



Rysunek 10. Wymiennik ciepła wytworzony w postaci panela warstwowego [8]



Rysunek 11. Przekrój dwóch różnych płyt warstwowych przeznaczonych jako wymienniki ciepła [13]

2.4 Otwarte kratownice

Kolejnym sposobem wytwarzania miniaturowych struktur w postaci kratownic są metody kształtowania i perforacji blach. Istnieją różne metody do produkcji paneli z wykorzystaniem odpowiednio ukształtowanych blach sześciokątnych. *Rysunek 12* przedstawia urządzenie wykorzystane do wytwarzania takich elementów [7]. Ukształtowana struktura wykonana ze stali nierdzewnej pokazana jest na *rysunku 13*. Testy (*rysunek 14*) struktury wykazały właściwości ścinające porównywalne do konstrukcji z rdzeniem o strukturze plastra miodu (*rysunek 15*). Zauważyć można,



Rysunek 12. Urządzenia przeznaczone do perforacji blach [7]



Rysunek 13. a) Fragment struktury wykonanej z blachyb) Łączenie rdzenia z płytą wierzchnią [7]

że w przypadku deformacji, zestaw elementów kratowych po obu stronach inaczej się odkształca. Podobne asymetryczne zachowanie zaobserwowano w strukturach odlewanych. Zniszczenia mogą być trwałe a wszystkie wiązania płyta wierzchnia/rdzeń

pozostały nienaruszone i pojawiły się pęknięcia. Ta konstrukcja może być odpowiednikiem paneli o strukturze plastra miodu.



Rysunek 14. Próba trójpunktowego zginania panelu warstwowego [7]



Rysunek 15. Porównanie płyt warstwowych [7]

W przypadku stopów aluminiowych opisane powyżej podejście wytwarzania okazało się kłopotliwe ze względu na łatwe pękanie. Blachy z perforacją podłużną tworzą sześciokątny wzór następnie są wyżarzane aby zmiękczyć i złagodzić pękanie stopu. Wiązanie do płyt wierzchnich zachodzi pod próżnią. Uzyskane wiązania rdzeń/płyta wierzchnia pokazane jest na *rysunkach 16* i *17*. Zaokrąglane o dużym promieniu krzywizny zapobiegło pękaniu [12]



Rysunek 16. Przedstawienie łączenia płyta wierzchnia/rdzeń w przypadku stopu aluminium [7]



Rysunek 17. Płyta warstwowa wytworzona ze stopu aluminium [8]

3. Właściwości mechaniczne

W pracy zostały wykorzystane wybrane właściwości mechaniczne z zakresu wytrzymałości materiałów. Definicje zawarte w tym rozdziale zostały opracowane na podstawie literatury: [1-6, 15]

Moduł Younga (inaczej współczynnik sprężystości podłużnej) – wielkość określająca sprężystość materiału. Jest to stały stosunek naprężenia jednostkowego do odpowiedniego wydłużenia jednostkowego:

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon} \ [MPa].$$

Współczynnik ten najczęściej jest wyznaczany na podstawie statycznej próby rozciągania (w początkowym stadium, gdy występują tylko odkształcenia sprężyste). Im współczynnik ten jest większy, tym trudniej materiał ulega odkształceniom sprężystym.

Moduł Kirchoffa (inaczej moduł odkształcenia postaciowego, moduł ścinania) zależność pomiędzy naprężeniem stycznym τ , jakie powstaje w materiale pod wpływem obciążenia oraz związanym z nim odkształceniem sprężystym, jakim jest kąt odkształcenia postaciowego γ :

$$G=\frac{\tau}{\gamma} \ [MPa].$$

Najczęściej moduł ścinania wyznacza się poprzez statyczną próbę skręcania.

Współczynnik Poissona – jest to stosunek odkształceń poprzecznych do wzdłużnych podczas gdy obciążenie działa w kierunku wzdłużnym:

$$v = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_w},$$

gdzie:

 ε_p - odkształcenia poprzeczne,

 ε_w – odkształcenie wzdłużne.

Uogólnione prawo Hooke'a – wykorzystując zasadę superpozycji, dla idealnie sprężystego materiału izotropowego zależność można opisać:

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{x} - \nu \left(\sigma_{y} + \sigma_{z} \right) \right], \qquad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$
$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{y} - \nu \left(\sigma_{x} + \sigma_{z} \right) \right], \qquad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$
$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{E} \left[\sigma_{z} - \nu \left(\sigma_{x} + \sigma_{y} \right) \right], \qquad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

Tak sformułowane prawo pozwala obliczyć składowe stanu odkształcenia na podstawie znanych składowych stanu naprężenia.

Naprężenia – aby poprawnie dokonać analizy układu sił wewnętrznych należy rozważyć dowolny, pokazany na *rysunku 18*, przekrój bryły płaszczyzną o wersorze normalnym $\bar{\nu}$ przechodzący przez punkt C o wektorze wodzącym \bar{r} . Wokół punktu C wydzielony jest obszar ΔA . Suma sił wewnętrznych przyłożonych do powierzchni ΔA oznaczona jest jako $\Delta \bar{P}$.



Rysunek 18. Układ sił wewnętrznych [1]

Można zatem przyjąć, że naprężeniem w punkcie o wektorze wodzącym \bar{r} na powierzchni przekroju o normalnej $\bar{\nu}$ nazywamy wektor:

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \bar{P}}{\Delta A}$$

Fizycznie naprężenie można określić jako gęstość sił wewnętrznych.

Odkształcenie – to zmiana odległości pomiędzy punktami ciała, która jest efektem naprężeń wywołanych przez rozciąganie, ściskanie, zginanie lub skręcanie. Wyróżnia się odkształcenie sprężyste wtedy, gdy odkształcenie zanika po ustaniu naprężenia oraz odkształcenie plastyczne, gdy zmiany są nieodwracalne.

Płynięcie materiału – jest to proces, w którym przyrost odkształcenia materiału następuje przy stałym (lub nawet przy niewielkim spadku) naprężenia. Znaczne płynięcie materiału można zauważyć na wykresie próby rozciągania miękkiej stali.

Hipoteza Hubera – Missesa – Hencky'ego – jest to hipoteza energii odkształcenia postaciowego. Zakłada ona, że o wytężeniu materiału w danym punkcie decyduje gęstość energii odkształcenia postaciowego, niezależnie od stanu naprężenia:

$$W_{H-M-H} = \frac{1-\nu}{6E} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right].$$

Zatem warunek bezpiecznego stanu przyjmuje postać:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_x-\sigma_y\right)^2+\left(\sigma_y-\sigma_z\right)^2+\left(\sigma_z-\sigma_x\right)^2+6\left(\tau_{xy}+\tau_{xz}+\tau_{yz}\right)^2} \le R_K,$$

gdzie:

 R_k - naprężenia dopuszczalne.

4. Metoda elementów skończonych

Metoda elementów skończonych (MES) jest metodą otrzymywania numerycznych rozwiązań równań różniczkowych cząstkowych. Rozwój tej metody obliczeniowej datuje się na lata sześćdziesiąte i siedemdziesiąte ubiegłego wieku [16]. W tych latach analiza skomplikowanych konstrukcji wymagała posługiwania się największymi ówczesnymi systemami komputerowymi w związku z czym była dostępna jedynie dla dużych zespołów badawczych. Jednak w latach osiemdziesiątych, gdy moc obliczeniowa komputerów domowych zrównała się z mocą dużych systemów z lat siedemdziesiątych, metoda stała się powszechnie dostępna. Lata dziewięćdziesiąte to doskonalenie programów MES: doskonalenie grafiki programów, ułatwienie w budowie modelu, połączenie z programami CAD, poprawa prezentacji wyników.

Metoda elementów skończonych w zastosowaniu modelowania polega na [2]: – podziale konstrukcji na małe, skończone elementy konstrukcji

- opisie pracy poszczególnych elementów,

 stworzeniu opisu pracy całej konstrukcji na podstawie opisu pracy poszczególnych elementów skończonych.

Wyniki końcowe otrzymane podczas symulacji MES mogą być obarczone błędami. Najczęściej wynikają one ze: złego doboru liczby oraz kształtu elementów skończonych, zastosowaniu błędnego modelu matematycznego, dokładności lub błędnych warunków brzegowych.

Przy pomocy odpowiedniego oprogramowania oraz współczesnych komputerów domowych można przeprowadzić skomplikowane symulacje. Dostępne są moduły pozwalające badać: wytrzymałość; odkształcenia; naprężenia; przemieszczenia; przepływ ciepła i cieczy; oddziaływania elektryczne, elektrostatyczne, akustyczne oraz inne zjawiska, które są opisane równaniami różniczkowymi. *Rysunek 19* przedstawia przykładowy model MES ukazujący stan naprężeń mostu poddanemu obciążeniu. Symulacja została wykonana w środowisku COMSOL Multiphysics [20].



Rysunek 19. Przykład symulacji naprężeń wywołanych w żebrach mostu

5. Opis problemu

5.1 Model struktury Kagomè

Część doświadczalna pracy poświęcona jest badaniu charakterystycznej struktury warstwowej, która w literaturze nazywana jest strukturą Kagomè [17]. Rdzeń zbudowany jest z pojedynczych komórek, które są ułożone w regularnych odstępach. Podstawą budowy pojedynczego przęsła są odpowiednio przekształcone krawędzie czworościanu foremnego, co pokazane jest na *rysunku 20*. Długość krawędzi podstawy wynosi 25mm, wysokość 50mm a średnica przęsła 4mm.



Rysunek 20. Pojedyncza komórka struktury rdzenia płyty warstwowej

Do przeprowadzenia symulacji zostały zaprojektowane trzy płyty. Pierwsza (*rysunek 21*) przeznaczona jest do próby ściskania, druga (*rysunek 22*) do próby zginania z utwierdzeniem jednostronnym, natomiast trzecia (rysunek 23) do zginania trójpunktowego. Następnym etapem pracy było badanie rzeczywistych modeli w laboratorium wytrzymałościowym. Druki 3d zostały wykonane w skali 1:1 w stosunku do modeli komputerowych (ułatwi to porównanie wyników obu metod badań). Płyty wierzchnie mają grubość 3mm. Próbki przeznaczone do zginania posiadają trzy rzędy żeber. Elementy środkowego szeregu są osiowo obrócone o 180°. Ma to na celu prawdopodobne spiętrzenie naprężeń, które powstało by na połączeniu przęseł i płyt wierzchnich. Stało by się tak z powodu zmniejszenia odległości między mocowaniami poszczególnych komórek.



Rysunek 21. Płyta warstwowa o wymiarach 380x110x56mm



Rysunek 22. Płyta o wymiarach 80x80x56mm



Rysunek 23. Płyta o wymiarach 280x70x50mm

5.2 Dane początkowe

Dane materiałowe przestawione są w Tabeli 1.

Materiał	E[GPa]	ν	$\rho[kg/m^3]$
PLA	3,5	0,28	1250

Tabela 1. Właściwości materiałowe polilaktydu [18]

Materiałem użytym w pracy jest polilaktyd. Jest to polimer, który używany jest do druku 3d. Biblioteka materiałowa programu COMSOL nie posiada zaimplementowanych danych materiałowych dla PLA. Konieczne było dodanie nowego materiału do biblioteki.

Kolejnym krokiem była dyskretyzacja modelu. Siatka została podzielona na skończone czworościenne elementy. W przypadku pierwszego modelu liczba elementów to 91394, drugiego 46787 oraz trzeciego 47708. *Rysunek 24* przedstawia model pierwszy po dyskretyzacji.



Rysunek 24. Dyskretyzacja pierwszego modelu

5.3 Wyniki symulacji

5.3.1 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas ściskania

Pierwszą przeprowadzoną symulacją było obciążenie mniejszego elementu, następnie obliczenie naprężeń zredukowanych von Misesa oraz przemieszczeń. Obciążona została górna płyta obciążeniem 400[N]. Dolna płyta została unieruchomiona. Ponadto górna płyta została usztywniona (zablokowane przemieszczenia w kierunkach "x" i "y"). Próba ta jest analogiczna do statycznej próby ściskania wykonanej w laboratorium. *Rysunki 25 i 26* przedstawiają odpowiednio wyniki przeprowadzonych symulacji.



Rysunek 25. Naprężenia w pierwszej próbce

Największe naprężenia powstają w miejscach połączenia poszczególnych przęseł. Jest to miejsce, które łączy model na dwie równe części konstrukcji. Maksymalna wartość naprężeń wyniosła 9,81[MPa]. Według danych zaczerpniętych z literatury, granica wytrzymałości w próbie rozciągania to 50[MPa]. Zakładając, że podobna wartość występuje dla granicy ściskania to konstrukcja na pewno wytrzyma zadane obciążenie.



Rysunek 26. Przemieszczenia w pierwszej próbce

Wartość maksymalnych przemieszczeń przy takim samym obciążeniu wynosi 46,8[µm]. W stosunku do wysokości h=56mm wartość przemieszczenia wyniosła 0,0863%. Na podstawie niskiej wartości przemieszczenia należy wnioskować, że jest to

odkształcenie sprężyste. W przypadku odciążenia elementu wymiary będą takie same jak wymiar nominalny. Czarne kontury ukazują element przed obciążeniem. Wyraźnie widać, że znacząco odkształcą się jedynie przęsła. Zmienią swoją wysokość, co spowoduje zmianę całej geometrii – kąty krawędzi ostrosłupów tworzących rdzeń. Należy zwrócić uwagę, że górna płyta została usztywniona, przez co przemieszczenie w kierunkach innych niż "z" nie wystąpi.

5.3.2 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas zginania

Kolejną symulacją było obciążenie większego elementu, który został utwierdzony na dwóch powierzchniach bocznych znajdujących się na jednym z końców modelu. W rzeczywistości tak przedstawiony model można uzyskać poprzez całkowite utwierdzenie elementu (np. w ścianie). Górna płyta wierzchnia została obciążona siłą o wartości F=200[N]. Wyniki przedstawiają *rysunki* 27 i 28.



Rysunek 27. Naprężenia w próbce drugiej

Naprężenia zagrażające konstrukcji powstają w innych miejscach niż w przypadku próbki pierwszej. Są to bowiem miejsca łączenia niektórych kratownic z płytami wierzchnimi (im bliżej utwierdzenia tym większe). Stosunkowo wysokie naprężenia powstają w miejscach łączenia pojedynczych przęseł. Maksymalna wartość naprężeń zredukowanych wyniosła 27,4[MPa]. Wytrzymałość na zginanie założonego materiału podobnie jak dla większości tworzyw sztucznych jest większa niż wytrzymałość na zginanie i wynosi 80[MPa]. Konstrukcja najprawdopodobniej wytrzyma obciążenie.



Rysunek 28. Przemieszczenia w próbce drugiej

Maksymalne przemieszczenia wyniosły 2,81[mm]. Trudno jest oszacować, czy będą to odkształcenia sprężyste czy plastyczne. Wartość naprężeń zredukowanych jest około 3 razy mniejsza niż maksymalne naprężenia zginające co może świadczyć o tym, że będzie to odkształcenie sprężyste. Struktura jednak jest złożona, nie wystąpi tutaj czyste zginanie, ale również pojawią się inne deformacje. Trudno jest jednoznacznie stwierdzić jak zachowa się rzeczywista konstrukcja bez wykonania próby laboratoryjnej.

W celu porównania wyników jak i samej istoty stosowania podobnych, skomplikowanych konstrukcji można przeprowadzić takie samo badanie dla prostopadłościennej próbki o tej samej masie. Szerokość oraz długość próbki pozostała bez zmian. Masa konstrukcji badanej wcześniej to 0,382[Kg]. Po prostych obliczeniach wysokość takiego elementu wyniesie h=7,31[mm]. *Rysunek 29* i *30* ukazuje wyniki analiz.



Rysunek 29. Naprężenia w dodatkowej próbce

Rysunek 30. Przemieszczenia w dodatkowej próbce

Naprężenia maksymalne usytuowane są przy samym utwierdzeniu i wynoszą 37,9[MPa]. Są zatem większe o 38% w stosunku do płyty warstwowej. Przemieszczenie z niecałych 3 milimetrów wzrosło do 106. Element prawdopodobnie wytrzyma taki nacisk jednak tak mała sztywność eliminuje model jako element konstrukcyjny.

5.3.3 Analiza częstotliwości rezonansowych

Borys Palacz

Następnym badaniem zawartym w pracy jest analiza dynamiczna, która wyznaczy wartości częstotliwości rezonansowych dla zaprojektowanego modelu. Parametry są takie same jak przy badaniu modelu z rozdziału 5.3.2. Wykazano 6 najmniejszych częstotliwości rezonansowych pokazanych w tabeli 2.

Lp(i)	1	2	3	4	5	6
ω _i [Hz]	79,839183	176,913698	180,807578	249,43272	446,429738	573,2035

Tabela 2. Częstotliwości rezonansowe dla modelu drugiego

Drgania rezonansowe osiągnęły wartości kilkudziesięciu oraz kilkuset herców. Niski poziom częstotliwości rezonansowych jest związany ze stosunkowo dużym modelem i masą. Faktem jest, że wraz ze wzrostem masy elementu wartość drgań rezonansowych maleje, co opisuje wzór:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

gdzie:

ω – częstotliwość drgań swobodnych,

k – współczynnik proporcjonalności,

m – masa elementu.

Symulacja komputerowa dla przedziału granicznego określonej wartości drgań rezonansowych została wykonana dla trzech częstotliwości. Procesy obliczeniowe wykonane były w module programu nazwanym "Frequency domain". Badanie polegało na wprowadzeniu granicznych częstotliwości oraz kroku. W każdym kroku wykonywane były oddzielne badania drgań rezonansowych. Jako przykład może posłużyć pierwsze wykonane doświadczenie dla częstotliwości równej 249,46[Hz]. Częstotliwość początkową przyjęto 249 a jako końcową 250 herców. Krok został określony jako 0,025[Hz]. Wykonano symulacje dla 40 różnych wariantów, uzyskując wykresy wzrostu amplitud w danym punkcie. Charakterystycznym punktem dla wszystkich trzech badań jest punkt pokazany na *rysunku 31*. Każda z symulacji trwała około 30 minut na komputerze z procesorem Intel® Core™ i7 2,2 GHz i pamięcią 6144 MB RAM.

Rysunek 31. Punkt charakterystyczny dla którego zostały wykonane badania Wyniki dla parametru ω_4 =249,43272[Hz] przedstawione są na *rys. 32* oraz *33*.

Rysunek 32. Przemieszczenia modelu dla wartości 004

Rysunek 33. Rozkład wartości drgań rezonansowych w punkcie ω_{4i} zbliżonych

Podobnie przedstawiają się wyniki dla kolejnej wartości rezonansowej ω_5 =446,429738[Hz] (*rys. 34 i 35*).

Rysunek 34. Przemieszczenia modelu dla wartości 005

W obu tych przypadkach wyraźnie widać, że największe przemieszczenia punktu dążą do nieskończoności dla obliczonej wartości rezonansowej. Jednak w rzeczywistości są one minimalne.

Ostatnia próba dla częstotliwości ω_6 = 573,2035[Hz] przedstawiona jest na *rysunkach 36* i *37*.

Rysunek 36. Przemieszczenia modelu dla wartości ω_6

Rysunek 37. Rozkład wartości drgań rezonansowych w punkcie ω_{6i} zbliżonych

Na wykresie wyraźnie widać, że przed wartością rezonansową również występuje przemieszczenie punktu, lecz w przeciwnym kierunku. Ma to miejsce przy około 573,18[Hz]. Przy takiej częstotliwości obciążania elementu również wystąpił by rezonans. Celem tych symulacji było wyznaczenie charakterystycznych drgań rezonansowych, przedstawienie wykresów dla granicznych wartości tych drgań oraz pokazanie postaci drgań własnych.

5.3.4 Analiza przemieszczeń i naprężeń podczas trójpunktowego zginania

Ostatnia symulacja komputerowa wykonana na potrzeby pracy prezentuje analizę statyczną, która możliwie dokładnie odzwierciedla laboratoryjną próbę zginania trójpunktowego. W kolejnym rozdziale opisane jest rzeczywiste badanie elementu w laboratorium. Do symulacji została użyta próbka nr 3. Parametry były takie same jak w przypadku próby laboratoryjnej. Odległość środka dolnej prawej podpory do krawędzi wynosi 30mm. Rozstaw między podporami wynosi 215[mm]. Obciążenie o wartości 150[N] jest przenoszone przez górny element. Wyniki symulacji przedstawia *rysunek 38* i *39*.

Rysunek 38. Naprężenia przy symulacji trójpunktowego zginania

Maksymalne naprężenia wyniosły 7,8[MPa]. Wystąpiły przy łączeniu górnej płyty z przęsłami. Znaczne naprężenia wystąpiły również w miejscach połączeń poszczególnych przęseł. Dochodziły one do wartości zbliżonej do maksymalnej (im bliżej przyłożenia obciążenia tym większe). Konstrukcja wytrzyma wartość takich naprężeń.

Rysunek 39. Przemieszczenia przy symulacji trójpunktowego zginania

Maksymalne przemieszczenia wyniosły 0,22[mm]. Konstrukcja wytrzyma zadane obciążenie ponadto będą to odkształcenia plastyczne co potwierdzi ta próba laboratoryjna.

5.4 Badania laboratoryjne

Badania laboratoryjne zostały przeprowadzone na maszynie wytrzymałościowej Zwick Roell Z100, która przedstawiona jest na *rysunku 40*. Jest ona przeznaczona do różnorodnych badań statycznych wykorzystywanych zarówno w kontroli jakości, jak

Rysunek 40. Maszyna wytrzymałościowa z zamontowaną próbką

i w projektach naukowych. Zakres prędkości badawczych wynosi od 0,001 do 1500[mm/min], natomiast maksymalne obciążenie 100[kN] [19]. Parametry te pozwoliły na dokładne zbadanie wykonanych wcześniej próbek. W pierwszym przypadku było to badanie najmniejszego elementu w statycznej próbie ściskania. Kolejne polegało na trójpunktowym zginaniu. Na podstawie kolejnych odczytów sił działających na próbki oraz odpowiadających im całkowitych wydłużeń bezwzględnych można było sporządzić wykresy ściskania i zginania. Badanie wydłużeń odbywało się przy pomocy ekstensometrów zakładanych na badane elementy.

5.4.1 Statyczna próba ściskania

Na potrzeby badania została wydrukowana w technologi rapid prototyping próbka przedstawiona na *rysunku 41.* Ze względu na brak możliwości wykonania całego elementu (podczas drukowania 3d górna płyta wierzchnia zapadała się pod wpływem własnego ciężaru) model został podzielony na dwie części. Następie przy przy pomocy kleju modelarskiego został sklejony. Zabieg ten nie miał wpływu na wyniki wykonanego badania. Rysunek płyty warstwowej wyraźnie ukazuje różnice w kolorze poszczególnych połówek modelu. Spowodowane jest to zmianą drutu (filamentu) podczas drukowania elementów. Materiał jednak pozostał ten sam, czyli wspomniany we wcześniejszych rozdziałach polilaktyd.

Rysunek 41. Rzeczywisty model próbki ściskanej

W laboratorium próbka została zamontowana na maszynie (*rysunek 42*). Nad górną płytą wierzchnią znajduje się stalowa płyta. Jej zadaniem było równomierne przekazanie nacisku na konstrukcje. Następnie znajduję się stalowy cylinder, do którego zamocowane jest ramię ekstensometru. Analogicznie elementy zamocowane są do dolnej płyty wierzchniej.

Rysunek 42. Próbka po zamontowaniu na maszynie

Następnie zostało przeprowadzone badanie. Nacisk wstępny został określony na 5[N] a wartość posuwu maszyny określona jako 1[mm/min]. Próba trwała aż do momentu nagłego uszkodzenia próbki (*rysunek 43*).

Rysunek 43. Zniszczona próbka po badaniu

Wyraźnie widać, że każde przęsło odkształciło się plastycznie. Jedno z czterech uległo całkowitemu zniszczeniu natomiast większość prętów, z którego składa się przęsło, posiada wyraźne pęknięcia. Jedna połówka odkształciła się mocniej, co może być spowodowane różnicą jakości obu filamentów wykorzystanych do wydruku. Program komputerowy sterujący próbą zapisywał wartości siły ściskającej oraz odpowiadające temu skrócenie próbki. Pomiar trwał 169,16[s] natomiast częstotliwość próbkowania wyników wynosiła około 50[ms]. Na podstawie 5686 wyników sporządzono wykres siły w zależności od wydłużenia, który pokazany jest na *rysunku 44*.

Rysunek 44. Zależność wartości odkształcenia od siły ściskającej

Pierwsza faza wykresu obrazuje stosunkowo duże odkształcenia przy bardzo małym wzroście siły od 0 do około 1[kN]. Spowodowane jest to błędem równoległości obu płyt wierzchnich oraz zjawiskiem "ubijania" warstw modelu. Pomiary wykonane przed badaniem wykazały błąd równoległości dochodzący do 0,3[mm]. Kolejnym etapem jest ustabilizowanie się nagłych odkształceń i funkcja przyjmuje charakter liniowy dla wartości od 1 do około 6,7[kN]. W obszarze tym obowiązuje prawo Hooke'a. Za granicę odkształceń sprężystych można uznać wartość około 1,4[mm]. Powyżej tego punktu występuje zaburzenie prostoliniowości wykresu i zaczyna się faza odkształceń plastycznych. Siła potrzebna do wydłużenia dalej jednak rośnie aż osiąga wartość maksymalną równą 8,52159[kN] dla 1,9608[mm]. Następnie siła potrzebna do dalszego wydłużania próbki maleje, aż do momentu kruchego pęknięcia przęsła przy wartości około 6[kN].

5.4.2 Zginanie trójpunktowe

Kolejnym badanym modelem była próbka przedstawiona na *rysunku 45*. Podobnie jak w poprzednim przypadku nie było możliwości wykonania całego elementu i model został podzielony na dwie części. W przeciwieństwie do poprzedniego badania zabieg klejenia miał znaczący wpływ na badanie. Własności materiałowe są identyczne jak w poprzednim przypadku (zmienił się jedynie kolor).

Rysunek 45. Rzeczywisty model próbki przeznaczonej do zginania

Przed wykonaniem badania konieczne było przezbrojenie maszyny. *Rysunek 46* przedstawia próbkę umieszczoną na maszynie przed wykonaniem testu. Od góry został

Rysunek 46. Próbka po zamontowaniu na maszynie

zamontowany element wykonawczy zakończony półkolem o promieniu 15[mm]. Dwie dolne podpory w kształcie walca o promieniu 7,5[mm] zostały zamontowane w odległości 215[mm], symetrycznie względem środka. Prawa podpora jest usztywniona, natomiast lewa przesuwna. Do modelu doklejony został metalowy element walcowy, którego zadaniem było utrzymanie górnego ramienia ekstensometru. Dolne ramie zamontowane zostało na specjalnym walcu znajdującym się w podstawie.

Tak ustawiony detal został poddany badaniu. Nacisk wstępny został określony na 5[N], a wartość posuwu maszyny określona jako 2[mm/min]. Próba trwała aż do momentu, w którym siła potrzebna do wydłużenia zaczęła spadać co spowodowane było pęknięciami miejsc klejenia. *Rysunek 47* przedstawia element po wykonanym badaniu.

Rysunek 47. Zniszczona próbka po badaniu

Na podstawie wykonanej fotografii można stwierdzić, że zniszczeniu uległy jedynie miejsca klejenia obu połówek konstrukcji. Kolejno pękały przęsła położone najbliżej środka modelu. Przedwczesne odkształcenia spowodowane były siłami ścinającymi, które wystąpiły w miejscach klejenia. *Rysunek 48* ukazuje model po odciążeniu. Widać, że materiał odkształcił się jedynie sprężyście.

Rysunek 48. Model po odciążeniu

Program sterujący próbą zapisywał wartości siły oraz odpowiadające temu odkształcenie próbki. Pomiar trwał 117,54[s] a częstotliwość próbkowania wyników około 50[ms]. Na podstawie 3330 wyników można sporządzić wykres siły w zależności od wydłużenia, który przedstawiony jest na *rysunku 49*.

Rysunek 49. Zależność odkształcenia od siły zginającej

Początek wykresu, podobnie jak W poprzednim przypadku, jest nieustabilizowany. Również jest to efektem błędu równoległości obu płyt wierzchnich. Faza ta jest jednak mniej wyraźna. Następnie funkcja przyjmuje charakter liniowy. Obszar ten, w którym obowiązuje prawo Hooke'a, kończy się w punkcie o wartości 0,284646[kN], który odpowiada odkształceniu 0,5616[mm]. Wystąpiło wtedy pierwsze uszkodzenie miejsca klejonego. Kolejne "piki" są następującymi po sobie pęknieciami poszczególnych przęseł (miejsc klejenia). Widać, że na całym obszarze nie wystąpiły żadne uszkodzenia plastyczne materiału modelu. Dalsza analiza jest bezcelowa, ponieważ siła potrzebna do wydłużenia spada z każdym kolejnym pęknięciem.

5.5 Porównanie symulacji komputerowych i rzeczywistego badania

Otrzymane wyniki prób laboratoryjnych można porównać z wcześniej wykonanymi symulacjami komputerowymi. Analiza ta ma na celu określenie, która z metod, w przypadku takiej konstrukcji, daje bardziej miarodajne wyniki. Należy pamiętać, że przy wykonywaniu symulacji mamy do czynienia z elementem, który posiada wymiary i parametry materiałowe idealnie takie jak zostały założone. W przypadku rzeczywistego modelu zawsze wystąpią pewne niedoskonałości. Efektem tych niedoskonałości są nieliniowe odkształcenia przy niskich wartościach siły obciążającej (początkowe fazy obu wykresów). Następnie wykresy się stabilizują i są prostoliniowe. Porównanie polega na określeniu przemieszczeń przypadających na założoną wartość siły obciążającej, w zakresie stosowania prawa Hooke'a do wartości przemieszczeń powstałych w symulacjach komputerowych.

W przypadku próbki ściskanej za wartość początkową można przyjąć 2,6[kN]. Odkształcenie całkowite przy takim obciążeniu wyniosło 0,75[mm], natomiast dla 3[kN] wartość to 0,8136[mm]. Wykonując elementarne przekształcenia można uzyskać przemieszczenie odpowiadające 400[N] wynoszące 0,0636[mm] czyli 63,6[µm]. W przypadku symulacji komputerowej, przedstawionej w rozdziale 6.3.1. dla wartości 400[N] przemieszczenie wyniosło 46,8[µm]. Odkształcenie w przypadku symulacji w stosunku do próby laboratoryjnej jest mniejsze o:

$$\Delta l_1 = \frac{14,8 * 100}{63,6} = 23,27\% \,.$$

Próbka zginana w symulacji została obciążona niższą wartością siły wynoszącą 150[N]. Przemieszczenie wyniosło 0,22[mm], tak jak jest pokazane w rozdziale 5.3.4.

Przy badaniu laboratoryjnym odkształcenie odpowiadające 0,1[kN] wyniosło 0,2118[mm], natomiast dla 0,25[kN] odpowiednio 0,4818[mm]. Po przeprowadzeniu elementarnych przekształceń można uzyskać przemieszczenie odpowiadające 150[N] wynoszące 0,27[mm]. Odkształcenie w przypadku symulacji w stosunku do próby laboratoryjnej jest mniejsze o:

$$\Delta l_2 = \frac{0,05 * 100}{0,27} = 18,52\% \,.$$

Zarówno przy zginaniu jak i ściskaniu wartości przemieszczeń są większe dla prób laboratoryjnych. Niewielka różnica wyników świadczy również o prawidłowym zamodelowaniu komputerowym wykonanych badań. W przypadku symulacji mamy do czynienia z eksperymentem w warunkach "idealnych" nieuwzględniających imperfekcji konstrukcji płyty wykonanej w procesie druku 3D. Przy tej metodzie materiał nakładany jest warstwowo o skoku około 0,1[mm], przez co odkształcenie przypadające na jednostkę obciążenia może być większe. Możliwe również, że producent filamentu dodaje różne pierwiastki polepszające jakość drukowanych elementów, ale z drugiej strony pogarsza własności wytrzymałościowe.

6. Podsumowanie i wnioski

Opracowana praca przedstawia przykład modelowania oraz badanie właściwości mechanicznych płyty warstwowej z rdzeniem w postaci kratownicy. Modelowanie konstrukcji zostało wykonane w programie do komputerowego wspomagania projektowania (CAD) Autodesk Inventor 2014. W celu uzyskania konkretnych wyników wykonano trzy symulacje komputerowe i dwie laboratoryjne. Pierwsza była symulacja próby ściskania, która możliwie dokładnie odpowiadała badaniu rzeczywistej próbki na maszynie wytrzymałościowej. Kolejna próba dotyczyła zginania z utwierdzeniem na brzegu elementu. Przeprowadzone zostało badanie statyczne (naprężenia, przemieszczenia) oraz dynamiczne (wartości drgań rezonansowych). Wykazano sześć pierwszych wartości, dla których gwałtownie wzrasta amplituda drgań. Trzecim badaniem komputerowym była trójpunktowa próba zginania, która również została wykonana w laboratorium. Na podstawie wyników symulacji statycznych można stwierdzić, że w każdym przypadku konstrukcje wytrzymają założone obciążenia a odkształcenia będą sprężyste. Modele rzeczywiste wykonano w technologi drukowania 3D i następnie zbadano eksperymentalnie pod względem własności wytrzymałościowych. Przedstawiono wykresy przemieszczeń w zależności od obciążeń. Ostatnim etapem było porównanie wyników prób laboratoryjnych i symulacji.

Głównym wnioskiem płynącym z przeprowadzonych eksperymentów jest to, że metoda elementów skończonych może być efektywnie wykorzystywana w projektowaniu podobnych konstrukcji. Należy jednak pamiętać, że każda konstrukcja rzeczywista nie jest idealna i posiada wady, które mogą mieć znaczący wpływ na parametry wytrzymałościowe. Z racji tego, że podobne struktury warstwowe stosowane są w odpowiedzialnych maszynach, na drodze projektowana oprócz symulacji komputerowych należy wykonać prototypy i podstawowe próby laboratoryjne. wykonywaniu Największą trudnością przy podobnych konstrukcji, z innych materiałów, jest stworzenie odpowiedniego procesu technologicznego. Dzięki szybkiemu postępowi technicznemu opracowywane są ekonomiczne metody wytwarzania takich struktur komórkowych przy wykorzystaniu nawet trudno obrabialnych materiałów.

Literatura

[1] Bodnar A: Wytrzymałość Materiałów, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004.

[2] Joniak S. (red.), Badania eksperymentalne w wytrzymałości materiałów, Wyd.Politechniki Poznańskiej, Poznań 2006.

[3] Majewski L., Drgania mechaniczne: podstawy, Wydawnictwo Akademii Techniczno-Humanistycznej, Bielsko-Biała, 2009.

[4] Ostwald M., Podstawy wytrzymałości materiałów, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2007.

[5] Sikora R., Tworzywa wielocząsteczkowe. Rodzaje właściwości i struktura, Politechnika Lubuska, Lublin 1991.

[6] Siuta W, Mechanika Techniczna, Wydawnictwo Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 1954.

[7] Sypeck, D. J. and Wadley, H. N. G., Cellular Metal Truss Core Sandwich Structures, Special Issue, Advanced Engineering Materials 4(10), 2002.

[8] Sypeck, D. J, Cellular Truss Core Sandwich Structures, Applied Composite Materials, Springer, 2005.

[9] Sypeck, D. J., Constructed Cellular Metals, Processing and Properties of Lightweight Cellular Metals and Structures, TMS Conference Proceedings, Warrendale, 2002.

[10] Sypeck, D. J. and Wadley, H. N. G., Multifunctional Microtruss Laminates, Textile Synthesis and Properties, Journal of Materials Research 16(3), 2001.

[11] Sypeck, D. J., Wadley, H. N. G., Bart-Smith, H., Koehler, S. and Evans, A. G., Structure and Deformation of Aluminum Foams Through Computed Tomography, in Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation 17, Plenum Press, New York, 1998.

[12] Sypeck, D. J. Wrought Aluminum Truss Core Sandwich Structures, Metal. Trans.B, 36B(1), 2005.

[13] Tian, J., Kim, T., Lu, T. J., Hodson, H. P., Queheillalt, D. T., Sypeck, D. J. and Wadley, H. N. G., The Effects of Topology Upon Fluid Flow and Heat Transfer Within Cellular Copper Structures, International Journal of Heat and Mass Transfer 47, 2004.

[14] Wadley H. N. G., Cellular materials manufacturing, in Advanced Engineering Materials 4(10), 2002.

[15] Wolny S., Siemieniec A., Wytrzymałość materiałów cześć I, Wydawnictwo AGH, Kraków 2002.

[16] Zienkiewicz O. C., Taylor R.L., The Finite Element Method, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2000.

Źródła internetowe

[17] http://www.virginia.edu/ms/research/wadley/celluarmaterials.html
dostęp: 19.01.15.
[18] http://www.makeitfrom.com/material-properties/Polylactic-Acid-PLA-Polylactide/
dostęp: 19.01.15.
[19] http://www.zwick.pl/pl/produkty/statyczne-maszyny-wytrzymalosciowe/maszynydo-badan-materialowych-od-5-do-250kn/maszyna-wytrzymalosciowa-proline.html
dostęp: 19.01.15.
[20] http://www.comsol.com/

dostęp: 19.01.15.

Streszczenie

Praca przedstawia badania właściwości mechanicznych warstwowej konstrukcji z rdzeniem w postaci kratownicy. Badania poparte są symulacjami komputerowymi oraz testami laboratoryjnymi rzeczywistych próbek wykonanych metodą druku 3D. Dzięki możliwościom programu COMSOL Multiphysics można było przedstawić symulacje badań statycznych, jak i dynamicznych. Ostatnim etapem pracy było porównanie wyników obu metod. Ponadto, w pierwszej części pracy zamieszczono wstęp teoretyczny.

Abstract

This thesis presents mechanical properties of sandwich panel witch truss core. The research is supported by computer simulations and laboratory tests of real samples made by 3D printing. Using COMSOL Multiphysics possibilities static and mechanical properties of sandwich panel could be represented by simulations. Final stage of the study was to compare the results of both methods. Moreover, the first section of thesis presents a theoretical introduction.